الدّرسُ الـ 6

جُملةُ معَادلتين منَ الدّرجَة الأُولى بمجهُولينِ

1 - معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين

1-1 تعريف

نسمي معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهولين x و y كل معادلة من الشكل $ax+by=c$
حيث a,b,c أعداد معلومة .

مثال

إن هذه المعادلات التالية $2x+3y=2$ ، $-\sqrt{2}x+y=-5$ ، $\frac{1}{2}x-\frac{5}{3}y=2$ هي معادلات من الدرجة الأولى بمجهولين x و y .

1-2 حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين

حلول المعادلة من الدرجة الأولى ذات مجهولين x و y (1)............$ax+by=c$ هي كل الثنائيات (x,y) التي تحقق المعادلة (1).

ملاحظة

حلول المعادلة $ax+by=c$ غير منتهية

مثال

نعتبر المعادلة (1)............$3x+2y=5$

لاحظ ان الثنائيات $(1,1)$ ، $\left(\frac{1}{3},2\right)$ ، $\left(2,-\frac{1}{2}\right)$ تحقق المساواة (1) فهي إذن حلول لهذه المعادلة

لإيجاد اي حل اخر لـ(1) نعطي قيمة معينة للعدد x و نعوضها في (1) ثم نجد قيم y

1-3 القراءة البيانية لحلول معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهولين

نعتبر المعادلة $ax+by=c$ ....(I) مع a,b,c أعداد معلومة و $b\neq 0$ و ليكن (x_0,y_0) حلا للمعادلة (I) إذن $ax_0+by_0=c$ و بالتالي $y_0=\frac{-a}{b}x_0+\frac{c}{b}$

و منه نستنتج أن (x_0,y_0) هي إحداثيات نقطة من مستقيم معادلته $y=\frac{-a}{b}x+\frac{c}{b}$

إذن حلول المعادلة $ax+by=c$ هي إحداثيات نقط من مستقيم معامل توجيهه $\frac{-a}{b}$ وترتيب المبدأ $\frac{c}{b}$

مثال

باعتبار المعادلة $3x+2y=5$ ينتج منها

$y=\frac{-3}{2}x+\frac{5}{2}$

و هي تمثل معادلة مستقيم معامل توجيهه $\frac{-3}{2}$ و ترتيب المبدأ $\frac{5}{2}$

و هذا المستقيم يشمل النقطتين $A(1,1)$ و $B\left(2,\frac{-1}{2}\right)$

1-4 المعادلتان المتكافئتان

المعادلتان المتكافئتان هما معادلتان لهما نفس مجموعة الحلول .

مثال

باعتبار المعادلتين

(1)..............$2x+3y=5$

(2)..............$4x+6y=10$

وليكن (x_0,y_0) حلا للمعادلة (1) إذن $2x_0+3y_0=5$ بضرب طرفي المساواة الأخيرة في 2 نجد $4x_0+6y_0=10$ و هذا يعني أن (x_0,y_0) حل للمعادلة (2) و بالتالي فان المعادلتين (1) و (2) لهما نفس الحلول فهما إذن متكافئتان .

ملاحظة

عندما نضرب طرفي معادلة في عدد حقيقي غير معدوم او نقسمهما عليه فإننا نحصل على معادلة مكافئة لها.

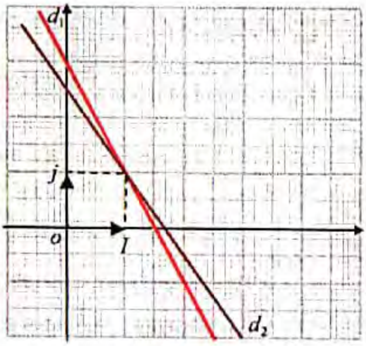
نعتبر المعادلتين ذات المجهولين x و y التاليتين

(1)............$2x+y=3$

(2)............$3x+2y=5$

مثل بيانيا حلول المعادلتين (1) و (2)

الحل



نسمي (d_1) المستقيم الذي معادلته $2x+y=3$ و (d_2) المستقيم الذي معادلته $3x+2y=5$

حلول المعادلة (1) هي إحداثيات نقطة من (d_1)

حلول المعادلة (2) هي إحداثيات نقطة من (d_2)

بالنسبة إلى (d_1) النقطتين $A(0,3)$ ، $B\left(\frac{3}{2},0\right)$ تنتميان إلى (d_1) و بالتالي (d_1) هو (AB)

بالنسبة إلى (d_2) النقطتين $C\left(0,\frac{5}{2}\right)$ ، $D\left(\frac{5}{3},0\right)$ تنتميان إلى (d_2) و بالتالي (d_2) هو (CD) لاحظ ان النقطة $E(1,1)$ من (CD)

2- جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

2-1 تعريف

جملة معادلتين من الدرجة الأولى ذات مجهولين x و y هي كل جملة من الشكل

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

حيث a',b',c',a,b,c أعداد معطاة.

مثال

الجمل الآتية هي جمل معادلتين من الدرجة الأولى ذات مجهولين

$$\begin{cases} 2x+5y=2 \\ x-3y=\sqrt{2} \end{cases} ، \begin{cases} x+y=5 \\ x-y=2 \end{cases} ، \begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=1 \\ 2x-5y=4 \end{cases}$$

2-2 الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y هو إيجاد الثنائيات التي تحقق المعادلتين في آن واحد. وهناك طريقتان لحل هذه الجملة .

1) طريقة الحل بالتعويض . 2) طريقة الحل بالجمع .

مثال ❶

الحل بطريقة التعويض

$$\begin{cases} 2x+3y=5 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ x+5y=6 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

نكتب احد المجهولين بدلالة الآخر فمثلا نكتب y بدلالة x

من المعادلة (1) نجد (3) ....$y=\dfrac{5-2x}{3}$

نعوض y في المعادلة (2) نجد (4).........$x+5\left(\dfrac{5-2x}{3}\right)=6$

بضرب طرفي المساواة (4) في العدد 3 حيث نجد $3x+5(5-2x)=18$

و بالتبسيط نجد $-7x=18-25$ اي $-7x=-7$ و منه $x=1$

نعوض قيمة x في المعادلة (3) نجد $y=\dfrac{5-2\times1}{3}=\dfrac{5-2}{3}=\dfrac{3}{3}=1$

إذن الجملة لها حل وحيد هو $(x,y)=(1,1)$

مثال ❷

الحل بطريقة الجمع

1) نجد قيمة المجهول x من اجل ذلك نجعل معاملي y متعاكسين .

نضرب المعادلة (1) في 1 و المعادلة (2) في -2 نجد $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ -2x-10y=-12 \end{cases}$

بجمع طرفي المساواتين (1) و (2) طرفا لطرف نجد $-7y=-7$ و منه $y=\dfrac{-7}{-7}=1$

2) نضرب المعادلة (1) في 5 و المعادلة (2) في -3 فنجد $\begin{cases} 10x+15y=25 \ldots\ldots\ldots\ldots 1 \\ -3x-15y=-18 \ldots\ldots\ldots\ldots 2 \end{cases}$

بجمع طرفي (1) و (2) طرفا لطرف نجد $7x=25-18=7$ و منه $x=\dfrac{7}{7}=1$

إذن الجملة لها حل وحيد هو $(x,y)=(1,1)$

ملاحظة

في طريقة الجمع عندما نجد قيمة احد المجهولين ليس من الضروري ان نتبع نفس الخطوات لإيجاد قيمة المجهول الثاني فيمكن ان نعوض القيمة المتحصل عليها في إحدى المعادلتين .

مثال

في المثال السابق لدينا $y=1$ ولإيجاد قيمة x نعوض قيمة y في المعادلة (1)

حيث $2x+3\times1=5$ و منه $2x+3=5$ إذن $2x=2$ و بالتالي $x=1$

2 الحل البياني لجملة معادلتين

نعتبر جملة المعادلتين التاليتين

$$\begin{cases} ax+by=c \ldots\ldots\ldots (1) \\ a'x+b'y=c' \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$ حيث a',b',c',a,b,c اعداد معلومة.

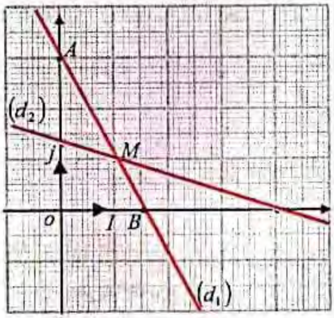
نرسم في معلم المستقيمين (d) و (d') المعرفين بالمعادلتين (1) و (2)
إحداثيتا نقطة تقاطعيهما هي حل الجملة المعطاة .

مثال

حل بيانيا الجملة ذات المجهولين x و y الآتية

$$\begin{cases} 2x+y=3 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ x+3y=4 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

الحل



نكتب الجملة ذات المجهولين على الشكل

$$\begin{cases} y=-2x+3 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ y=\dfrac{-1}{3}x+\dfrac{4}{3}= \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

(d_1) المستقيم ذو المعادلة $y=-2x+3$

(d_2) المستقيم ذو المعادلة $y=\dfrac{-1}{3}x+\dfrac{4}{3}$

(d_1) يمر بالنقطتين $A(0,3)$ و $B\left(\dfrac{3}{2},0\right)$

(d_2) يمر بالنقطتين $A'\left(0,\dfrac{4}{3}\right)$ و $B'(4,0)$

إحداثيات نقطة التقاطع هي $(1,1)$ و منه $(1,1)$ هو حل لجملة المعادلتين.

تمرين تدريبي

f دالة تآلفية بحيث $f(1)=2$ و $f(2)=-1$

1) عين العبارة الجبرية للدالة f 2) عين صورة الأعداد $-2,3,\sqrt{2}$ بالدالة f

الحل

1) عبارة $f(x)$ تكتب $f(x)=ax+b$

$f(1)=2$ تعني $a+b=2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

$f(2)=-1$ تعني $2a+b=-1 \ldots\ldots\ldots (2)$

إذن تحصلنا على جملة معادلتين من الدرجة الأولى ذات مجهولين a و b وهي

$$\begin{cases} a+b=2 \ldots\ldots\ldots (1) \\ 2a+b=-1 \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بطرح (2) من (1) طرف لطرف نجد $(a+b)-(2a+b)=2-(-1)$
بالتبسيط نجد $-a=3$ إذن $a=-3$
نعوض قيمة a في المعادلة (1) نجد $-3+b=2$ و منه $b=2+3=5$
إذن $(a,b)=(-3\ ،\ 5)$ حلا للجملة ذات المجهولين a و b و عليه $f(x)=-3x+5$

2)
$$f(\sqrt{2})=-3\sqrt{2}+5$$
$$f(3)=-3\times3+5=-9+5=-4$$
$$f(-2)=-3(-2)+5=+6+5=11$$

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

لتكن الجملة التالية $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

1) عين الحل المناسب لهذه الجملة من بين الثنائيات الآتية $(1,2)$، $(-1,1)$، $(3,1)$

2) حل الجملة بطريقة التعويض

الحل

1) $1+2\times2=5$ و $2\times1+2=4$ إذن الثنائية $(1,2)$ حلا للجملة .

$-1+2\times1=1\neq5$ و $2(-1)+1=-1\neq4$ إذن $(-1,1)$ ليست حلا للجملة .

$3+2\times1=5$ و $2\times3+=7\neq4$ إذن الثنائية $(3,1)$ ليست حلا للجملة .

2)

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد $x=-2y+5$ ......(3)

نعوض x في المعادلة (2) نجد $2(-2y+5)+y=4$

بالتبسيط نجد $-4y+10+y=4$ اي $-3y=-6$ و منه $y=2$

نعوض قيمة y في المعادلة (3) نجد $x=-2(2)+5=-4+5=1$

إذن حل الجملة هو $(1,2)$

تطبيق 2

اعتمادا على طريقة الجمع حل الجمل التالية

1) $\begin{cases} \sqrt{2}x+y=\sqrt{2}-1 \\ 3x+\sqrt{2}y=3-\sqrt{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ x+2y=7 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{5}=\dfrac{2}{3}-\dfrac{2-y}{4} \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{1}{5} \end{cases}$

الحل

1) حل الجملة

$$\begin{cases} \sqrt{2}x+y=\sqrt{2}-1 ....(1) \\ 3x+\sqrt{2}y=3-\sqrt{2} ....(2) \end{cases}$$

نضرب المعادلة (1) في العدد 3 و المعادلة (2) في $-\sqrt{2}$ نجد ،

$$\begin{cases} 3\sqrt{2}x+3y=3\sqrt{2}-3 \ldots\ldots(1) \\ -3\sqrt{2}x-2y=-3\sqrt{2}+2 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بجمع طرفي (1) و(2) طرفا إلى طرف نجد $y=-1$

نعوض قيمة y في (1) نجد $\sqrt{2}x-1=\sqrt{2}-1$

ومنه $\sqrt{2}x=\sqrt{2}$ أي $x=1$ إذن $(1,-1)$ حل لجملة المعادلتين .

2) حل الجملة

$$\begin{cases} 2x-3y=5 \ldots\ldots(1) \\ x+2y=7 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في 1 و ضرب المعادلة (2) في -2 نجد
$$\begin{cases} 2x-3y=5 \ldots\ldots(1) \\ -2x-4y=-14 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بجمع طرفي المعادلتين (1) و (2) طرفا لطرف نجد $-7y=5-14$ ومنه $y=\frac{9}{7}$

نعوض قيمة y في (2) نجد $2x-3\frac{9}{7}=5$ أي $2x-\frac{27}{7}=5$ أي $2x=\frac{27}{7}+5$

أي $2x=\frac{62}{7}$ ومنه $x=\frac{31}{7}$ إذن $\left(\frac{31}{7},\frac{9}{7}\right)$ حل لجملة المعادلتين .

3) حل الجملة

$$\begin{cases} \frac{x-1}{5}=\frac{2}{3}-\frac{2-y}{4} \ldots\ldots(1) \\ \frac{x}{2}+\frac{y+1}{3}=\frac{1}{5} \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بعد تبسيط الجملة نجد
$$\begin{cases} \frac{1}{5}x+\frac{1}{4}y=\frac{11}{30} \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=\frac{-2}{15} \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في 5 و المعادلة (2) في -2 نجد :

$$\begin{cases} x+\frac{5}{4}y=\frac{11}{6} \ldots\ldots(1) \\ -x-\frac{2}{3}y=\frac{4}{15} \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بجمع طرفي (1) و (2) طرفا إلى طرف نجد

$\left(\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\right)x=\frac{11}{6}+\frac{4}{15}$ أي $\left(\frac{15-8}{12}\right)x=\frac{55+8}{30}$ و منه $\frac{7}{12}x=\frac{63}{30}=\frac{21}{10}$

إذن $x=\frac{21}{10}\times\frac{12}{7}=\frac{18}{5}$

نعوض قيمة x في (1) نجد $\frac{18}{5}+\frac{5}{4}y=\frac{11}{6}$ أي :

$\frac{5}{4}y=\frac{11}{6}-\frac{18}{5}=\frac{55-108}{30}=\frac{-53}{30}$ إذن $y=\frac{-53}{30}\times\frac{5}{4}=\frac{-106}{75}$

إذن $\left(\frac{18}{5},\frac{-106}{75}\right)$ حل لجملة المعادلتين .

تطبيق 3

حل الجملة الآتية اعتمادا على طريقة التعويض

$$\begin{cases}\frac{2}{5}(x+y)+\frac{1}{5}(x-y)=2\\ \frac{3}{5}(x+y)-\frac{2}{5}(x-y)=1\end{cases}$$

الحل

الطريقة الأولى

بتبسيط جملة المعادلتين نجد

$$\begin{cases}\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)x+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\right)y=2\ldots\ldots(1)\\ \left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)x+\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)y=1\ldots\ldots(2)\end{cases}$$ أي $$\begin{cases}\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}y=2\ldots\ldots(1)\\ \frac{1}{5}x+y=1\ldots\ldots(2)\end{cases}$$

من المعادلة (2) نجد $y=1-\frac{1}{5}x$ .... (3)

نعوض y في (1) نجد $\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\left(1-\frac{1}{5}x\right)=2$ بالتبسيط نجد

$\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{25}\right)x=2-\frac{1}{5}$ أي $\frac{14}{25}x=\frac{9}{5}$ و منه $x=\frac{9}{5}\times\frac{25}{14}=\frac{45}{14}$

نعوض قيمة x في المعادلة (3) نجد $y=1-\frac{1}{5}\times\frac{45}{14}=1-\frac{9}{14}=\frac{5}{14}$

إذن $\left(\frac{45}{14},\frac{5}{14}\right)$ حل لجملة المعادلتين .

تطبيق 4

f دالة تآلفية بيانها يشمل النقطتين $A(1,2)$ و $B(2,5)$

- عين الدالة التآلفية f

الحل

$f(x)$ تكتب على الشكل $f(x)=ax+b$

A نقطة من التمثيل البياني يعني أن $f(1)=2$

$f(1)=2$ تعني $a+b=2$ .... (1)

B نقطة من التمثيل البياني للدالة f يعني أن $f(2)=5$

$f(2)=5$ تعني $a\times2+b=5$

$2a+b=5$ .... (2)

إذن تحصلنا على الجملة $$\begin{cases}a+b=2\ldots\ldots(1)\\ 2a+b=5\ldots\ldots(2)\end{cases}$$

من (1) نجد $a=2-b$ ....(3)
نعوض a في (2) فنجد $2(2-b)+b=5$ و منه $-b+4=5$ إذن $b=-1$
نعوض قيمة b في (3) فنجد $a=2-(-1)=3$
إذن $f(x)=3x-1$

تطبيق 5

أوجد عددين مجموعهما 157 علما انه إذا قسمنا أكبرهما على أصغرهما يكون الحاصل 5 و الباقي 7 .

الحل

$$\begin{array}{c|c} y & x \\ \hline 7 & 5 \end{array}$$

ليكن y هو العدد الأكبر و x هو العدد الأصغر
إذا كان حاصل القسمة هو 5 و الباقي هو 7 فإننا نكتب
$y=5x+7$...............(1)
و بما أن مجموعهما يساوي 157 فإننا نكتب $x+y=157$.............(2)

إذن تحصلنا على الجملة التالية $\begin{cases} y=5x+7 \text{.............................}(1) \\ x+y=157 \text{............................}(2) \end{cases}$

نعوض عبارة y في (2) فنجد
$x+5x+7=157$ بالتبسيط نجد $6x=150$ و منه $x=25$
نعوض قيمة x في العبارة y فنجد $y=5\times 25+7=125+7=132$
إذن العدد الأكبر هو 132 و العدد الأصغر هو 25

تطبيق 6

وضع في بنكين مبلغان من المال مجموعهما 100000000 دج
البنك الأول يعطي فائدة قدرها 6% و البنك الثاني يعطي فائدة قدرها 5%
و حيث مجموع الفوائد يساوي 5300000 دج
ما هي قيمة كل من المبلغين و فائدة كل منهما

الحل

نرمز بـ x إلى المبلغ الذي وضع في البنك الأول و y إلى المبلغ الذي وضع في البنك الثاني
إذن $x+y=100000000$.........................(1)
فائدة المبلغ الأول (x) هي $\frac{6}{100}x$
و فائدة المبلغ الثاني (y) هي $\frac{5}{100}y$ إذن $\frac{6}{100}x+\frac{5}{100}y=5300000$....................$(2)$
بضرب طرفي (2) في 100 حيث نجد $6x+5y=530000000$...........(2)

و عليه نحصل على الجملة $\begin{cases} x+y=100000000 \text{...................}(1) \\ 6x+5y=530000000 \text{..............}(2) \end{cases}$

من المعادلة (1) نجد $y = 100000000 - x$ ....(3)

نعوض عبارة y في (2) فنجد $6x + 5(100000000 - x) = 530000000$

بالتبسيط نجد $6x + 500000000 - 5x = 530000000$ إذن $x = 30000000$

نعوض قيمة x في المعادلة (3) فنجد

$y = 100000000 - 30000000 = 70000000$ إذن $y = 70000000$

- الفائدة التي يقدمها البنك الأول هي

$\frac{6}{100}x = \frac{6}{100} \times 30000000 = 1800000$

- الفائدة التي يقدمها البنك الثاني هي $\frac{5}{100}y = \frac{5}{100} \times 70000000 = 3500000$

تطبيق 7

$ABCD$ مستطيل نصف محيطه يساوي $9cm$

- إذا زاد الطول بنسبة 20% و نقص العرض بنسبة 50% فإن نصف المحيط يصبح يساوي $8cm$ اوجد بعدي هذا المستطيل ؟

الحل

نرمز إلى الطول بـ x و إلى العرض بـ y

إذن $x + y = 9$........................(1)

قيمة زيادة الطول هي $\frac{20}{100}x$ و قيمة نقصان العرض هي $\frac{50}{100}y$

إذن الطول الجديد هو $\left(1 + \frac{20}{100}\right)x$ والعرض الجديد هو $\left(1 - \frac{50}{100}\right)y$

و بما أن نصف المحيط يساوي 8 فإننا نكتب

$\left(1 + \frac{20}{100}\right)x + \left(1 - \frac{50}{100}\right)y = 8cm$ أي $1,2x + 0,5y = 8$.......(2)

إذن فقد تحصلنا على الجملة

$$\begin{cases} x + y = 9cm \text{..........................}(1) \\ 1,2x + 0,5y = 8cm \text{..................}(2) \end{cases}$$

من (1) نجد $y = 9 - x$ ....(3)

نعوض عبارة y في (2) فنجد $1,2x + 0,5(9 - x) = 8$ أي $(1,2 - 0,5)x = 8 - 4,5$

بالتبسيط نجد $0,7x = 3,5$ و منه $x = \frac{3,5}{0,7} = 5cm$

نعوض قيمة x في المعادلة (3) حيث نجد $y = 9 - 5 = 4cm$

تطبيق 8

بمناسبة عيد الفطر اشترى تاجر 20 سروالا و 15 فستانا بمبلغ 65000 دج
و بعد نهاية العيد بقي له 5 سراويل و 4 فساتين ثمنها معا 17000 دج
ما هو ثمن السروال و ثمن الفستان ؟

الحل

ليكن x ثمن السروال و y ثمن الفستان .
ثمن السراويل هو $20x$ و ثمن الفساتين هو $15y$ إذن $20x+15y=65000$..............(1)
ثمن 5 سراويل هو $5x$ و ثمن 4 فساتين هو $4y$ إذن $5x+4y=17000$...............(2)
إذن فقد تحصلنا على الجملة الآتية

$$\begin{cases} 20x+15y=65000 \text{......................}(1) \\ 5x+4y=17000 \text{..........................}(2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في 1 وضرب المعادلة (2) في -4 حيث نجد

$$\begin{cases} 20x+15y=65000 \text{......................}(1) \\ -20x-16y=-68000 \text{.................}(2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) طرف إلى طرف فنجد $-y=-3000$ و منه $y=3000$

نعوض قيمة y في (1) فنجد $20x+15\times 3000=65000$ اي

$$20x = 65000-45000$$
$$20x = 20000$$

و منه $x=1000$

إذن ثمن السروال هو 1000 و ثمن الفستان 3000 .

تطبيق 9

ABC مثلث بحيث قيس الزاوية $\hat{A}$ هي 40 درجة.
أوجد قيسي $\hat{C}$ و $\hat{B}$ إذا علمت ان قيس $\hat{B}$ هو $\frac{2}{5}$ من قيس $\hat{C}$.

الحل

نضع $x=\hat{B}$ و $y=\hat{C}$
بما أن مجموع زوايا مثلث تساوي $180°$ فإن $x+y+40=180$
و منه $x+y=140$..........(1)
قيس $\hat{B}$ هو $\frac{2}{5}$ من قيس $\hat{C}$ يعني ان $x=\frac{2}{5}y$..................(2)

إذن فقد تحصلنا على الجملة

$$\begin{cases} x+y=140 \text{..........}(1) \\ x=\frac{2}{5}y \text{..............}(2) \end{cases}$$

نعوض قيمة x في (1) فنجد $\frac{2}{5}y+y=140$ اي $\frac{7}{5}y=140$

و منه $y=140\div\frac{7}{5}$ و منه $y=100°$

و بالتالي $x=\frac{2}{5}\times 100=\frac{200}{5}=40$ و منه $\hat{B}=40°$ و $\hat{C}=100°$

تطبيق 10

لتكن A عبارة جبرية حيث $A=2x^2-10x+12$

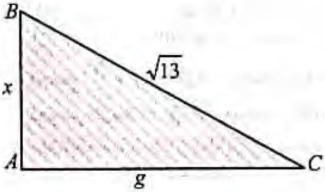
1- ا) بين ان $A=2(x-2)(x-3)$

ب) حل المعادلة $A=0$

2) ABC مثلث قائم في A طول الوتر هو $\sqrt{13}$ و مجموع الضلعين القائمين هو 5

احسب الطولين AB و AC

الحل



1) ا) $2(x-2)(x-3)=2(x^2-3x-2x+6)$

$=2(x^2-5x+6)$

$=2x^2-10x+12$

ب) حل المعادلة $A=0$

$A=0$ تعني $(x-2=0)$ او $(x-3=0)$

تعني $(x=2)$ او $(x=3)$

إذن 2 و 3 حلان للمعادلة $A=0$

2) نضع

$AB=x$ و $AC=y$

بما أن المثلث ABC قائم في A فإن $AB^2+AC^2=BC^2$ و بالتعويض نجد

$x^2+y^2=13$.........(1)

مجموع الضلعين القائمين يساوي 5 يعني ان $x+y=5$........(2)

إذن نحصل على الجملة التالية

$$\begin{cases} x^2+y^2=13 ....(1) \\ x+y=5 ....(2) \end{cases}$$

من (2) نجد $y=5-x$...................(3)

نعوض قيمة y في (1) نجد $x^2+(5-x)^2=13$

و بالنشر و التبسيط حيث نجد $2x^2-10x+12=0$ اي $A=0$

$A=0$ تعني $(x=2)$ او $(x=3)$

-إذا كان $x=2$ فإن $y=5-2=3$

إذن $(2,3)$ حلا لهذه المعادلة

- إذا كان $x=3$ فإن $y=5-3=2$

إذن $(3,2)$ حلا اخر.

و بالتالي $(AB=2)$ و $AC=3$ او $(AB=3)$ و $AC=2$