منشورات رأس العين

الأستاذ: كمال رأس العين

مفكرة الرياضيات

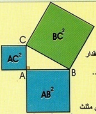
لتلاميذ الثالثة متوسط

ملخص بصيغة سهلة للحفظ والتذكر

3

لعلك نسيت علاقة أو تعريف أو مبرهنة...
وأنت في حاجة الى استعمالها الآن..
إن المفكرة تساعدك على حفظ وتذكر مانسيته.

المحتويات:



$$AB^2+AC^2=BC^2$$

(علاقة فيثاغورس : عالم يوناني في القرن VI ق.م)

مساحة المربع الأخضر = مجموع مساحتي المربعين الأزرقين

تعرف على الحروف اليونانية

α	A	ألفا
β	B	بيطا
γ	Γ	قاما
δ	Δ	دلتا

الأعداد الناطقة.

في الحساب الحرفي عند إجراء القسمة على عدد b، يجب التأكد من أن $b\neq0$

إذا كان b عدد نسبي غير معدوم فإن: $\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$

جمع وطرح عددين ناطقين:

العددان الناطقان لهما نفس المقام

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

العددان الناطقان لهما مقامين مختلفين

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{cb}{bd}=\frac{ad+cb}{bd}$$

• قسمة عددين ناطقين:

(القسمة على العدد الناطق $\frac{c}{d}$ يؤول إلى الضرب في مقلوبه $\frac{d}{c}$)

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

• جداء عددين نسبيين

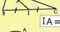
من نفس الإشارة هو عدد نسبي موجب	مختلفين في الإشارة هو عدد نسبي سالب
$(-3)\times(-4)=12$	$(-5)\times(+2)=-10$
$3\times4=12$	$(+5)\times(-2)=-10$

كيف تبرهن أن مثلثا قائم؟

1- إستعمل النظرية العكسية لفيتاغورس.

$\boxed{AB^2+AC^2=BC^2}$ ينتج $\boxed{ABC \text{ قائم في } A}$

2- إستعمل منتصف ضلع في مثلث.



إذا كان في مثلث منتصف أحد أضلاعه متساوي المسافة عن رؤوسه فإن هذا المثلث قائم.

ترجمة: ABC مثلث، I منتصف $[BC]$ و $IA=IB=IC$

ينتج: ABC مثلث قائم في A

3- إستعمل دائرة.

إذا كانت A نقطة من الدائرة التي قطرها BC (A تختلف عن B وعن C) فإن المثلث ABC قائم في A

ترجمة: $\mathscr{C}$ دائرة قطرها $[BC]$ و $A\in\mathscr{C}$ **ينتج** ABC قائم في A

القوى

n عدد طبيعي أكبر من 1

$10^n = 10 \times 10 \times ... \times 10 = \underbrace{100...0}_{\text{(n صفرا)}}$

$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,1 \times 0,1 \times ... \times 0,1 = 0,00...01$

رتبة الواحد بعد الفاصلة هي n

أمثلة توضيحية

$10^2 = 100 ; 10^4 = 10000 ; \frac{1}{10^3} = 0,001$

$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0,0001$

خواص القوى

$10^0 = 1 ; 10^1 = 10$

$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$

$(10^n)^m = 10^{nm}$

$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$

n و m عددان صحيحان

$a^0 = 1 ; a^1 = a ; 1^n = 1 ; 0^n = 0$

$a^n \times a^m = a^{n+m} ; \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$

$(a^n)^m = a^{nm}$

$n \neq 0$

$a \neq 0$

الكتابة العلمية ورتبة المقدار

الكتابة العلمية لعدد عشري غير معدوم هي الكتابة من الشكل : $a \times 10^n$

(أو من الشكل $-a \times 10^n$) حيث a عدد عشري يحقق $1 \leqslant a < 10$ و n عدد صحيح

أمثلة توضيحية: $2,05 \times 10^3$; $-5,14 \times 10^{-7}$; 10^9 (يعني 1×10^9)

الأعداد الكبيرة جدا أو الصغيرة جدا يعبر عنها في الآلة الحاسبة بكتابة علمية

أمثلة توضيحية:

$2,45$ ^{19} $0,245 \times 10^{20}$ $1,20245$ $^{-14}$ $12,0245 \times 10^{-15}$

رتبة مقدار عدد عشري مكتوب على الشكل العلمي $a \times 10^n$ (أو $-a \times 10^n$)

هو العدد $k \times 10^n$ (أو $-k \times 10^n$) حيث k هو المدور إلى الوحدة للعدد a

أمثلة توضيحية:

العدد	2006	-0,0758	-123456789
الكتابة العلمية	$2,006 \times 10^3$	$-7,85 \times 10^{-2}$	$-1,23456789 \times 10^8$
رتبة المقدار	2×10	-8×10^{-2}	-10^8

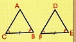
حالات تقايس مثلثات

يتقايس مثلثان إذا ...

الحالة الأولى

تقايس زاويتان والضلع المحصور بينهما من المثلث الأول مع زاويتان والضلع المحصور بينهما من المثلث الثاني

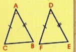
$\hat{B}=\hat{F}$ $\hat{C}=\hat{E}$ $CB=FE$



الحالة الثانية

تقايس ضلعان والزاوية المحصورة بينهما من المثلث الأول مع ضلعان والزاوية المحصورة بينهما من المثلث الثاني

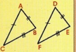
$\hat{A}=\hat{B}$ $AB=DE$ $AC=DF$



الحالة الثالثة

كانت أطوال أضلاع المثلث الأول لها نفس أطوال أضلاع المثلث الثاني

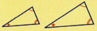
$CB=FE$ $AB=DE$ $AC=DF$



ملاحظة هامة

إذا تقايست الزوايا الثلاثة في مثلثين هذا لايؤدي بالضرورة إلى تقايس المثلثين.

الشكل المقابل يوضح
أن المثلثين غير متقايسين
رغم تقايس الزوايا

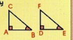


تقايس مثلثين قائمين

يتقايس مثلثان قائمان إذا ...

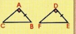
تقايس وتراهما وزاوية حادة من أحدهما مع زاوية حادة من الأخر

$\hat{E}=\hat{B}$ $CB=FE$



تقايس وتراهما وضلع قائم من أحدهما مع ضلع قائم من الأخر

$AB=DE$ $CB=FE$



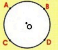
ملاحظة هامة

يمكن تطبيق حالات تقايس مثلثين كيفيين على مثلثين قائمين

كيف تبرهن أن نقاطا من دائرة ؟

1 - إستعمل التعريف.

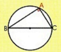
الدائرة هي مجموعة نقاط متساوية المسافة عن نقطة ثابتة.



إذا كان $(OA=OB=OC=OD)$

فإن النقاط A,B,C,D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O.

2 - إستعمل المثلث القائم.



إذا كان المثلث ABC قائم في A.

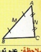
فإن الدائرة التي قطرها BC تشمل النقطة A.

نظرية مستقيم المنتصفين

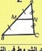
في مثلث ABC..

نظرية مباشرة

إذاكان $\begin{cases} M \text{ منتصف } [AB] \\ N \text{ منتصف } [AC] \end{cases}$



فإن $\begin{cases} (MN) /\!/ (BC) \\ MN=\frac{1}{2}BC \end{cases}$



نظرية عكسية

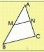
إذاكان $\begin{cases} M \text{ منتصف } [AB] \\ M \text{ نقطة من } \Delta \\ (BC) /\!/ \Delta \end{cases}$

فإن Δ يقطع (AC) في N منتصف $[AC]$ $(MN=\frac{1}{2}BC)$

ملاحظة: عدم توفر أحد الشروط في النظريتين لايؤدي حتما إلى النتيجة المطلوبة

نظرية
(المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين)

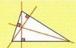
في مثلث ABC إذاكانت النقطة M من الضلع (AB) والنقطة N من الضلع (AC) وكان $(MN) /\!/ (BC)$ فإن. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



ملاحظة: نظرية (مستقيم المنتصفين) هي حالة خاصة من هذه النظرية

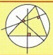
المستقيمات الخاصة في مثلث

الإرتفاع في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد الرؤوس ويعامدالضلع المقابل



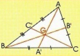
- ارتفاعات المثلث متقاطعة في نقطة واحدة تسمى نقطة تلاقي الإرتفاعات

المحور في مثلث هومحور أحد أضلاعه



- محاور المثلث متقاطعة في نقطة واحدةهي مركزالدائرة المحيطة بهذا المثلث

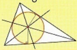
المتوسط في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد الروؤس ومنتصف الضلع المقابل



- متوسطات مثلث متقاطعة في نقطة واحدة تسمى مركز ثقل المثلث

- $AG = \dfrac{2}{3} AA'$ - $BG = \dfrac{2}{3} BB'$ - $CG = \dfrac{2}{3} CC'$

المنصف في مثلث هو منصف إحدى زواياه



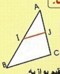
- المنصفات الداخلية تتقاطع في نقطة واحدة هي مركزالدائرة المرسومة في المثلث

كيف تبرهن أن مستقيمين متوازيان.

1- إستعمل نظرية المنتصفين.

ABC مثلث و I منتصف [AB] و J منتصف [AC]

ينتج $(IJ)//(BC)$

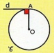


2- إستعمل إنسحاب أوتناظر مركزي

صورة مستقيم بواسطة إنسحاب أوتناظر مركزي هو مستقيم يوازيه.

كيف تبرهن أن مستقيمين متعامدان ؟.

1 - إستعمل المماس .

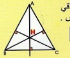


المماس لدائرة عمودي على نصف قطرها.

$\boxed{\mathscr{C} \text{ دائرة مركزها } O}$ و $\boxed{A \in \mathscr{C}}$

و $\boxed{d \text{ مماس لـ } \mathscr{C} \text{ في } A}$ ينتج $\boxed{d \perp [OA]}$

2 - إستعمل نقطة تلاقي الإرتفاعات .

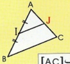


المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ونقطة تلاقي الإرتفاعات عمودي على الضلع المقابل لهذا الرأس .

$\boxed{H \text{ نقطة تلاقي الإرتفاعات للمثلث } ABC}$

ينتج $\boxed{(AH) \perp (BC)}$

كيف تبرهن أن نقطة منتصف قطعة ؟.



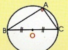
1 - إستعمل النظرية العكسية للمنتصفين.

إذاكان $\boxed{\text{في مثلث } ABC \text{ ، } I \text{ منتصف } [AB]}$

و $\boxed{(BC) /\!/ (IJ) \text{ و } J \in [AC]}$ فإن $\boxed{J \text{ منتصف } [AC]}$

2 - إستعمل المثلث القائم.

في مثلث قائم ، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث هو منتصف الوتر.

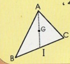


إذاكان $\boxed{ABC \text{ مثلث قائم في } A}$

وكان $\boxed{O \text{ مركز الدائرة المحيطة بالمثلث } ABC}$

فإن $\boxed{O \text{ منتصف } [BC]}$

3- إستعمل مركز ثقل مثلث.



المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ومركز ثقله ، يمر من منتصف الضلع المقابل.

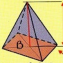
إذاكان $\boxed{G \text{ مركز ثقل المثلث } ABC}$

فإن $\boxed{(BC) \text{ يشمل المنتصف } I \text{ للقطعة } [BC]}$

المجسمات

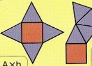
المنظور المتساوي القياس: عند تمثيل مجسم في المستوي نراعي مايلي.

- في المستوي الأمامي الأطوال تمثل بأبعاد حقيقية
- القطع غير المرئية تمثل بقطع متقطعة
- المستقيمان المتوازيان في الفضاء يمثلان بمستقيمين متوازيين
- منتصف قطعة يمثل بمنتصف القطعة المرسومة

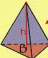


الهرم المنتظم (قاعدته مربع)

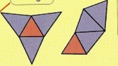
$$V=\frac{A\times h}{3}$$

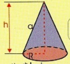


- **h** الأرتفاع
- **a** العامد
- **R** نصف قطر القاعدة
- **A** مساحة القاعدة B



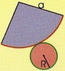
رباعي الوجوه



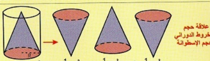


مخروط الدوران

$$V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$$



القوس باللون الأحمر والدائرة الخضراء لهما نفس الطول



علاقة حجم المخروط الدوراني بحجم الإسطوانة

$$\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^2 h + \frac{1}{3}\pi R^2 h + \frac{1}{3}\pi R^2 h$$