

# « كَيْفِيَّةُ الْمُقْطَعِ الثَّلَاثِيِّ الثَّانِي »

الْمُسْتَوَى : السَّهْلَةُ الْبَتْلَانَةُ مُتَوَسِّلَةٌ

الْمُقْطَعُ : الْمَثَلَاتُ

الْوَسَائِلُ : الْمَتَاجِجُ ، الدِّبْلُ ، الْوَيْقَةُ الْمَرَاوِقَةُ  
الْكِتَابُ الْمَدْرِي .

## الْكِفَاةُ الْمَشْهُودَةُ

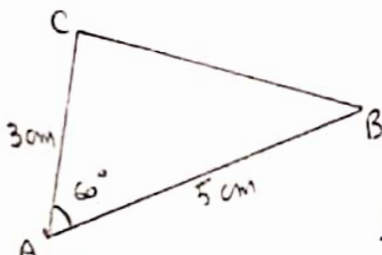
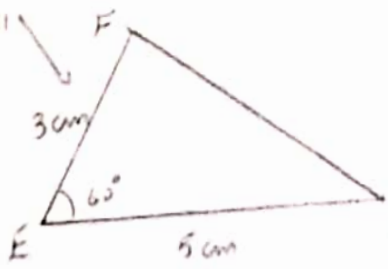
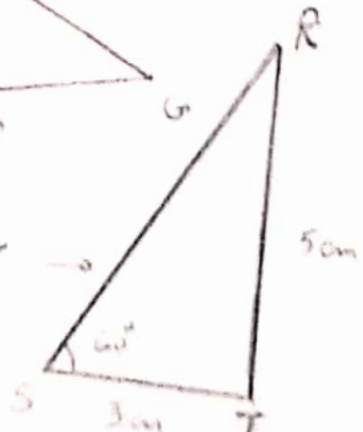
- 1- يَمْلِكُهُ مَنْ تَوَاطَّفَقَ حَالَتُ تَقَايِسِ ثَلَاثِينَ لِحُلِّ مُشْكَلاتٍ مُتَحَدِّقَةٍ .
- 2- يَبْدَأُ بِرَاهِيَةٍ بِاسْتِعْمَالِ خَوَاصِ مُسْتَقِيمِ الْمُتَصَرِّقِينَ فِي مُثْلِكَ ، وَالْمُسْتَقِيمَاتِ الْخَاصَةِ فِي مُثْلِكَ .

## الْوَصْفِيَّةُ الْإِزْطِلَاقِيَّةُ

الموارد المعرفية	المقاييس
1.24 حالات تقاييس ثلثية 1.	مفتوح
2.2 حالات تقاييس ثلثية 2.	"
3.2 حالات تقاييس ثلثية 3.	"
4.2 حالات تقاييس ثلثية قارئة 4.	"
5. إدماج جزئي	
5.2 خواص مستقيم المتصرفين في مثلث 1. و 2.	مفتوح
6.2 خواص مستقيم المتصرفين في مثلث 3.	"
7.2 معرفة واستعمال تناسبية المماس في مثلث	"
8. إدماج جزئي	
8.2 المحاور في مثلث	مفتوح
9.2 منهجيات الزوايا في مثلث	"
10.2 المنهجيات في مثلث	"
11.2 المبرهنات في مثلث	"
إدماج جزئي	
إدماج كلي	
حل وصفي لإزطلاق	

متوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	المستادة = بدرجات للثوم
المذكورة		
المعيار : أنشطة هندسية .		
المقطع التعليمي : الرياضيات		
المورد المعرفي : ساحة تقاس مثلثين (2)		
رقم "01"		

الكفاءة المستهدفة : يتمك من معرفة حالات تقاس مثلثين واستعمالها في براهين بسيطة  
الوسائل المستخدمة : السبورة  
المراجع : الكتاب، المنهاج، دليل الأستاذ، الوثيقة

المراحل	سير الدرس	التعليم	المدة
تقديم	<p><b>تذكير</b> هل يمكن إنشاء المثلث ABC في الحالة التالية :  <math>AB = 5 \text{ cm}</math> , <math>BC = 10 \text{ cm}</math> , <math>AC = 9 \text{ cm}</math>  <b>وضعية فعلية :</b>          لحظ الشكل التالي :</p> 	شاعبي المتباينة المثلثية وما العدة منها	5
تعليم	<p>1. أنشئ المثلث EFG حيث  <math>\hat{E} = 60^\circ</math> ; <math>EG = 5 \text{ cm}</math> , <math>EF = 3 \text{ cm}</math>          2. استعمل ورق الشفاف قارن بين المثلثين ABC و EFG          3. أنشئ المثلث RST حيث <math>RT = 5 \text{ cm}</math> , <math>ST = 3 \text{ cm}</math> و <math>\hat{S} = 60^\circ</math>          4. باستعمل ورق الشفاف قارن بين المثلثين ABC و RST          5. ما الفرق بين الحالتين 1 و 3          6. استنتج الحالة الأولى من تقاس مثلثين .</p> <p><b>حل الوضعية :</b></p>  	<p>المثلث EFG مع المثلث ABC</p> <p>المثلث RST مع المثلث ABC</p>	25

4. الفرق بين الحالتين 1 و 3 بهي كون الزاوية المعطاة  
محسوسة بين الضلعين المعطائين في الحالة 1 على عكس  
الحالة 3 .  
5. ... يتقاسم مثلثان ! إذا تقاسم ضلعان <sup>فيهما</sup> والزاوية  
المحسوسة بين هذين الضلعين .

### قاعدة :

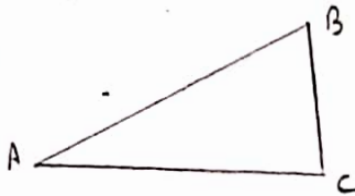
- 1- لا تشاء مثلث وحيث أن يكون طول أي ضلع أصغر من  
مجموع طولي الضلعين الآخرين :

مثال : في المثلث ABC لدينا

$$AB < AC + BC$$

$$AC < AB + BC$$

$$BC < AC + AB$$

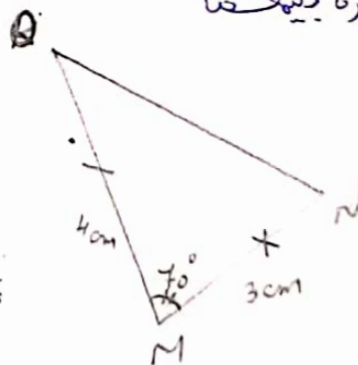
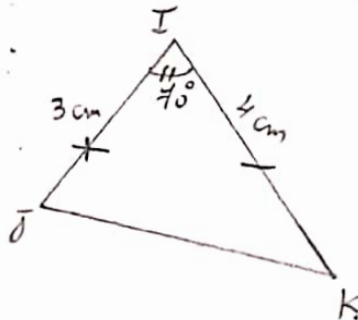


- 2- القبول عند مثلثين أنهما متقايسين معناه أنهما قابلان  
للتطابق .

### الحالة 1 :

- يتقاسم مثلثان إذا تقاسم فيهما ضلعان والزاوية  
المحسوسة بينهما

مثال :



المثلثان IJK و MNO متقايسان لأن فيهما

$$IJ = MN ; IK = OM , \hat{I} = \hat{M}$$

### تطبيق :

1. أرسم دائرة (C) نصف قطرها  $r = 3cm$  ، مركزها O .  
2. أرسم قطريين في هذه الدائرة وليكونا [AB] و [EF] .  
3. أثبت أن المثلثين AEO و FBO متقايسان .

بناء  
المعارف

إعادة  
الاستثمار



المتوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	الإشادة = بدرجات للشوم
المذكورة		
رقم		
"02"		
المورد المعرفي: حالات تقاييس مثلثين (2)		

الكفاءة المستهدفة: ليتمكن من معرفة حالات تقاييس مثلثين واستعمالهما لهما في برهان بسيط  
 الوسائل المستخدمة: الصورة المراجع: الكتاب، المتواج، دليل الأستاذ، الوثيقة المتوقعة

المراحل	سير الدرس	التقويم	الهدية
تمهيد	<p>تذكير</p> <p>ما هي الحالة الأولى لتقاييس مثلثين</p> <p>وضعية تفكيرية مقترحة:</p> <p>1. اخط السهل التالي</p> <p>2. انشئ المثلث <math>EFG</math> حيث <math>\hat{E} = 40^\circ</math>, <math>\hat{F} = 50^\circ</math>, <math>EF = 4cm</math></p> <p>3. باستعمل الورق الشفاف قارن بين المثلثين <math>EFG</math> و <math>ABC</math></p> <p>4. انشئ المثلث <math>RST</math> حيث <math>SR = 3cm</math>, <math>\hat{R} = 50^\circ</math>, <math>\hat{S} = 40^\circ</math></p> <p>5. باستعمل ورق الشفاف قارن بين المثلثين <math>RST</math> و <math>ABC</math></p> <p>6. ما الفرق بين الحالتين 2 و 4</p> <p>7. استرجع الحالة الثانية من تقاييس مثلثين</p> <p>حل الوضعية:</p> <p>2. يتطابق مع المثلث <math>ABC</math></p>		د
تعليم	<p>3. باستعمل الورق الشفاف قارن بين المثلثين <math>EFG</math> و <math>ABC</math></p> <p>4. انشئ المثلث <math>RST</math> حيث <math>SR = 3cm</math>, <math>\hat{R} = 50^\circ</math>, <math>\hat{S} = 40^\circ</math></p> <p>5. باستعمل ورق الشفاف قارن بين المثلثين <math>RST</math> و <math>ABC</math></p> <p>6. ما الفرق بين الحالتين 2 و 4</p> <p>7. استرجع الحالة الثانية من تقاييس مثلثين</p> <p>حل الوضعية:</p> <p>2. يتطابق مع المثلث <math>ABC</math></p>		د

٥. الفرق بين الحالتين هو طول الضلع المحصور بين الزاويتين  
٦. يتقايس مثلثان اذا تقايس فيهما زاويتان و الضلع المحصور بينهما

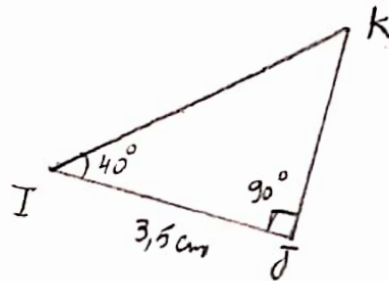
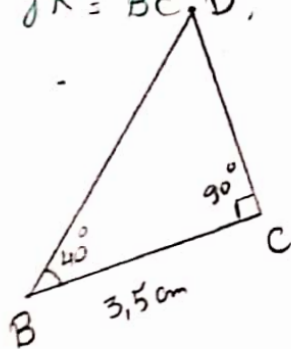
### قاعدة ٥

الحالة ٢

يتقايس مثلثان اذا تقايس فيهما زاويتان و الضلع المحصور بينهما.

بناء  
المعارف

مثال:  
المثلثان  $BCD$  و  $IJK$  متقايسان لأن فيهما:  
 $\angle K = \angle D$ ,  $\hat{B} = \hat{I}$ ,  $\hat{C} = \hat{J}$



تطبيق:

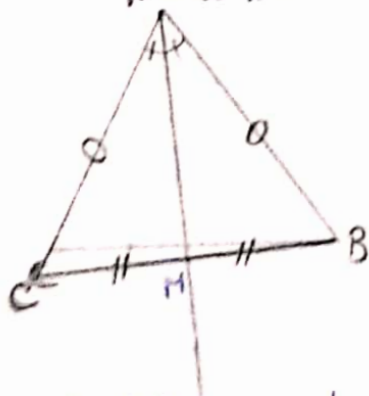
$ABC$  مثلث متساوي الساقين، رأسه  $A$  الخاسي  $A$   
[AX] منبسط الزاوية  $\hat{A}$  يقطع [BC] في  $M$ .  
- برهن ان المثلثين  $ABM$  و  $ACM$  متقايسين.

الحل:

المثلثين  $ABM$  و  $ACM$  فيهما

$$\begin{cases} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{BAM} = \hat{CAM} \end{cases}$$

وهذا المثلثان  $ABM$  و  $ACM$  متقايسان حسب الحالة ٢



إعادة  
المستحضر





4. الفرق بين الحالتين هو المثلث المضلع الثلاثة للمثلث  
5. يتقايست مثلثان إذا تقايست جميع المثلثات الثلاثة.

### معرفة 8

يتقايست مثلثان إذا تقايست المثلثات الثلاثة  
لأحدهما مع المثلثات الثلاثة للآخر

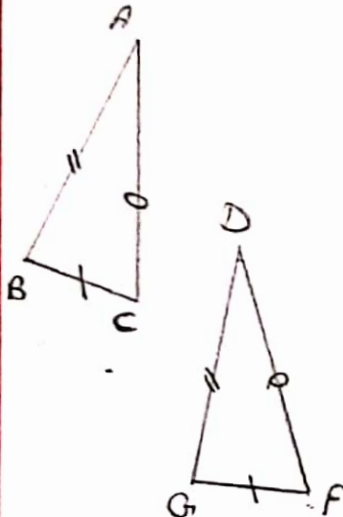
مثال

المثلثان  $ABC$  و  $DFG$  يتقايستا

$$\begin{cases} AB = DE \\ AC = DG \\ BC = FG \end{cases}$$

ومن المثلثان  $ABC$  و  $DFG$

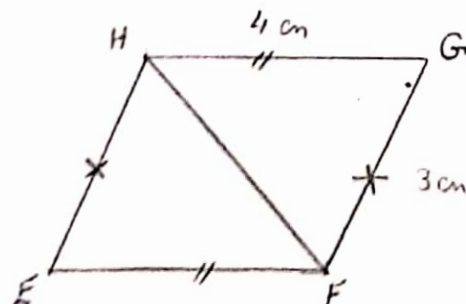
متقايستان



بناء  
المعارق

### تطبيق 8

1. ارسم متوازي أضلاع  $EFGH$  حيث  $EF = 4\text{cm}$ ;  $FG = 3\text{cm}$
2. ارسم القطر  $[HF]$ .
3. برهن أن المثلثين  $EFG$  و  $FHG$  متقايستان.



الحل 8

المثلثين  $EFG$  و  $FHG$  يتقايستا  
 $\begin{cases} (1) \text{ } EF \parallel HG \text{ (أضلاع متوازية)} \\ (2) \text{ } EH \parallel FG \text{ (أضلاع متوازية)} \\ (3) \text{ } [HF] \text{ ضلع مشترك} \end{cases}$

وبالتالي المثلثان  $EFG$  و  $FHG$  متقايستان حسب الحالة الثالثة

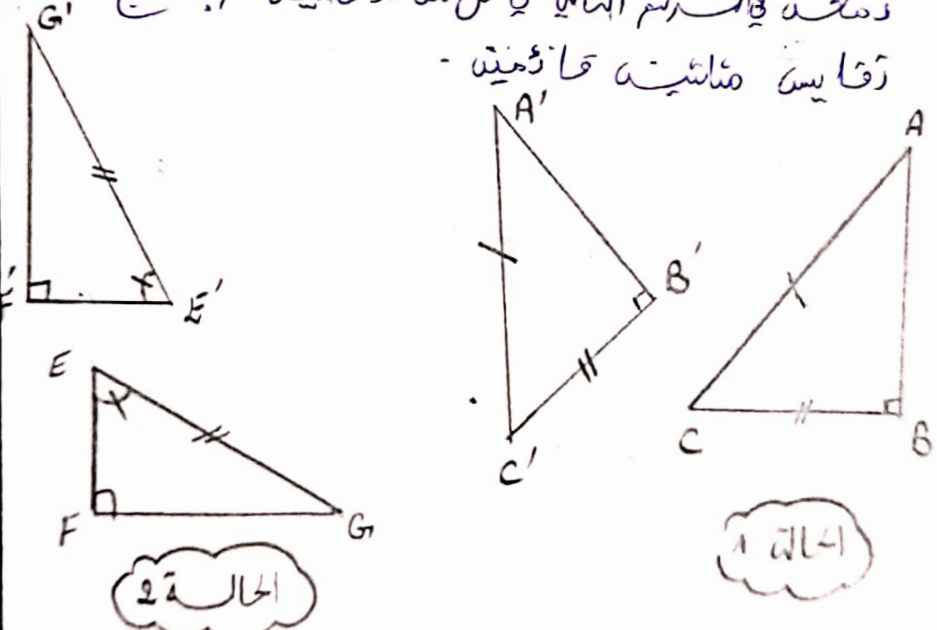
رابعه مثلي، ت 4 ص 44.

خطوط  
الحالة  
الضلع  
تقايست  
مثلثين

إعادة  
المستطابق

المتوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	الإشادة = بدرجات كلشوم
المذكورة رقم "04"	الميدان : أنشطة هندسية .	
	المقطع التعليمي : المثلثات	
	المورد المعرفي : حالات تقايس مثلثين قائمين .	

الكفاءة المستهدفة : تيمكنه من معرفة حالات تقايس مثلثين قائمين ، واستعمالها في براهين بسيطة .  
الموسائل المستخدمة : السيرة ، المراجع : الكتاب ، المنهج ، دليل الأستاذ ، الوثيقة

المراحل	سير الدرس	التعويم	الهدية
تمهيد وتعلم	<p>تذكير تذكير بالحالات الثلاثة لتقايس مثلثين وهي مقترحة :</p> <p>تمهيد في الرسم التالي في كل من الحالتين ثم استنتج قاعدة تقايس مثلثين قائمين .</p> 	<p>النتج الحالتين تقايس مثلثين قائمين</p>	<p>25</p> <p>46</p>

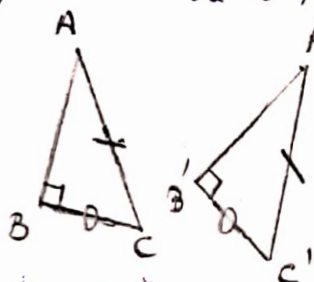


## قاعدة 8

- 1- يتقايس مثلثان قائمان، إذا تقايس وترهما وزاوية حادة.
- 2- يتقايس مثلثان قائمان، إذا تقايس ضلعان من المثلث الأول مع ضلعان من المثلث الثاني.

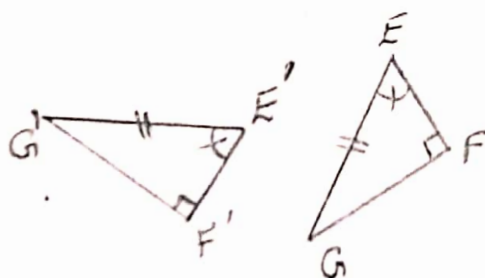
### مثال

1- المثلثين  $ABC$  و  $A'B'C'$  متقايسان لأن فيهما



$$\begin{cases} AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

2- المثلثين القائمين  $EFG$  و  $E'F'G'$  متقايسان لأن فيهما



$$\begin{cases} EG = E'G' \\ \hat{E} = \hat{E}' \end{cases}$$

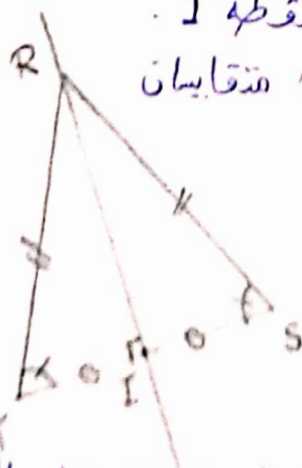
### تطبيق

$RST$  مثلث متساوي الساقين، رأسه  $R$  أناسي  $R$ .

مصدر الضلع  $[TS]$  يقطع في نقطة  $I$ .

برهن أن المثلثين  $RTI$  و  $RSI$  متقايسان.

### الحل



المثلثين  $RTI$  و  $RSI$  فيهما:

$$\begin{cases} TR = RS \\ \hat{T} = \hat{S} \end{cases}$$

(ساقان متساويتان) (زاويتان متساويتان)

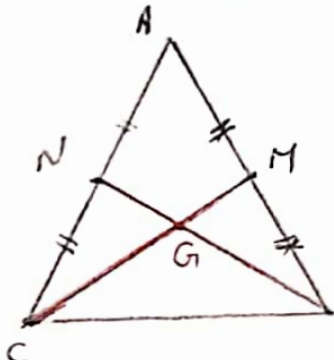
∴ المثلثان  $RTI$  و  $RSI$  متقايسان الحالة 1 (زاويتان متساويتان)

إعادة  
المستطاع

طابع  
المثلثين  
 $RST$   
و  
 $RTI$

المذكرة	متوسطة	المستوى : الثالثة متوسط	الإشادة : بديان كلثوم
رقم	المقطع التعليمي : المثنائات		
" 05 "	إدماج جزئي		

الدقاة المشهدة : يتكلم مع تطبيق قواعد تقايس مثلثات .

المذكرات	الحلول
<p><b>التصديق الأول :</b></p> <p><math>ABC</math> مثلث متساوي الساقين رأسه <math>A</math>          - <math>M</math> منتصف <math>[AB]</math> و <math>N</math> منتصف <math>[AC]</math>  <math>[AM] = [AN]</math></p> <p>1- برهن أن المثلثين <math>BMN</math> و <math>CNM</math> متقايسان ؟</p> <p>2- برهن أن المثلثان <math>ABN</math> و <math>ACM</math> متقايسان ؟</p> <p>3- استنتج أن المثلثان <math>BMN</math> و <math>CNM</math> متقايسان ؟</p> <p>4- ما نوع المثلث <math>BCN</math> ؟</p>	<p><b>الحل :</b></p>  <p>أدنا <math>M</math> منتصف <math>[AB]</math> أي <math>AM = MB</math>  <math>N</math> منتصف <math>[AC]</math> أي <math>AN = NC</math>          وكون <math>ABC</math> مثلث متساوي الساقين          فإن <math>AM = MB = AN = NC</math>          1- البرهان أن <math>BMN</math> و <math>CNM</math> متقايسان          المثلثان <math>BMN</math> و <math>CNM</math> فيهما =  <math>\left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \text{ (لأنهما زاويتا القاعدة)} \\ MB = NC \text{ (من المعطيات)} \\ BC \text{ ضلع مشترك} \end{array} \right.</math>          ومنه المثلثان <math>BMN</math> و <math>CNM</math> متقايسان          حسب الحالة (1)          2- البرهان أن <math>ABN</math> و <math>ACM</math> متقايسان          المثلثان <math>ABN</math> و <math>ACM</math> فيهما =  <math>\left\{ \begin{array}{l} AB = AC \text{ (من المعطيات)} \\ AM = AN \text{ (من المعطيات)} \\ \hat{A} \text{ زاوية مشتركة} \end{array} \right.</math></p>

وهذه المثلثان  $ACM$  و  $ABN$  متقايسان حسب

الحالة (1) -

3- استنتاج ان المثلثين  $BMC$  و  $CNC$  متقايسان  
المثلثان  $BMC$  و  $CNC$  فيهما -

$$\hat{N}C = \hat{M}B \text{ بهمانا.}$$

$$\hat{B}N = \hat{C}M \text{ بهمانا.}$$

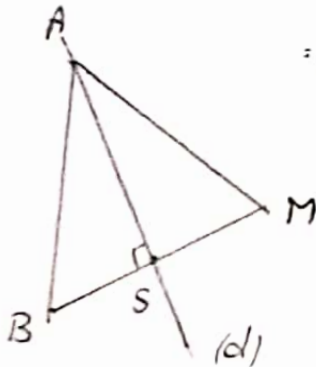
$$NB = MC \text{ استنتاجا}$$

وهذه المثلثان متقايسان حسب الحالة (2)

4- نوع المثلث  $CBG$  متساوي الساقين -

الحل =

1- الرسم =



طالدينا  $AMS$  و  $ABS$  مثلثان قائمان

لان (d) يسير المثلث  $[BM]$

وبالتالي المثلثان  $AMS$  و  $ABS$  فيهما

ضلع مشترك  $AS$

(لان  $AM = AB$  متقايسان فيهما)

وهذه المثلثان  $AMS$  و  $ABS$  متقايسان

حسب الحالة الخاصة لذلك قائم.

التمرين الثاني =

$AMB$  مثلث متقايس الاضلاع (d) هو

محور المثلث  $[BM]$  يقطع في النقطة

S

1- ارسم الشكل -

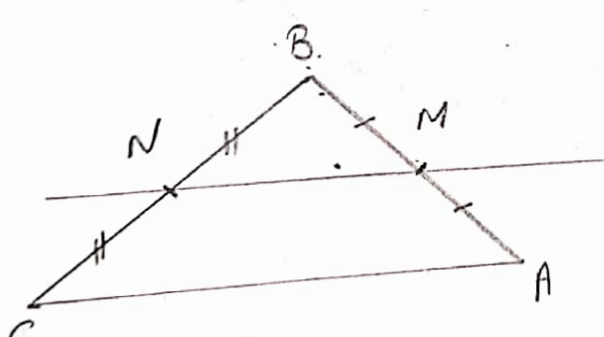
2- اثبت ان المثلثين  $AMS$  و  $ABS$

متقايسان -



متوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	الإشادة = بدرجات كلثوم
المذكورة	المعيرات = أنشطة هندسية	
رقم	المقطع التعليمي = المثلثات	
"06"	المورد المعرفي = خواص مستقيمتين متصديقتين في مثلث (1) و (2)	

الكفاءة المستهدفة = نتمكن من معرفة خواص مستقيمتين متصديقتين في مثلث و توصيفها في براهين  
الموسائل المستخدمة = السيرة  
المراجع = الكتاب، المنهاج، دليل الأستاذ، الوثيقة

المراحل	سير الدرس	التقويم	الهدية
وضعية تعلم	<p><b>وضعية تخلصية مقترحة :</b></p> <p>ABC مثلث حيث : <math>BC = 5\text{cm}</math> ; <math>AB = 4\text{cm}</math> ; <math>AC = 4\text{cm}</math> و M منتصف [AB] و N منتصف [AC].</p> <p>1- ما هي وضعية المستقيمتين (MN) و (BC) 2- قس الطولتين MN و BC ثم قارن بينهما.</p> <p><b>الحل :</b></p>  <p>1- وضعية المستقيمتين (MN) و (BC) هي مستقيمتان متوازيتان.</p> <p>2- <math>MN = 3,5\text{cm}</math> و <math>BC = 7\text{cm}</math> لذا <math>BC &gt; MN</math> و <math>BC = 2MN</math></p>	استنتاج خواص لـ مستقيمتين متصديقتين	25

## قاعدة ٤

نستقيم المنتصرين في مثلث ٤  
 خاصية ١ : في مثلث إذا شغل مستقيمين متصرفين  
 متوازيين فإنه يوازي حامل الضلع الثالث .  
 خاصية ٢ : في مثلث طول القطعة الواصلة بين  
 متصرفي ضلعين يساوي نصف طول الضلع الثالث .

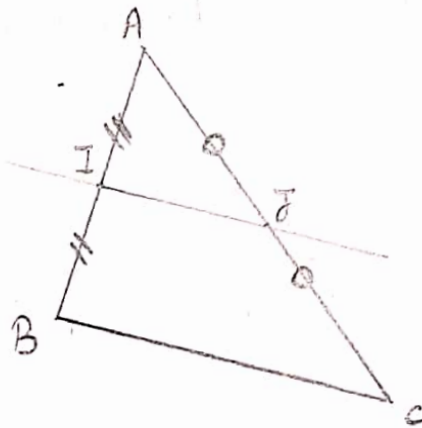
بناء  
المعارف

مثال : لدينا  $I$  منتصف  $[AB]$  و  $J$  منتصف  $[AC]$

وبالتالي :

$$(IJ) \parallel (BC)$$

$$IJ = \frac{1}{2} BC$$



تمرية :  $ABC$  مثلث بحيث  $BC = 5cm$

$E$  نقطة  $A$  بالنسبة للنقطة  $B$  و  $F$  نقطة  $A$  بالنسبة للنقطة  $C$

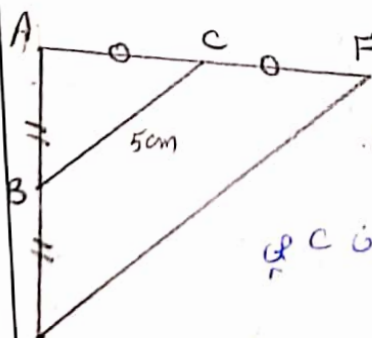
١. أثبت أن  $(EF) \parallel (BC)$

٢. احسب  $EF$

إعادة  
الاستعارة

توطيق  
تتواص  
مستقيمين  
المنتصرين

٢٥



الحل :

١. اثبات أن  $(EF) \parallel (BC)$

بما أن  $E$  نقطة  $A$  بالنسبة إلى  $B$  فإن

$B$  منتصف  $[AE]$

وبما أن  $F$  نقطة  $A$  بالنسبة إلى  $C$  فإن  $C$  هي

منتصف  $[AF]$

وبالتالي  $(EF) \parallel (BC)$  حسب الخاصية ١ للمستقيمين المنتصرين

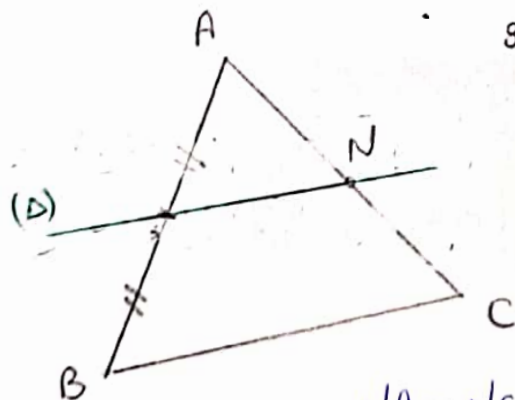
٢. احسب  $EF$  = لدينا

$$EF = 2BC \quad \text{وهذا} \quad EF = 2 \times 5 = 10cm$$

متوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	الإشادة = بدر بيان كلثوم
المذكورة	الميدان : أنشطة هندسية .	
رقم	المقطع التعليمي : المنشآت	
"04"	المورد المعرفي : قائمة قيم المنتصرين في مثلث (3). (الخامسة العاشرة)	

الكفاءة المستهدفة : يتمكن من معرفة خاصية مستقيم المنتصرين في مثلث، وتطبيقها في برهان بسيطة  
المسائل المستخدمة : السيرة  
المراجع : الكتاب، المنهاج، دليل الأستاذ، الوثيقة المرفقة

المراحل	سير الدرس	التقويم	الهدية
تمهيد	<p><b>تذكير :</b></p> <p>التذكير بخامسيتين مستقيمتين المنتصرين 1 و 2 .</p> <p><b>وضعية تعلمية مقترحة :</b></p> <p>1 - <math>ABC</math> مثلث كروي .</p> <p>2 - <math>M</math> من منتصف <math>[AB]</math> .</p> <p>3 - انشئ المستقيم <math>(\Delta)</math> الذي يمس <math>M</math> ويوازي <math>[BC]</math> .</p> <p>ويقطع <math>(AC)</math> في <math>N</math> .</p> <p>4 - رقق أن <math>NA = NC</math> .</p> <p>5 - ماذا نقول عند <math>N</math> بالنسبة إلى <math>[AC]</math> ؟</p> <p><b>حل الوضعية :</b></p> <p>1 -</p> <p>2 -</p> <p>3 -</p> <p>4 - "لاحظ حقا أنه <math>NA = NC</math>"</p> <p>5 - نقول عند <math>N</math> أنها منتصف الوتر <math>[AC]</math> .</p>	<p>التذكير</p> <p>بالمكتسبات</p> <p>القيمية</p>	<p>5 د</p> <p>25 د</p>





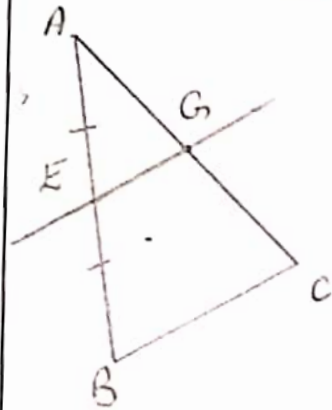
## قاعدة 8

مستقيمين المنتصفين في مثلث 8  
خاصية 3 : في مثلث ، إذا شغل مستقيمين منتصفي  
أحد أضلاعه وكان **موازيًا** لأضلع ثاني ، فإن  
يقطع الضلع الثالث في **منتصفه** .

بناء  
المحارف

15 د

## مثال 8



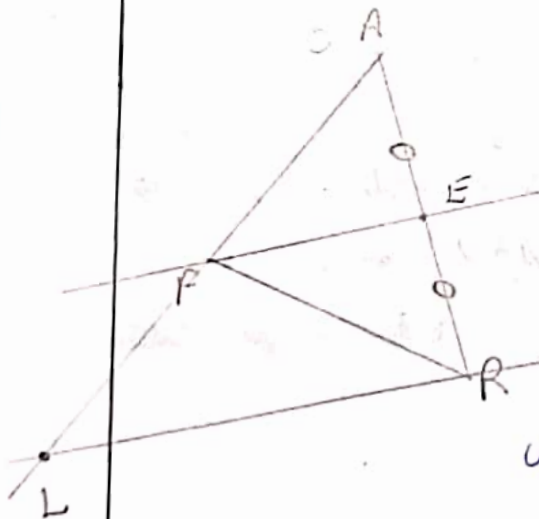
لدينا  $E$  منتصف  $[AB]$  و  
 $(EG) \parallel (BC)$  و  $G$   
منتصف القوس  $[AC]$  .

## تطبيق 8

- 1-  $FAR$  مثلث و  $F$  منتصف  $[RA]$  .
- 2- ارسم المستقيمين الذي يشمل  $R$  ويكون  $(EF)$  حيث يقطع  $(AF)$   
في النقطة  $L$  .
- 3- أثبت ان النقطة  $F$  هي منتصف  $[AL]$  .

15 د

## الحل 8



في المثلث  $ARL$  لدينا  
 $E$  منتصف  $[AR]$  و  
 $(FL) \parallel (AR)$  و  $F$   
 $(FL)$  يشمل منتصف  $[AL]$   
وعليه  $F$  منتصف  $[AL]$  حسب  
الخاصية 3 لمستقيمين المنتصفين

إعادة  
الاستدلال

المتوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	الإشادة = بدرجات لثوم
الميدان : الهندسة هندية		
المقطع التعليمي : المثلثات		
المورد المعرفي : معرفة واستعمال تناسبية الأطوال لإثبات مثلثين		

المذكورة  
رقم  
"08"

الكفاءة المستهدفة : نتمكن من معرفة خواص الأطوال و حساب طول قطعة .  
المراجع : الكتاب ، المنهج ، دليل الأستاذ ، الوثيقة المتداولة

المرحلة	سير الدرس	التدعيم	الهدية
تمهيد	<p><b>تذكير :</b> أوجد قيمة العدد <math>x</math> في كل حالة من الحالات الآتية .</p> $\frac{1}{x} = \frac{12}{5} ; \frac{x}{5} = \frac{8}{10} ; \frac{7}{2} = \frac{x}{6}$ <p><b>وضعية لعلمية مقترحة :</b> في الشكل التالي ، النقطة <math>M</math> تنتمي إلى القطعة <math>[AB]</math> و <math>N</math> تنتمي إلى القطعة <math>[AC]</math> و <math>(MN) \parallel (BC)</math></p> <p>1. قم بقياس أطوال القطع <math>[AB]</math> و <math>[AM]</math> ثم أعط قيمة <math>\frac{AM}{AB}</math></p> <p>2. قم بقياس أطوال القطع <math>[BC]</math> و <math>[MN]</math> ثم أعط قيمة <math>\frac{MN}{BC}</math></p> <p>3. قم بقياس أطوال القطع <math>[AC]</math> و <math>[AN]</math> ثم أعط قيمة <math>\frac{AN}{AC}</math></p> <p>4. ماذا تلاحظ ؟</p> <p><b>حل الوضعية :</b></p> <p>1/ <math>AM = 2 \text{ cm}</math> و <math>AB = 4 \text{ cm}</math> ، <math>\frac{AM}{AB} = 0,5</math></p> <p>2/ <math>MN = 2,5 \text{ cm}</math> و <math>BC = 5 \text{ cm}</math> ، <math>\frac{MN}{BC} = 0,5</math></p> <p>3/ <math>AN = 1,5</math> و <math>AC = 3 \text{ cm}</math> ، <math>\frac{AN}{AC} = 0,5</math></p>	<p>أيق يتم سل معادلة هذا التمثيل <math>\frac{x}{a} = b</math></p>	10
وضعية تعلم			20

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

4 - نلاحظ أنه

## قاعدة 8

في مثلث ABC، إذا كانت M نقطة من [AB] و N نقطة من [AC] بحيث

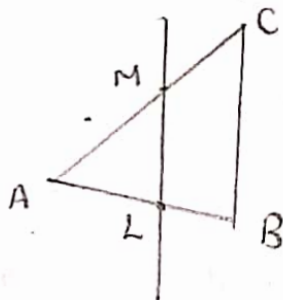
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{فيكون} \quad (MN) \parallel (BC)$$

مثال 8

بما أن L و M من [AB] و [AC] على الترتيب.

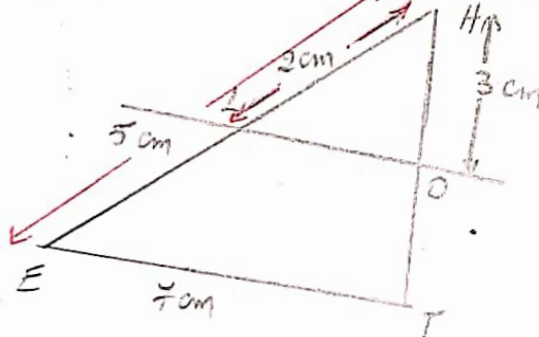
و  $(LM) \parallel (BC)$  فإن

$$\frac{AL}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{LM}{BC}$$



تطبيق 8 في الشكل المرفوق لدينا  $(OL) \parallel (TE)$

احسب HT و OL



يطبق  
خاصية  
تناسبية  
الخطوط  
في مثلث

إعداد  
المستشار

الحل 8

في المثلث HTE لدينا  $(OL) \parallel (TE)$  و  $OL \in [HT]$  و  $LE \in [HE]$  وبالتالي حسب خاصية تناسبية الخطوط في مثلث لدينا

$$\frac{OH}{HT} = \frac{HL}{HE} = \frac{OL}{TE}$$

$$\frac{3}{HT} = \frac{2}{5} = \frac{OL}{7}$$

$$HT = 4,5 \text{ cm} \quad \text{أي} \quad HT = \frac{5 \times 3}{2} = 7,5 \quad 2 \times HT = 3 \times 5$$

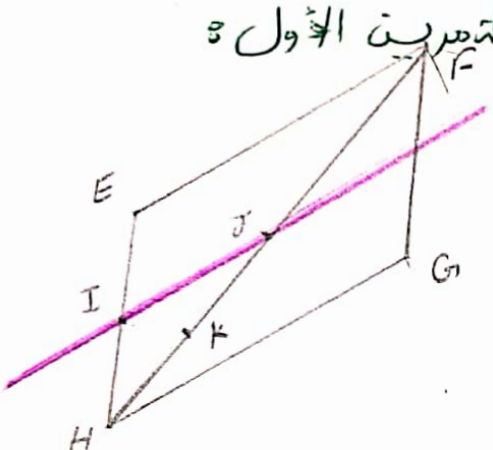
$$OL = 2,8 \text{ cm} \quad \text{أي} \quad OL = \frac{2 \times 7}{5} = 2,8 \quad 5 \times OL = 2 \times 7$$

واحد مشترك 18, 19 من 143



المذكورة	متوسطة	المستوى : الثالثة متوسط	الإشادة : بدران كلثوم
رقم	المقطع التعليمي : المثلثات		
"09"	إدماج جزئي		

المقابلة المستهدفة : - يمكن من تطبيق خاصية مستقيم المنتصفين  
- يمكن من تطبيق الخاصية العكسية لمستقيمين المنتصفين.  
- يمكن من استنتاج تناسبية الأطوال في مثلثين.

المذكرات	الحلول
<p>التمرين الأول :</p> <p><math>EFGH</math> متوازي أضلاع، <math>I</math> منتصف <math>[HE]</math> و <math>J</math> منتصف <math>[FH]</math>.</p> <p>1. اذكر هذا الشكل.</p> <p>2. أثبت أن <math>(IJ)</math> يشمل منتصف <math>[FG]</math>.</p> <p>3. علما أن النقطة <math>K</math> هي منتصف <math>[HJ]</math> أثبت أن <math>HK = \frac{1}{4} HF</math></p>	<p>حل التمرين الأول :</p>  <p>5. اثبات أن <math>(IJ)</math> يشمل منتصف <math>[FG]</math>.</p> <p>- لدينا في المثلث <math>FGH</math> المستقيم <math>(IJ)</math> يوازي القطع <math>(GH)</math> وينصف القطع <math>(FH)</math> ومنه حسب النظرية العكسية لمستقيمين المنتصفين فإن <math>(IJ)</math> يشمل منتصف <math>[FG]</math>.</p> <p>3. اثبات أن <math>HK = \frac{1}{4} HF</math></p> <p>لدينا <math>J</math> منتصف <math>[FH]</math> ومنه <math>HJ = \frac{1}{2} HF</math> (1) و <math>K</math> منتصف <math>[HJ]</math> ومنه <math>HK = \frac{1}{2} HJ</math> (2) من (1) و (2) نجد <math>HK = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} HF \right) = \frac{1}{4} HF</math></p> <p>حل التمرين الثاني :</p> <p>1. حساب الأطوال : لدينا في المثلث <math>ABC</math>، <math>N \in [AB]</math> و <math>M \in [AC]</math> و <math>(MN) \parallel (BC)</math> أي <math>\Delta \parallel (BC)</math></p> <p><math>ABC</math> مثلث حيث <math>AC = 5cm</math> ; <math>BC = 4cm</math> ; <math>AB = 6cm</math>. (د) مستقيم يوازي <math>(BC)</math> ويقطع القطع <math>[AB]</math> في <math>N</math> و <math>[AC]</math> في <math>M</math> حيث <math>AN = 2cm</math>.</p>

و منه حسب خاصية تناسبية الأطوال  
في مثلث متشابه فإن،

$$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{AM}{5} = \frac{MN}{4}$$

وعليه :  $\frac{MN}{4} = \frac{2}{6}$

$$MN = 1,33 \text{ cm} \quad \text{أو} \quad MN = \frac{2 \times 4}{6}$$

$$AM = 1,67 \text{ cm} \quad \text{أو} \quad AM = \frac{2 \times 5}{6}$$

$$AC = AM + CM$$

$$CM = AC - AM = 5 - 1,67 \Rightarrow CM = 3,33 \text{ cm}$$

حل التمرين الثالث

أولاً لدينا [AE] قطر للدائرة (E) وبالتالي

OE = AO وعليه O منتصف [AE]

• [AD] قطر للدائرة (D) وبالتالي

AO' = O'D وعليه O' منتصف [AD]

ثانياً لدينا في المثلث AED

O منتصف [AE] و O' منتصف [AD]

و منه حسب خاصية متساويين المستقيمين

فإن (OO') // (DE)

استنتاج الحل = ED

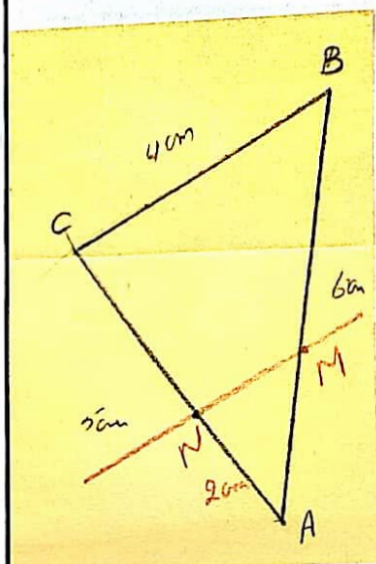
أيما أن O ∈ [AE] و O' ∈ [AD]

$$OO' = \frac{1}{2} ED \quad \text{فإن} \quad (OO') // (ED)$$

وعليه ED = 2OO'

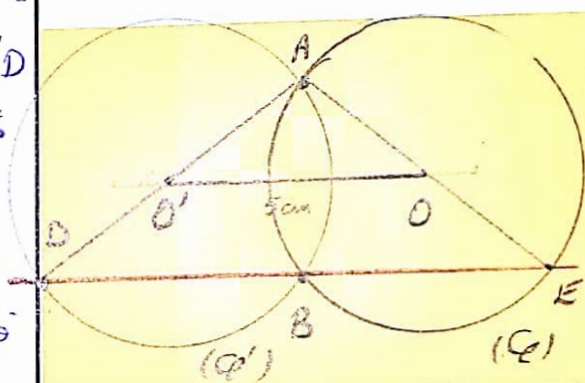
$$ED = 2 \times 5 \quad \text{أو} \quad \underline{ED = 10 \text{ cm}}$$

الحسب أطوال AM, CM, MN



التمرين الثالث

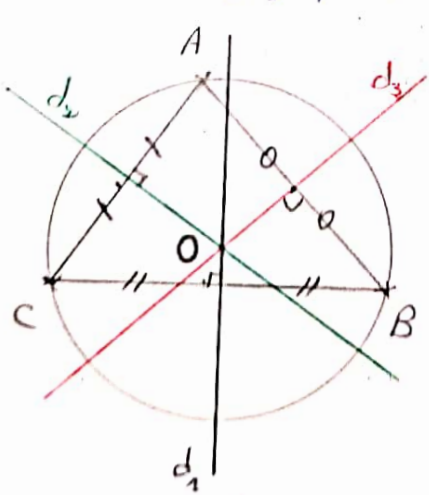
ت 13 ص 143





المتوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	الإشادة = بدرجات كلشوم
المذكورة رقم "10"	المحركات : أنشطة هندسية ..	
	المقطع التعليمي : المثلثات	
	المورد المعرفي : المحاور في مثلث	

الكفاءة المستهدفة : يكتسب ما يعرفه خواص المحاور في مثلث واستعمالها في براهين بسيطة  
المصادر المستخدمة : السيرة  
المراجع : الكتاب، المتابع، دليل الأستاذ، الوثيقة

المراحل	سير الدرس	التقويم	المدة
تمهيد	<p><b>تذكير :</b>          لثلاث <math>[AB]</math> و <math>(D)</math> محورها : أنتم مايلي :          - إذا كانت <math>M</math> تنتمي إلى <math>(D)</math> فإن :          - إذا كانت <math>OA = OB</math> فإن :  <b>و حقيقية مقترحة :</b>  <math>ABC</math> مثلث كوفي، <math>(d_1)</math> و <math>(d_2)</math> محورا الزوايا <math>[AB]</math> و <math>[AC]</math>          على التوالي و يتقاطعا في النقطة <math>O</math>.          1- أنشئ الشكل.          2- اشرح لماذا <math>OA = OB</math> و <math>OA = OC</math>          3- استنتج أن النقطة <math>O</math> تنتمي إلى محورا الزوايا <math>[BC]</math>.          4- ماذا فلا حظ فيما يخص المحاور الثلاث .          5- تأخذ أن النقطة <math>O</math> هي مركز الدائرة التي تسط النقطة <math>A, B, C</math> ونصف قطرها <math>OA</math> ثم أرسها .  <b>حل الوهمية :</b>          1- الرسم .          2- <math>OA = OC</math> لأن <math>O</math> هي نقطة          من محورا <math>[AC]</math>  <math>OA = OB</math> لأن <math>O</math> هي نقطة          من محورا <math>[AB]</math>          3- الاستنتاج :          لدينا <math>OA = OB</math> و <math>OA = OC</math> عليه <math>OB = OC</math></p>	<p>التذكير          بتعريف          محور          قطعة          مستقيمة</p>	5د
وهيئة تخلص			25د



ومنه  $O$  متساوية، المسافة عن طرفي القطعة  $[BC]$

نقطة تنتمي إلى محورها.

4- محاور المثلث  $ABC$  تتلاقح في نقطة واحدة.

5- المصادف:

النقطة  $A, B, C$  تبعه بنفس المسافة عن النقطة  $O$  أي

انها تنتمي إلى دائرة مركزها  $O$  ونصف قطرها  $OA$  أو

$OB$  أو  $OC$ .

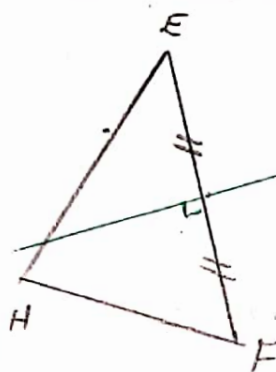
نسمة هذه الدائرة بالدائرة المحيطة بالمثلث

قاعدة 8

المحاور في مثلث 8

محور ضلع في مثلث هو المستقيم

العمودي على هذا الضلع في منتصفه



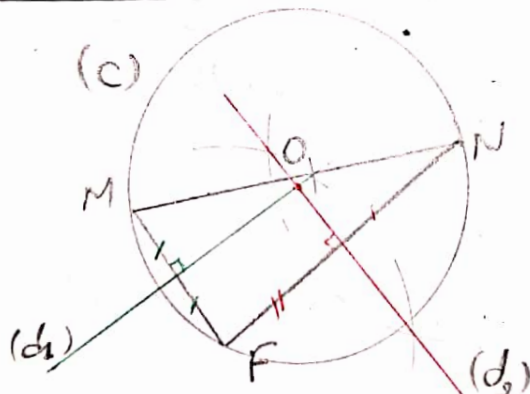
خاصية 8

محاور أضلاع مثلث تتقاطع في نقطة واحدة

تسمى نقطة تلاقي المحاور وهي مركز الدائرة

المحيطة بهذا المثلث

مثال 8



تطبيق 8

رسم محدد دائرة بواسطة قطعة نقدية وأراد ان يجد

مركزها ساعده في ذلك.

بناء  
المحاور

إعادة  
الاستثمار

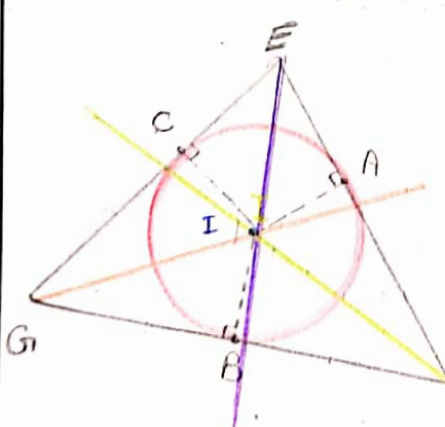
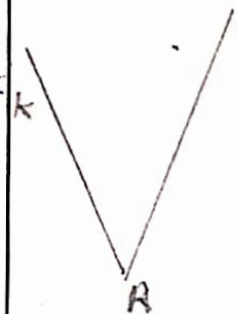
15

15

متوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	الإشادة = بدرجات كل ثوم
المذكورة	المعيران = أنشطة هندسية ..	
رقم	المقطع التعليمي = المثلثات	
"11"	المورد المعرفي = منصقات الزوايا في مثلث	

الكفاءة المستهدفة = تيمك من معرفة خواص منصقات زوايا المثلث واستقل في البراهين  
الموسائل المستخدمة = السيرة  
المراجع = الكتاب، المنهج، دليل الأستاذ، الوثيقة

المراحل	سير الدرس	التعويض	المدّة
تجهيد	<p><b>تذكير :</b></p> <p>1. أنشئ منصف الزاوية <math>\widehat{KAL}</math> وليكن <math>(AX)</math> <math>L</math></p> <p>2. ليكن <math>M</math> نقطة من <math>(AX)</math></p> <p>3. أنشئ <math>H</math> الممسقط العمودي لـ <math>M</math> على <math>(AK)</math></p> <p>4. " " " " <math>S</math> " " " <math>M</math> على <math>(AL)</math></p> <p>بيّن أن <math>HM = SM</math>.</p> <p><b>وضعية تفحصية مقترحة :</b></p> <p>1. <math>FGH</math> مثلث كروي</p> <p>2. أنشئ منصف الزاوية <math>\widehat{F}</math> و <math>\widehat{G}</math>.</p> <p>ليكن <math>I</math> نقطة تقاطع هاتين المنصقتين و <math>A, B, C</math> هي المساقط العمودية لـ <math>I</math> على <math>(FG)</math> و <math>(GH)</math> و <math>(GA)</math> على التوالي</p> <p>3. بين أن المنصف الثالث يمر من <math>I</math>.</p> <p>4. رتّب أن <math>A, B, C</math> تنتمي إلى الدائرة التي مركزها <math>I</math>.</p> <p>5. ماذا يمكنك القول عن منصقتان زوايا مثلث.</p> <p><b>حل الوضعية :</b></p> <p>3. التبرير :</p> <p>بما أن <math>I</math> نقطة من منصف الزاوية <math>\widehat{F}</math> فإن <math>IC = IA</math></p> <p>وبما أن <math>I</math> نقطة من منصف الزاوية <math>\widehat{G}</math> فإن <math>IB = IA</math></p> <p>و من <math>IA = IB = IC</math> و عليه <math>IB = IC</math></p>	<p>ما هو مفهوم زاوية كيف يتم رسم المنصف</p> <p>ماذا تمثل القطع <math>[IA]</math> و <math>[IB]</math> و <math>[IC]</math> بالنسبة للدائرة</p>	<p>10د</p> <p>25د</p>





و منه فان  $I$  نقطة تبعد بنفس المسافة عن كل من  
الزاوية  $G$  و  $M$  فهي تنتمي الى منصفها .

4- بما ان  $IA = IB = IC$  فان الدائرة  $(C)$  تحس

اتقاطع المثلث  $EFG$  في النقط  $A, B, C$  .

5 - متصفات زوايا مثلث تتلاقى في نقطة واحدة  
وهي مركز الدائرة المحاسية للمثلث .

### قاعدة :

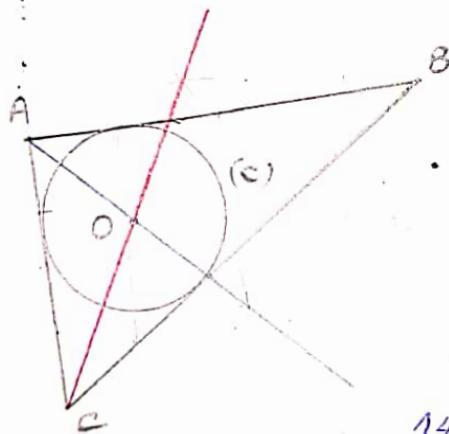
#### المتصفات في مثلث :

متصف زاوية هو نصف المحسقيم الذي يشغل رأس هذه  
الزاوية و يقسمها الى زاويتين متتامتين .

#### خاصية :

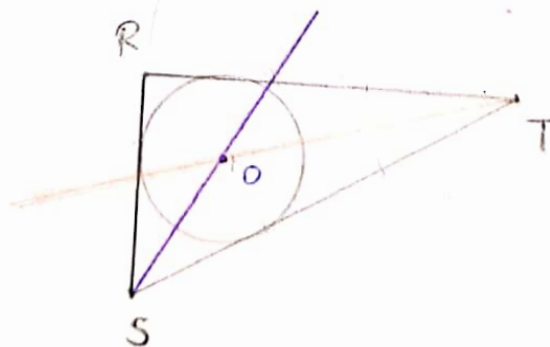
متصفات زوايا مثلث تتقاطع في نقطة واحدة  
تسمى نقطة تلاقي المتصفات وهي مركز الدائرة  
المحاسية للمثلث ( هذه الدائرة  
مرسومة داخل المثلث )

#### مثال :



$O$  نقطة تلاقي المتصف  
وهي مركز الدائرة المحاسية  
للمثلث

تطبيق : 144 ص 24



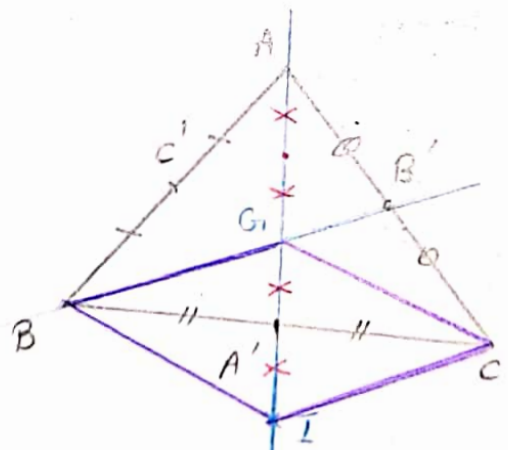
بناء  
المعارف

إعادة  
الاستثمار



المتوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	المعادلة = بدرجات كل شئ
المذكورة رقم "12"	المعيران : أنشطة هندسية ..	المقطع التعليمي : المثلثات
	المورد المعرفي : المتوسطات في مثلث	

الكفاءة المستهدفة : تملكه معرفة خواص المتوسطات في مثلث واستعمالها في البراهين  
الموسائل المستخدمة : السيرة  
المراجع : الكتاب، المنهاج، دليل الأستاذ، الوثيقة المرفقة

المراحل	سير الدرس	التمهيد
التمهيد	<p><b>تذكير</b> التذكير بدرس مستقيم المنتصفين في مثلث . <b>ومنهية مقترحة :</b> ABC مثلث كروي، <math>C', B', A'</math> منتصفات <math>[AB], [AC], [BC]</math> على الترتيب ; <math>G</math> نقطة تقاطع <math>(AA'), (BB')</math>. 1 - انشاء الشكل . 2 - عند النقطة <math>I</math> نظيرة <math>A</math> بالنسبة إلى <math>G</math> . 3 - بين أن الرباعي <math>BICG</math> متوازي أضلاع 4 - استج ان متوسطات المثلث <math>ABC</math> تتلاقى في النقطة <math>G</math> . 5 - يهركون <math>A'G = \frac{1}{3} AA'</math> و <math>A'G = \frac{1}{2} AG</math> <b>حل الوضعية :</b></p>	تذكير بالمثلثات القبلية
وهمية تعلم	 <p>3 - إثبات أن <math>BICG</math> متوازي أضلاع . - نعتبر المثلث <math>ACI</math> : لدينا <math>B'</math> منتصف <math>[AC]</math> و <math>G</math> هي منتصف <math>[AI]</math> (لأن <math>I</math> نظيرة <math>A</math> بالنسبة إلى <math>G</math>) و منه حسب خاصية مستقيم المنتصفين فإن <math>(B'G) \parallel (IC)</math> أي <math>(BG) \parallel (IC)</math></p>	عرف متوازي الأضلاع

و يتقاس الطريقة نبرهن أن  $(BI) \parallel (CG)$   
 و عليه الرباعي  $BICG$  متوازي أضلاع و عاية  $A'$   
 هو منتصف القطر  $[GI]$ . إذن  $GA' = \frac{1}{2} GI$   
 و نعلم أن  $GI = GA$  إذن  $GA' = \frac{1}{2} GA$

و يتقاس الطريقة نبرهن أن  $GB' = \frac{1}{2} GB$  و  $GC' = \frac{1}{2} GC$   
 5- نستنتج من هذا أن في المثلث الذي مركز ثقلته  $G$ :

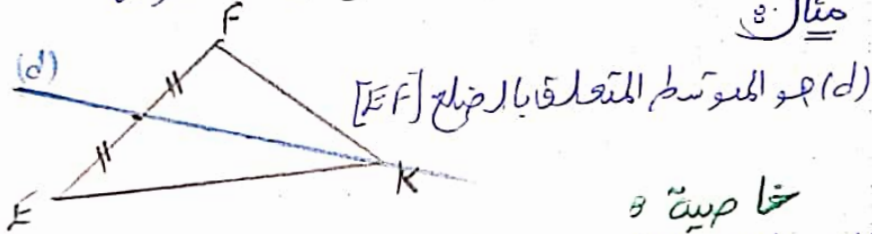
$$GA' = \frac{1}{3} AA', \quad GC' = \frac{1}{3} CC', \quad GB' = \frac{1}{3} BB'.$$

### قاعدة 5

المتوسطات في مثلث

المتوسط في مثلث هو مستقيم يشمل رأس من رؤوس المثلث و منتصف القطع المقابل لهذا الرأس.

مثال:



خاصية

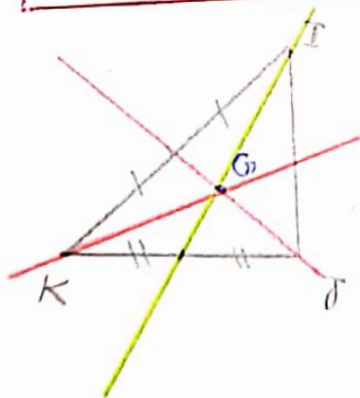
المتوسطات الثلاثة في مثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمى نقطة تلاقي المتوسطات أو مركز ثقل المثلث.

\* في مثلث  $ABC$  نقطة تلاقي المتوسطات  $G$  تحقق:

$$GA' = \frac{1}{3} AA', \quad GB' = \frac{1}{3} BB', \quad GC' = \frac{1}{3} CC'$$

حيث  $A', B', C'$  منتصفات الأضلاع  $[BC], [AC], [AB]$  على الترتيب.

مثال:



$G$  هي نقطة تلاقي المتوسطات في المثلث  $IKJ$

تطبيق 8 ن 28 ص 114.

بناء  
المحاور

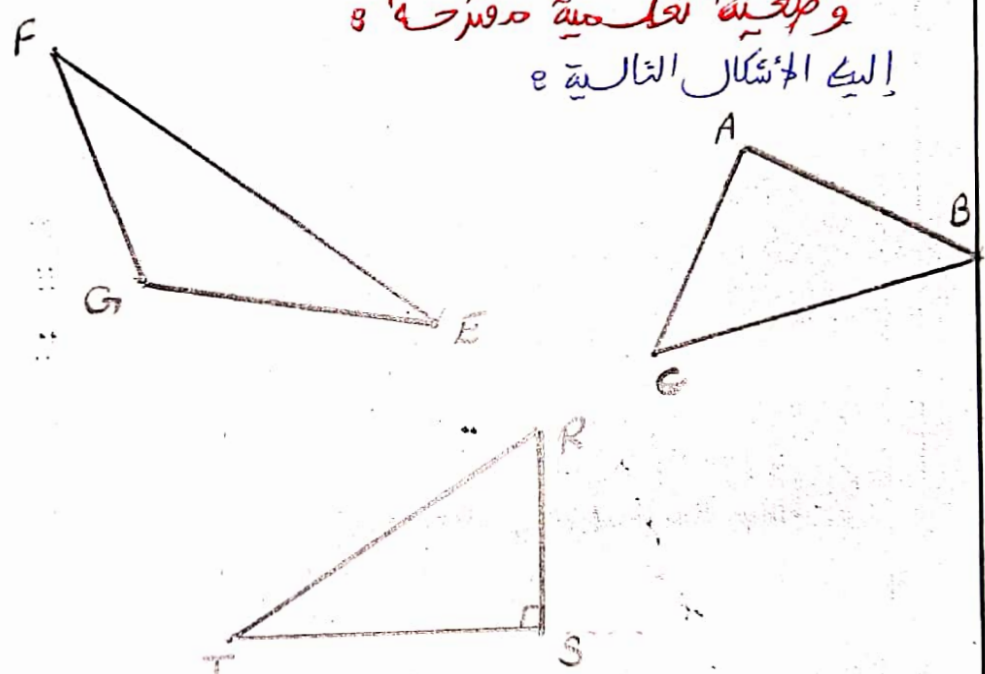
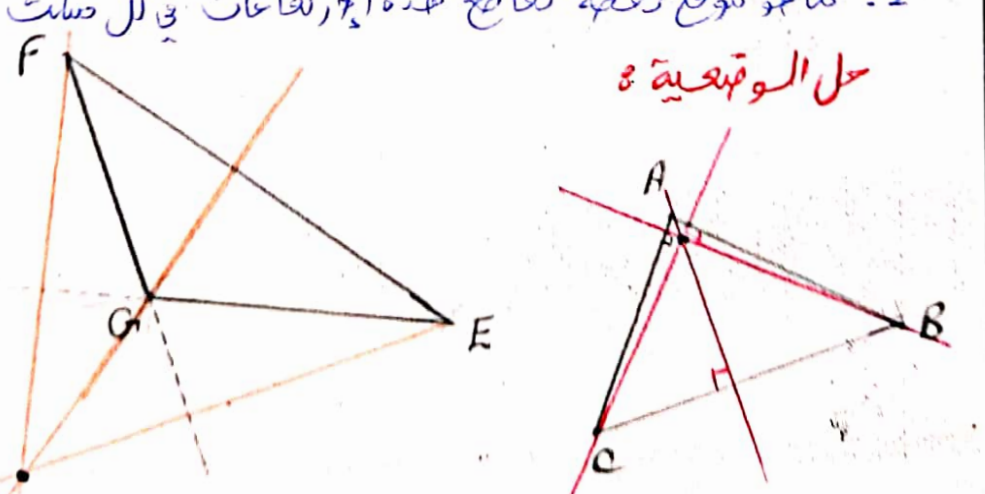
إعادة  
الاستثمار



المتوسطة =	المستوى = ثالث متوسط	الإنشادة = بدرجات كل شئ
المعيار : أنشطة هندسية ..		
المقطع التعليمي : المثلثات		
المورد المعرفي : الارتفاعات في مثلث		

المذكورة رقم "13"
-------------------------

الكفاءة المستهدفة : أن يتمكن من معرفة خواص الارتفاعات في مثلث و إستعمالها في البراهين .  
 الوسائل المستخدمة : السبورة  
 المراجع : الكتاب ، المتعاج ، دليل الإنشاد ، الوثيقة المرفقة

المراحل	سير الدرس	التعوييم	المدة
تمهيد	<p>تذكير  <math>SRZ</math> مثلث          أرشئ الارتفاع المتعلقة بالضلع <math>[SZ]</math>  <b>وضعية تعلمية مقترحة :</b>          إليك الشكل التالي :</p> 	<p>التذكير          بأيديتي          إنشاء          الارتفاع          في مثلث</p>	5د
وضعية تعلم	<p>1. أرسم الارتفاعات المتعلقة بالضلع كل مثلث ، ماذا لاحظ ؟          2. ماهو موقع نقطة تقاطع هذه الارتفاعات في كل مثلث ؟  <b>حل الوضعية :</b></p> 	<p>ماذا لاحظت          بالنسبة          لنقطة          تلاقي          الارتفاعات</p>	25د



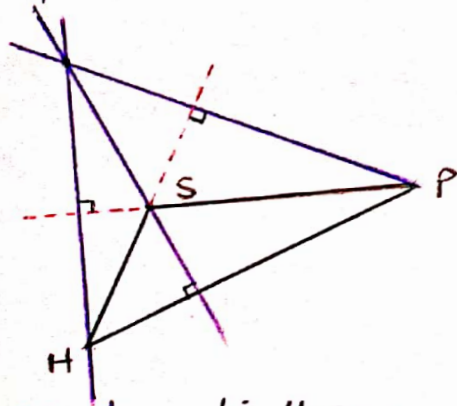


# المُسْتَقِيمَاتُ الْخَاصَّةُ فِي مُثَلَّثَاتٍ

## نُقْطَةُ ثَلَاثٍ فِي

### إِلَى رُفُوعَاتٍ

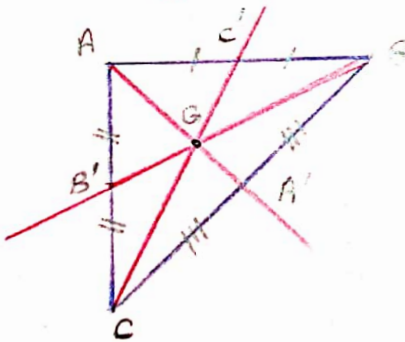
تَكُونُ إِثْنَا دَاخِلٍ أَوْ خَارِجٍ  
الْمُثَلَّثِ أَوْ فِي رَأْسِ الزَّوْجِيَةِ الْقَائِمَةِ  
فِي حَالَةِ الْمُثَلَّثِ الْقَائِمِ



حَيْثُ إِلَى رُفُوعٍ هُوَ الْمُسْتَقِيمُ  
الَّذِي يَشْمَلُ رَأْسَ الْمُثَلَّثِ  
وَعَمُودِي عَلَى الضِّلْعِ الْمُقَابِلِ  
لِهَذَا الرَّأْسِ

### الْمُتَوَسِّطَاتُ

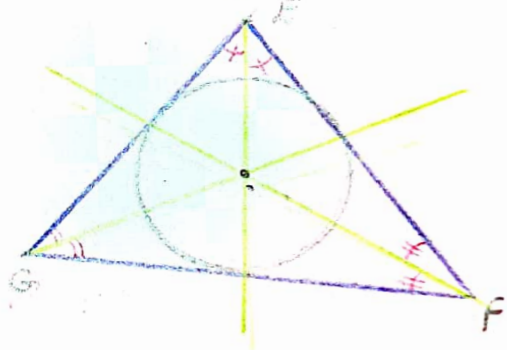
هِيَ مَرَكُزُ ثِقَلِ الْمُثَلَّثِ  
تَحْقُوقٌ :  
 $\begin{cases} GA' = \frac{1}{3} AA' \\ GB' = \frac{1}{3} BB' \\ GC' = \frac{1}{3} CC' \end{cases}$



حَيْثُ الْمُتَوَسِّطُ هُوَ الْمُسْتَقِيمُ  
الَّذِي يَشْمَلُ رَأْسَ الْمُثَلَّثِ  
وَمُنْتَصِفَ الضِّلْعِ الْمُقَابِلِ  
لِهَذَا الرَّأْسِ

### الْمُنْتَصِفَاتُ

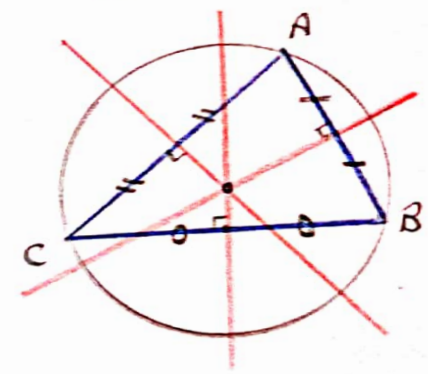
هِيَ مَرَكُزُ الدَّائِرَةِ  
الْمُحَاطَةِ بِهَذَا الْمُثَلَّثِ



نَمِيفُ  
حَيْثُ الْمُنْتَصِفُ هُوَ الْمُسْتَقِيمُ  
الَّذِي يَشْمَلُ رَأْسَ زَاوِيَةِ الْمُثَلَّثِ  
وَيَقْسِمُهَا إِلَى زَاوِيَتَيْنِ  
مُتَقَابِلَتَيْنِ

### الْمَحَاوِرُ

هِيَ مَرَكُزُ الدَّائِرَةِ  
الْمُحِيطَةِ بِهَذَا الْمُثَلَّثِ



حَيْثُ الْمَحْوَرُ هُوَ الْمُسْتَقِيمُ  
الْعَمُودِيُّ عَلَى الضِّلْعِ فِي  
مُنْتَصِفِهِ