**نـشــا ط تـمـهـيــد ي :**

**الـنــســب المُـثـلـثـيـة فــي مُـثـلـث قــا ئـــم**

1 ) أ كـتــب الـنــســب المُـثـلـثـيـة الـتـي تـعـبّـــر عــن *c* *o* *s* B فـي كـل مـن الـحــا لـتـيْــن :

E

D

B

B

C

A





2 ) أعْــطِ الـقـيـمـة الـمُــقــرّبـة إلـى  بـالـنـقـصـا ن لـكـل مــن : *c* *o* *s* 8 0**°** ؛ *c* *o* *s* 5 6**°** ؛ *c* *o* *s* 1 2**°** .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

3 ) أعْـــط تــد ويــرا إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة لـلـعــد د *x* فـي كـل مـن الـحــا لـتـيْــن :

*c* *o* *s* *x* = 0 , 5 6 1 ؛ *c* *o* *s* *x* = 0 , 9 8 5 .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

4 ) A B C مـثـلــث قــا ئــم فـي A بـحـيــث A C = 3 *c* *m* و B C = 4 *c* *m* .

احـســب قــيْــس الـزا ويــة A C B بـالـتــد ويــر إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

5 ) D E F مـثـلــث قــا ئــم فـي E بـحـيــث D E = 4 *c* *m* و E D F = 6 0**°** .

F

D

E

احـســب كـلا مـن D F و E F .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 0 1 ص 1 6 8 :** تـعــريــف جـيــب و ظــل زا ويــة حــا دّ ة فـي مـثــلــث قــا ئـــم .

A

B

O

1 ) أ تـمــم مـا يـلـي :

الـمـثـلــث O A B . . . . . فـي B .

كــل مــن الـزا ويـتـيْــن A O B و O A B هـي زا ويــة . . . .

الـضـلـع [ O A ] هــو . . . الـمـثـلــث O A B .

الـضـلـع [ O B ] هــو الـضـلـع . . . . . لـلـزا ويــة A O B .

الـضـلـع [ A B ] هــو الـضـلـع . . . . . لـلـزا ويــة A O B .

D

B

O

C

A

2 ) تـمـعّــن فـي الـشـكــل الـمـقــا بــل :

⮜ بـيّــن أ ن :  .

⮜ ا سـتــنـتــج أ ن :  ؛

 .

⮜ هــل الـمُـســا وتــا ن  و  صـحـيــحـتــا ن ؟ عـلــل .

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

3 ) إمــلأ الـجــد ول الآ تــي بـعــد تـعـيـيــن الأ طــوال الـمـطـلــو بــة

مع إعـطـاء الـقـيـم الـتـقــريـبـيـة إلـى 0 , 1 لـهـذ ه الـقـيـا ســا ت :

H

4 0**°**

B

O

G

F

D

A

E

C

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| الـمـثـلــث الـقـا ئـــم | O G H | O E F | O C D | O A B |
| طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0° |  |  |  |  |
| طـول الـضـلـع المـجـا ور لـلـزا ويــة 4 0° |  |  |  |  |
| طـول الـوتـــر |  |  |  |  |
| طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0°  ــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ  طـول الـوتـــر |  |  |  |  |
| طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0°  ــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ  طـول الـضـلـع المـجـا ور لـلـزا ويــة 4 0° |  |  |  |  |

مــا ذ ا تــلا حـــظ ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0°

الـنـسـبــة ـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ ثــا بـتــة .

طـول الـوتـــر

تـسـمّـى جـيــب الـزا ويــة 4 0° ، و نــرمـــز لـهــا بـالـرّمـــز *s* *i* *n* 4 0° .

مــا هــي قـيـمــة *s* *i* *n* 4 0° ؟ ≈ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0°

الـنـسـبــة ـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ ثــا بـتــة .

طـول الـضـلـع الـمـجـا ور لـلـزا ويــة 4 0°

تـسـمّـى ظــــل الـزا ويــة 4 0° ، و نــرمـــز لـهــا بـالـرّمـــز *t* *a* *n* 4 0° .

مــا هــي قـيـمــة *t* *a* *n* 4 0° ؟ ≈ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

A

C

B

4 ) أ تـمــم مـا يـلـي :

فـي الـمـثـلــث A B C الـقــا ئــم فـي A لـد يْـنــا :

 ؛ 

 ؛ 

⮜ بــيــن أ ن  و  .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 0 2 ص 1 6 9 :**

J

M

I

A

O

H

*α*

مــحـــــــور

الـفـوا صــل

مــحـــــــور

الـتـرا تـيــب

1 ) الـشـكــل الـمـقــا بــل يـتـكــون مـن مـعـلــم مـتـعــا مــد

و مـتـجــا نــس ( O ; O I ; O J ) و قـــوس مـن الـد ا ئـــرة

الـتـي مــركـــزهـا O و نـصـــف قــطــرهـا الـوحــد ة أ ي 1

M نـقـطـة مـن الـقـــوس I J ( ربــع الـد ا ئـــرة )

بـحــيــث M ( O H ; O A ) .

تـرتــيــب M فـا صـلــة M

⮜ بـيــن أ ن  و  .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ ا نـشـى ء الـمـمــا س لـلـد ا ئــرة فـي الـنـقـطـة I و ســـم E نـقـطـة تـقـا طـعــه مـع الـمـســتــقــيــم ( O M ) .

⮜ بـيــن أ ن : *t* *a* *n* *α* = I E .

J

M

I

A

O

E

H

4 5°

مــحـــــــور

الـفـوا صــل

مــحـــــــور

الـتـرا تـيــب

*x*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

2 ) نــضــع *α* = 4 5° .

⮜ ا وجـــد قــيـمـة *x* تـرتــيــب الـنـقــطـة M .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ ا سـتــنـتــج قــيـمـة *s* *i* *n* 4 5° . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ ا وجـــد قــيـمـة I E ثـم ا سـتــنـتــج قــيـمـة *t* *a* *n* 4 5° .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 0 3 ص 1 7 0 :** ا سـتـعــمــا ل الـحــا ســبــة .

1 ) يُـمْـكـن ا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة لإيجـا د قـيّـم مُـقـرّبـة لـجـيـب أ و ظـل زا ويـة ؛ مـثـلا *s* *i* *n* 2 3° و *t* *a* *n* 2 3° .

نـضـبــط الـحـا سـبـة عـلـى الـدّ رجــة بـالـضـغــط عـلـى الـلـمْـســة D R G حـتـى يـظـهــر الـرّمــز D E G

فـي أعـلـى الـشــا شــة ، ثـــمّ نـضـغــط عـلـى الـلـمْـســا ت الـتــا لـيــة بــدْ ء ا مـن الـيـســا ر :

2 3 *s* *i* *n* ، فـيــظـهــر عـلـى الـشــا شــة الــعــد د 0 . 3 9 0 7 3 1 1 2 8

و هــو قـيـمــة مُـقـرّبـة لـجـيـب الـزا ويـة 2 3° .

2 3 *t* *a* *n* ، فـيــظـهــر عـلـى الـشــا شــة الــعــد د 0 . 4 2 4 4 7 4 8 1 6

و هــو قـيـمــة مُـقـرّبـة لـظــل الـزا ويـة 2 3° .

بـا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة ، أعْــط الـقـيـمــة الـمُـقـرّبـة إلـى 0 . 0 1 لـكــل مــن :

*t* *a* *n* 4 6° ؛ *t* *a* *n* 8 0° ؛ *t* *a* *n* 5 1° ؛ *s* *i* *n* 4 6° ؛ *s* *i* *n* 8 0° ؛ *s* *i* *n* 5 1° .

*s* *i* *n* 5 1° ≈ . . . ؛ *s* *i* *n* 8 0° ≈ . . . ؛ *s* *i* *n* 4 6° ≈ . . .

*t* *a* *n* 5 1° ≈ . . . ؛ *t* *a* *n* 8 0° ≈ . . . ؛ *t* *a* *n* 4 6° ≈ . . .

2 ) لإيجـا د قـيـمــة مُـقـرّبـة لـقــيْــس زا ويـة B عُـلـم جـيـبهــا أ و ظـلــهــا ؛ مـثـلا *s* *i* *n* B = 0 , 3 5 .

نـضـبــط الـحـا سـبـة عـلـى الـدّ رجــة ، ثـــمّ نـضـغــط عـلـى الـلـمْـســا ت الـتــا لـيــة بــدْ ء ا مـن الـيـســا ر :

0 ● 3 5 2ndf *s* *i* *n* ، فـيــظـهــر عـلـى الـشــا شــة الــعــد د 2 0 . 4 8 7 3 1 5 1 1

و بـا لـتــدْ ويـــر إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة نـكـتــب B ≈ 2 0° .

أ وْجــد قــيْــس كـلا مـن A و C بـحــيْــث : *s* *i* *n* A = 0 , 5 و *t* *a* *n* C = 1 , 7 3 .

( تــد وّر الـنـتــا ئــج إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة )

C ≈ . . . ؛ A ≈ . . .

**نـشــا ط 0 4 ص 1 7 1 :** حــســا ب زوا يــا و أ طــوال .

ا وجــد العــد د *x* ( بـا لـتــد ويـــر إلـى الـوحــد ة ) فـي كــل حـا لـة مــن الـحـالات الآ تـيــة :

*x*

H

G

K

3 0°

6 *c* *m*

1 ) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

2 ) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*x*

B

C

A

6 *c* *m*

1 0 *c* *m*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*x*

P

M

L

8 *c* *m*

6 0°

3 ) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*x*

D

F

E

1 2 *c* *m*

5 *c* *m*

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

4 ) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

5 ) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*x*

S

1 0 *c* *m*

6 *c* *m*

T

R

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 0 5 ص 1 7 1 :** ا نـشــاء زا ويــة بـمـعــرفـة إ حــد ى نـسـبـهـا الـمـثــلـثـيـة هـنـد سـيـا .

*α* قـيـس زا ويـة حـا د ة بـحـيــث  .

لاحــــــظ أ ن  .

ا وجــد *α* بـا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . ≈

ا نـشـىء مـثـلـثـا قـا ئـمـا طـول أحـد ضـلـعـي زا ويـتـه الـقـا ئـمـة 3 *x* و وتــره 5 *x* حـيــث *x* طـول مخـتـا ر .

طول أحـد ضلعي

الزا وية القا ئمة

طول الـوتــر

الـمـثـلــث

*x*

1

1 , 5

2

قـس بـا سـتـعـمـا ل الـمـنـقـلـة الـزا ويـة الـتـي قـيـسـهـا *α* فـي كـل شـكـل وا رد فـي الـجـد ول . مـا ذ ا تـلا حـظ ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

ا نـشـىء زا ويــة حـا د ة *β* بـحـيــث  .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 0 6 ص 1 7 2 :** الـعــلا قــا ت بـيــن الـنـسـب الـمـثــلـثـيـة .

1 ) ا كـمــل الـجــد ول ( تـعـطـى الـنـتــا ئــج بـالـتـقــريــب إلـى 0 , 0 0 1 بـا لـنـقـصــا ن ) :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 8° | 6 0° | 5 0° | 4 5° | 3 0° | *α* |
|  |  |  |  |  | *s* *i* *n* *α* |
|  |  |  |  |  | *c* *o* *s* *α* |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | *t* *a* *n* *α* |
|  |  |  |  |  |  |

مـا ذ ا تـلا حـظ ؟

*α*

B

C

A

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 

2 ) لا حـظ الـشـكـل الـمـقــا بــل و أ تـمــم مـا يـلـي :

 ؛  ؛ 

بــيــن أ ن  و 

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

3 ) *α* زا ويــة حـا د ة بـحـيــث  .

ا وجـــد كــلا مــن  و  .

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط تـمـهـيــد ي :**

**الـنــســب المُـثـلـثـيـة فــي مُـثـلـث قــا ئـــم**

1 ) أ كـتــب الـنــســب المُـثـلـثـيـة الـتـي تـعـبّـــر عــن *c* *o* *s* B فـي كـل مـن الـحــا لـتـيْــن :

E

D

B

B

C

A





2 ) أعْــطِ الـقـيـمـة الـمُــقــرّبـة إلـى  بـالـنـقـصـا ن لـكـل مــن : *c* *o* *s* 8 0**°** ؛ *c* *o* *s* 5 6**°** ؛ *c* *o* *s* 1 2**°** .

بـا سـتـعـمــال الـحـا سـبـة نـجــدْ : *c* *o* *s* 8 0**°** ≈ 0 , 1 7 ؛ *c* *o* *s* 5 6**°** ≈ 0 , 5 5 ؛ *c* *o* *s* 1 2**°** ≈ 0 , 9 7 .

3 ) أعْـــط تــد ويــرا إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة لـلـعــد د *x* فـي كـل مـن الـحــا لـتـيْــن :

*c* *o* *s* *x* = 0 , 5 6 1 ؛ *c* *o* *s* *x* = 0 , 9 8 5 .

نــسـتـعـمــل الـحـا سـبـة : *c* *o* *s* *x* = 0 , 5 6 1 و مـنــه *x* ≈ 5 6**°**

*c* *o* *s* *x* = 0 , 9 8 5 و مـنــه *x* ≈ 1 0**°**

4 ) A B C مـثـلــث قــا ئــم فـي A بـحـيــث A C = 3 *c* *m* و B C = 4 *c* *m* .

احـســب قــيْــس الـزا ويــة A C B بـالـتــد ويــر إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة .

الـمـثـلــث A B C قــا ئــم فـي A ؛ إ ذ ن  .



بـا سـتـعـمــال الـحـا سـبـة و بـالـتــد ويــر إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة نـجــدْ : A C B ≈ 4 1**°** .

5 ) D E F مـثـلــث قــا ئــم فـي E بـحـيــث D E = 4 *c* *m* و E D F = 6 0**°** .

F

D

E

احـســب كـلا مـن D F و E F .

الـمـثـلــث D E F قــا ئــم فـي E ؛ إ ذ ن  .

و مـنـه 



الـمـثـلــث D E F قــا ئــم فـي E ؛

إ ذ ن حــســب مُـبــرهــنــة فـيـثــاغــورس :

 و مـنــه  و مـنــه 



**نـشــا ط 0 1 ص 1 6 8 :** تـعــريــف جـيــب و ظــل زا ويــة حــا دّ ة فـي مـثــلــث قــا ئـــم .

A

B

O

1 ) أ تـمــم مـا يـلـي :

الـمـثـلــث O A B قـــا ئـــــــم فـي B .

كــل مــن الـزا ويـتـيْــن A O B و O A B هـي زا ويــة حــا دّ ة .

الـضـلـع [ O A ] هــو وتـــر الـمـثـلــث O A B .

الـضـلـع [ O B ] هــو الـضـلـع الـمـجــا ور لـلـزا ويــة A O B .

الـضـلـع [ A B ] هــو الـضـلـع الـمـقــا بــل لـلـزا ويــة A O B .

D

B

O

C

A

2 ) تـمـعّــن فـي الـشـكــل الـمـقــا بــل :

⮜ بـيّــن أ ن :  .

⮜ ا سـتــنـتــج أ ن :  ؛

 .

⮜ هــل الـمُـســا وتــا ن  و  صـحـيــحـتــا ن ؟ عـلــل .

⮜ حـســب الـمُـعـطـيـا ت ( D C) ┴ ( O C ) و ( B A ) ┴ ( O C ) إ ذ ن ( B A ) // ( D C ) ( مُـبــرهــنــة )

الـمـسـتـقـيـمـــا ن ( O C ) و ( O D ) مُـتـقـا طـعـــا ن فـي O بــحــيــث ( B A ) // ( D C )

إ ذ ن  ( مُـبــرهــنــة طـالـــس )

⮜ مـن  يـنـتـــج 

مـن  يـنـتـــج 

⮜ نــعــــم ؛ الـمُـســا وتــا ن صـحـيــحـتــا ن .

مـن  يـنـتـــج 

مـن  يـنـتـــج 

3 ) إمــلأ الـجــد ول الآ تــي بـعــد تـعـيـيــن الأ طــوال الـمـطـلــو بــة

مع إعـطـاء الـقـيـم الـتـقــريـبـيـة إلـى 0 , 1 لـهـذ ه الـقـيـا ســا ت :

H

4 0**°**

B

O

G

F

D

A

E

C

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| الـمـثـلــث الـقـا ئـــم | O G H | O E F | O C D | O A B |
| طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0° | 4 , 5 | 3 , 8 | 2 , 9 | 2 |
| طـول الـضـلـع المـجـا ور لـلـزا ويــة 4 0° | 5 , 4 | 4 , 6 | 3 , 5 | 2 , 4 |
| طـول الـوتـــر | 7 , 1 | 6 | 4 , 5 | 3 , 1 |
| طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0°  ــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ  طـول الـوتـــر | 0 , 6 | 0 , 6 | 0 , 6 | 0 , 6 |
| طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0°  ــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ  طـول الـضـلـع المـجـا ور لـلـزا ويــة 4 0° | 0 , 8 | 0 , 8 | 0 , 8 | 0 , 8 |

مــا ذ ا تــلا حـــظ ؟

نــلا حـــظ أ ن الـنـسـب فـي الـسّـطــر الـخــا مــس مــن الـجــد ول مُــتــســا ويــة ؛

و كــــذ لـــــكــ الـنـسـب فـي الـسّـطــر الــسّـــا د س مــن الـجــد ول مُــتــســا ويــة .

طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0°

الـنـسـبــة ـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ ثــا بـتــة .

طـول الـوتـــر

تـسـمّـى جـيــب الـزا ويــة 4 0° ، و نــرمـــز لـهــا بـالـرّمـــز *s* *i* *n* 4 0° .

مــا هــي قـيـمــة *s* *i* *n* 4 0° ؟ *s* *i* *n* 4 0**°** ≈ 0 , 6 ( مــن الـجــد ول )

طـول الـضـلـع الـمـقـا بـل لـلـزا ويــة 4 0°

الـنـسـبــة ـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ ثــا بـتــة .

طـول الـضـلـع الـمـجـا ور لـلـزا ويــة 4 0°

تـسـمّـى ظــــل الـزا ويــة 4 0° ، و نــرمـــز لـهــا بـالـرّمـــز *t* *a* *n* 4 0° .

مــا هــي قـيـمــة *t* *a* *n* 4 0° ؟ *t* *a* *n* 4 0**°** ≈ 0 , 8 ( مــن الـجــد ول )

A

C

B

4 ) أ تـمــم مـا يـلـي :

فـي الـمـثـلــث A B C الـقــا ئــم فـي A لـد يْـنــا :

 ؛ 

 ؛ 

⮜ بــيــن أ ن  و  .

الـوتــر هـو أ طـول ضـلــع فـي الـمـثـلــث الـقـا ئـم ؛ إ ذ ن 0 < A C < B C و 0 < A B < B C .

و مـنـه  و  .

و مـنـه  و  .

**نـشــا ط 0 2 ص 1 6 9 :**

J

M

I

A

O

E

H

*α*

مــحـــــــور

الـفـوا صــل

مــحـــــــور

الـتـرا تـيــب

1 ) الـشـكــل الـمـقــا بــل يـتـكــون مـن مـعـلــم مـتـعــا مــد

و مـتـجــا نــس ( O ; O I ; O J ) و قـــوس مـن الـد ا ئـــرة

الـتـي مــركـــزهـا O و نـصـــف قــطــرهـا الـوحــد ة أ ي 1

M نـقـطـة مـن الـقـــوس I J ( ربــع الـد ا ئـــرة )

بـحــيــث M ( O H ; O A ) .

تـرتــيــب M فـا صـلــة M

⮜ بـيــن أ ن  و  .

فـي الـمـثـلــث H O M الـقــا ئــم فـي H لـد يْـنــا :  و 

نـصـــف قــطــر الـد ا ئـــرة هــو O M = 1 و H M = O A لأ ن الـربــا عـي H M A O مـســتــطـيــل

إ ذ ن  و 

⮜ ا نـشـى ء الـمـمــا س لـلـد ا ئــرة فـي الـنـقـطـة I و ســـم E نـقـطـة تـقـا طـعــه مـع الـمـســتــقــيــم ( O M ) .

⮜ بـيــن أ ن : *t* *a* *n* *α* = I E .

J

M

I

A

O

E

H

4 5°

مــحـــــــور

الـفـوا صــل

مــحـــــــور

الـتـرا تـيــب

*x*

فـي الـمـثـلــث O I E الـقــا ئــم فـي I لـد يْـنــا : 

لــكــن O I = 1 ؛ إ ذ ن 

2 ) نــضــع *α* = 4 5° .

⮜ ا وجـــد قــيـمـة *x* تـرتــيــب الـنـقــطـة M .

الـمـثـلــث H O M قــا ئــم فـي H

إ ذ ن H M O = 9 0° – H O M

H M O = 9 0° – 4 5° = 4 5°

نـسـتــنـتــج أ ن الـمـثـلــث H O M قــا ئــم

و مـتـســا وي الـسـا قـيـن رأ سـه الأ سـا سـي H و مـنــه O H = H M = *x*

حـســب مـبـرهـنـة فـيـثــاغــورس *x* **2** + *x* **2** = 1 **2**

و مـنــه 2 *x* 2 = 1 و مـنــه  و مـنــه  أ ي 

⮜ ا سـتــنـتــج قــيـمـة *s* *i* *n* 4 5° . 

⮜ ا وجـــد قــيـمـة I E ثـم ا سـتــنـتــج قــيـمـة *t* *a* *n* 4 5° .

فـي الـمـثـلــث O I E لـد يْـنــا H Є [ O I ] و M Є [ O E ] بحـيـث ( I E ) // ( H M )

إ ذ ن حـســب مُـبــرهــنــة طـا لـــس 

مـن  يـنـتـــج  و مـنــه I E = O I ؛ أ ي I E = 1

فـي الـمـثـلــث O I E الـقــا ئــم فـي I لـد يْـنــا  ؛ أ ي 

**نـشــا ط 0 3 ص 1 7 0 :** ا سـتـعــمــا ل الـحــا ســبــة .

1 ) يُـمْـكـن ا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة لإيجـا د قـيّـم مُـقـرّبـة لـجـيـب أ و ظـل زا ويـة ؛ مـثـلا *s* *i* *n* 2 3° و *t* *a* *n* 2 3° .

نـضـبــط الـحـا سـبـة عـلـى الـدّ رجــة بـالـضـغــط عـلـى الـلـمْـســة D R G حـتـى يـظـهــر الـرّمــز D E G

فـي أعـلـى الـشــا شــة ، ثـــمّ نـضـغــط عـلـى الـلـمْـســا ت الـتــا لـيــة بــدْ ء ا مـن الـيـســا ر :

2 3 *s* *i* *n* ، فـيــظـهــر عـلـى الـشــا شــة الــعــد د 0 . 3 9 0 7 3 1 1 2 8

و هــو قـيـمــة مُـقـرّبـة لـجـيـب الـزا ويـة 2 3° .

2 3 *t* *a* *n* ، فـيــظـهــر عـلـى الـشــا شــة الــعــد د 0 . 4 2 4 4 7 4 8 1 6

و هــو قـيـمــة مُـقـرّبـة لـظــل الـزا ويـة 2 3° .

بـا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة ، أعْــط الـقـيـمــة الـمُـقـرّبـة إلـى 0 . 0 1 لـكــل مــن :

*t* *a* *n* 4 6° ؛ *t* *a* *n* 8 0° ؛ *t* *a* *n* 5 1° ؛ *s* *i* *n* 4 6° ؛ *s* *i* *n* 8 0° ؛ *s* *i* *n* 5 1° .

*s* *i* *n* 5 1° ≈ 0 . 7 8 ؛ *s* *i* *n* 8 0° ≈ 0 . 9 8 ؛ *s* *i* *n* 4 6° ≈ 0 . 7 2

*t* *a* *n* 5 1° ≈ 1 . 2 3 ؛ *t* *a* *n* 8 0° ≈ 5 . 6 7 ؛ *t* *a* *n* 4 6° ≈ 1 . 0 4

2 ) لإيجـا د قـيـمــة مُـقـرّبـة لـقــيْــس زا ويـة B عُـلـم جـيـبهــا أ و ظـلــهــا ؛ مـثـلا *s* *i* *n* B = 0 , 3 5 .

نـضـبــط الـحـا سـبـة عـلـى الـدّ رجــة ، ثـــمّ نـضـغــط عـلـى الـلـمْـســا ت الـتــا لـيــة بــدْ ء ا مـن الـيـســا ر :

0 ● 3 5 2ndf *s* *i* *n* ، فـيــظـهــر عـلـى الـشــا شــة الــعــد د 2 0 . 4 8 7 3 1 5 1 1

و بـا لـتــدْ ويـــر إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة نـكـتــب B ≈ 2 0° .

أ وْجــد قــيْــس كـلا مـن A و C بـحــيْــث : *s* *i* *n* A = 0 , 5 و *t* *a* *n* C = 1 , 7 3 .

( تــد وّر الـنـتــا ئــج إلـى الـوحــد ة مـن الـدّ رجــة )

C ≈ 6 0° ؛ A ≈ 3 0°

**نـشــا ط 0 4 ص 1 7 1 :** حــســا ب زوا يــا و أ طــوال .

ا وجــد العــد د *x* ( بـا لـتــد ويـــر إلـى الـوحــد ة ) فـي كــل حـا لـة مــن الـحـالات الآ تـيــة :

*x*

H

G

K

3 0°

6 *c* *m*

1 ) الـمـثـلــث G H K قــا ئــم فـي H

إ ذ ن 

و مـنـه 



2 ) الـمـثـلــث A B C قــا ئــم فـي A

*x*

B

C

A

6 *c* *m*

1 0 *c* *m*

إ ذ ن 



بـا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة ، نـجــد *x* ≈ 3 7°

*x*

P

M

L

8 *c* *m*

6 0°

3 ) الـمـثـلــث L M P قــا ئــم فـي P

إ ذ ن 

و مـنـه 



*x*

D

F

E

1 2 *c* *m*

5 *c* *m*



4 ) الـمـثـلــث D E F قــا ئــم فـي E

إ ذ ن حـسـب مُـبـرهـنـة فـيـثـاغـورس 



الـطـول د ا ئـمـا مـوجــب ؛ إ ذ ن 



5 ) الـمـثـلــث R S T قــا ئــم فـي R

*x*

S

1 0 *c* *m*

6 *c* *m*

T

R

إ ذ ن 



بـا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة ، نـجــد *x* ≈ 5 9°

**نـشــا ط 0 5 ص 1 7 1 :** ا نـشــاء زا ويــة بـمـعــرفـة إ حــد ى نـسـبـهـا الـمـثــلـثـيـة هـنـد سـيـا .

*α* قـيـس زا ويـة حـا د ة بـحـيــث  .

لاحــــــظ أ ن  .

ا وجــد *α* بـا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة .

بـا سـتـعـمـا ل الـحـا سـبـة ، نـجــد *α* ≈ 3 7° .

ا نـشـىء مـثـلـثـا قـا ئـمـا طـول أحـد ضـلـعـي زا ويـتـه الـقـا ئـمـة 3 *x* و وتــره 5 *x* حـيــث *x* طـول مخـتـا ر .

طول أحـد ضلعي

الزا وية القا ئمة

طول الـوتــر

الـمـثـلــث

*x*

5

3

*α*

1 3 5

*α*

4 , 5

7 , 5

1 , 5 4 , 5 7 , 5

6

1 0

*α*

2 6 1 0

قـس بـا سـتـعـمـا ل الـمـنـقـلـة الـزا ويـة الـتـي قـيـسـهـا *α* فـي كـل شـكـل وا رد فـي الـجـد ول . مـا ذ ا تـلا حـظ ؟

فـي كـل شـكـل وا رد فـي الـجـد ول الـقـيـس *α* ثـا بــت و يـســا وي بـا لـتـقـريــب 3 7° .

ا نـشـىء زا ويــة حـا د ة *β* بـحـيــث  .

3 *a*

*β*

2 *a*



*a* طـول مخـتـا ر ؛ نـنـشـئ مـثـلـثـا قـا ئـمـا

طـولا ضـلـعـي زا ويـتـه الـقـا ئـمـة 2 *a* و 3 *a* .

*β* هـي الـزا ويـة الـمـقـا بـلـة لـلـضـلــع ذ ي الـطــول 3 *a* .

**نـشــا ط 0 6 ص 1 7 2 :** الـعــلا قــا ت بـيــن الـنـسـب الـمـثــلـثـيـة .

1 ) ا كـمــل الـجــد ول ( تـعـطـى الـنـتــا ئــج بـالـتـقــريــب إلـى 0 , 0 0 1 بـا لـنـقـصــا ن ) :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 8° | 6 0° | 5 0° | 4 5° | 3 0° | *α* |
| 0 , 9 2 7 | 0 , 8 6 6 | 0 , 7 6 6 | 0 , 7 0 7 | 0 , 5 0 0 | *s* *i* *n* *α* |
| 0 , 3 7 4 | 0 , 5 0 0 | 0 , 6 4 2 | 0 , 7 0 7 | 0 , 8 6 6 | *c* *o* *s* *α* |
| 2 , 4 7 8 | 1 , 7 3 2 | 1 , 1 9 3 | 1 | 0 , 5 7 7 |  |
| 2 , 4 7 5 | 1 , 7 3 2 | 1 , 1 9 1 | 1 | 0 , 5 7 7 | *t* *a* *n* *α* |
| 0 , 9 9 9 | 0 , 9 9 9 | 0 , 9 9 8 | 0 , 9 9 9 | 0 , 9 9 9 |  |

مـا ذ ا تـلا حـظ ؟

*α*

B

C

A

فـي كـل حـالــة  و 

2 ) لا حـظ الـشـكـل الـمـقــا بــل و أ تـمــم مـا يـلـي :

 ؛  ؛ 

بــيــن أ ن  و 



الـمـثـلــث A B C قــا ئــم فـي A ؛

إ ذ ن  ( مُـبـرهـنـة فـيـثـاغــورس )



3 ) *α* زا ويــة حـا د ة بـحـيــث  .

ا وجـــد كــلا مــن  و  .

⮜ نـعــلــم أ ن  و مـنـه 

و بـمــا أ ن  ؛ فــإ ن 



⮜ نـعــلــم أ ن 

