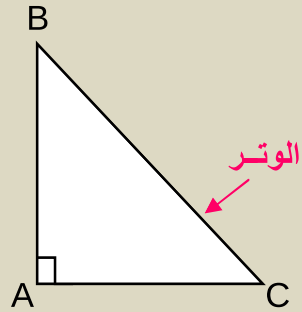
خاصيّة فيثاغورس:

قاعدة: إذا كان ABC مثلث قائم في A.

فإنّ: $BC^2 = AB^2 + AC^2$



مثـــال:

ABC مثلث قائم في A حيث: $AB = 4cm$، $AC = 3cm$، لنحسب BC.

المثلث ABC قائم في A ومنه حسب خاصيّة فيثاغورس لدينا:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = (4)^2 + (3)^2$

$BC^2 = 16 + 9$

$BC^2 = 25$

$BC = \sqrt{25}$

$BC = 5cm$

خاصيّة فيثاغورس العكسيّة:

قاعدة: ABC مثلث.

إذا كان: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

فـإنّ: هذا المثلث قائم في A.

مثال:

ABC مثلث حيث: $AC = 8cm$، $AB = 6cm$، $CB = 10cm$.

لنبيّن أنّ المثلث قائم في A:

- $BC^2 = (10)^2 = 100$
- $AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2$

$= 64 + 36$

$= 100$

نلاحظ أنّ:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

ومنه حسب خاصيّة فيثاغورس العكسيّة فإنّ:

المثلث ABC قائم في A.

الجبـر: العمليات على الجذور التربيعية:

قاعدة: a و b عددان موجبان حيث : $b \neq 0$ إذن:

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

أمثلـــة:

- $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$
- $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$
- $\sqrt{\frac{50}{25}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{5^2 \times 2}}{\sqrt{5^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{5} = \sqrt{2}$

ملاحظـة:

- $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$
- $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

أمثلـــة:

- $\begin{cases} \sqrt{100} - \sqrt{64} = 10 - 8 = 2 \\ \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 \end{cases}$
- $\begin{cases} \sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = 14 \\ \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \end{cases}$

تبسيط عدد غير ناطق:

طريقة: تبسيط عدد غير ناطق هو كتابته على الشكل: $a\sqrt{b}$

حيث a عدد موجب و b أصغر عدد طبيعي ممكن.

أمثلـــة:

- $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$
  $= \sqrt{2^2 \times 3}$
  $= 2\sqrt{3}$
- $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$
  $= \sqrt{4^2 \times 2}$
  $= 4\sqrt{2}$
- $\sqrt{90} = \sqrt{9 \times 10}$
  $= \sqrt{3^2 \times 10}$
  $= 3\sqrt{10}$

جعل مقام نسبة عددا ناطقا:

قاعدة:

a و b عددان موجبان حيث : $b \neq 0$ إذن:

- $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$

أمثلـــة:

- $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$
- $\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{3}\sqrt{3}$

المتطابقات الشهيرة:

قاعدة: a و b عددان حقيقيان إذن:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

أمثلـــة:

- $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
  $= 4x^2 + 12x + 9$
- $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
  $= 4x^2 - 12x + 9$
- $(2x + 3)(2x - 3) = (2x)^2 - (3)^2$
  $= 4x^2 - 9$

التحـليـل:

قاعدة: تحليل عبارة جبرية هو كتابتها على شكل جداء.

- لتحليل عبارة جبرية نستعمل الخاصية التوزيعية (البحث عن العامل المشترك) أو (المتطابقات الشهيرة).

بصفة عامّة:

a، b، c و d أعداد حقيقية:

- $ab + ac = a(b+c)$
- $a(c+d) + b(c+d) = (c+d)(a+b)$

أمثلــة:

لنحلّل العبارات التالية:

- $A = 2x + 2y = 2(x + y)$
- $B = 10x + 20y + 30z$

  $= 10x + 10 \times 2y + 10 \times 3z$

  $= 10(x + 2y + 3z)$
- $C = (x + 4)(2x - 1) + (x + 4)$

  $= (x + 4)[(2x - 1) + 1]$

  $= (x + 4)[2x - 1 + 1]$

  $= (x + 4)(2x)$
- $D = 9x^2 + 12x + 4$

  $= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2$

  $= (3x + 2)^2$
- $E = 25x^2 - 10x + 1$

  $= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 1 + 1^2$

  $= (5x - 1)^2$
- $F = 9x^2 - 4$

  $= (3x)^2 - (2)^2$

  $= (3x + 2)(3x - 2)$

قاسم عدد طبيعي:

قاعدة: a و b عددان طبيعيان حيث b غير معدوم و a>b.
نقول إن b قاسم لـ a عندما يكون باقي القسمة الإقليدية لـ a على b معدومًا.

مثال:

$120 \div 2 = 60$

$120 = 60 \times 2 + 0$

باقي قسمة 120على 2 هو 0 إذن 2 قاسم لـ 120.

خواص قواسم عدد طبيعي:

قاعدة: a، b و n أعداد طبيعية غير معدومة حيث:

a> b

1- إذا كان n يقسم كلا من a و b فإن n يقسم كلا من (a+b) و (a -b).

2- إذا كان n يقسم كلا من a و b فإن n يقسم باقي القسمة الإقليدية لـ a على b.

أمثلة:

* 3 يقسم كلا من 9 و 27 إذن: 3 يقسم كلا من 18 و 36

* 3 يقسم كلا من 36 و 15 إذن: 3 يقسم باقي قسمة 36 على 15 أي يقسم 6.

القاسم المشترك الأكبر:

قاعدة:

- القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين هو عدد طبيعي يقسم كل منهما.
- أكبر قاسم مشترك لعددين يسمى القاسم المشترك الأكبرلهما

طرائق:

طريقة 1: تطبيق خوارزمية إقليدس: (القسمات الإقليدية):

مثال: إيجاد PGCD (45;30):

المرحلة	a	b	الباقي
01	45	30	15
02	30	15	0

إذن: PGCD (45;30) = 15

طريقة 2: تطبيق خوارزمية (عمليات الطرح المتتالية):

مثال: إيجاد PGCD (90;60):

$90 - 60 = 30$

$60 - 30 = 30$

$30 - 30 = 0$

إذن: PGCD (90;60) = 30

العددان الأوّليان فيما بينهما:

قاعدة: a و b عددان أوّليّان فيما بينهما معناه أن قاسمهما المشترك الأكبر يساوي **1**.

مثال:
قواسم 14 هي: 1، 2، 7، 14.
قواسم 15 هي: 1، 3، 5، 15.
PGCD (15;14) = 1 يعني: 14 و 15 أوّليّان فيما بينهما.

الكسر غير القابل للاختزال:

قاعدة: a و b عددان طبيعيّان حيث:
$b \neq 0$، الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال يعني a و b أوّليّان فيما بينهما.

مثــال:
$\frac{14}{15}$ غير قابل للاختزال يعني: 14 و 15 أوّليّان فيما بينهما.

المعادلة: $x^2 = b$

قاعدة: b عدد حقيقي:

1 – إذا كان $b > 0$ فإن للمعادلة $x^2 = b$ حلـّين مختلفين هما $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$.

مثــال: $x^2 = 25$
$x = \sqrt{25} = 5$ أو $x = -\sqrt{25} = -5$
للمعادلة حلان مختلفان هما: (+5) و (-5).

2 – إذا كان $b = 0$ فإن للمعادلة $x^2 = b$ حلا واحدا فقط هو العدد 0.

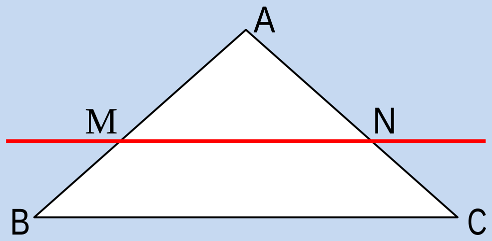
مثــال: $x^2 = 0$
للمعادلة حل واحد فقط ، ونكتب: $x = 0$

3 – إذا كان $b < 0$ فإن المعادلة $x^2 = b$ ليس لها حل حقيقي لأنّ: $x^2 \geq 0$

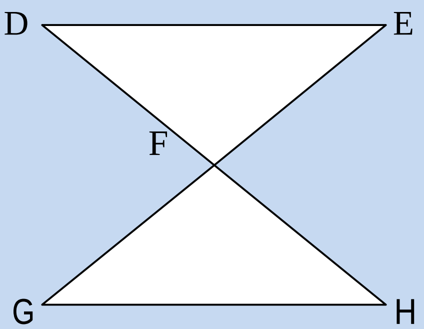
مثــال: $x^2 = -5$
المعادلة ليس لها حل لأنّ x^2 موجب و (-5) سالب تماما.

الهندسة: خاصيّة طالس:

قاعدة: إذا كان (MN) // (BC)
فإنّ: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



قاعدة: إذا كان (DE) // (GH)
فإنّ: $\frac{EF}{FG} = \frac{FD}{FH} = \frac{DE}{GH}$



تمرين:

ABC مثلث، $M \in [BA]$، $N \in [AC]$
حيث: (MN) // (BC) و AM = 6cm، AB = 9cm،
AC = 6cm

- احسب الطول AN.

الحـل:

- حساب الطول AN:

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$$

$$AN \times AB = AC \times AM$$

$$AN = \frac{AC \times AM}{AB}$$

$$AN = \frac{6 \times 6}{9}$$

$$AN = 4cm$$