https://prof27math.weebly.com/

جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

1 ـ جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:

تعريف: نسمي جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين كل جملة من الشكل:

$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ **حيث** a, b, c, a', b', c' **أعداد حقيقية معلومة.**

2 ـ الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:

- طريقة الجمع:

لحل جملة باستعمال طريقة الجمع نقوم بضرب المعادلتين في أعداد مختارة بهدف جعل معاملي أحد المجهولين متعاكسين بحيث يتم التخلص منه بالجمع طرف لطرف

مثال : لحل الجملة : $\begin{cases} 4x - 2y = 2 & (1) \\ x + y = 5 & (2) \end{cases}$

نقوم بضرب المعادلة (2) في 2 فنتحصل على الجملة $\begin{cases} 4x - 2y = 2 & (1) \\ 2x + 2y = 10 & (2) \end{cases}$

وبعد جمع المعادلتين (1) و (2) طرف لطرف نجد $6x = 12$ ومنه : $x = 2$.

نعوض قيمة x في المعدلة (1) فنجد $5 = y + 2$ و منه : $y = 3$ ،

و أخيرا نتحقق من أن (3 ، 2) هو حل للجملة $\begin{cases} 4x - 2y = 2 & (1) \\ x + y = 5 & (2) \end{cases}$ و هو الوحيد .

- طريقة التعويض

لحل جملة باستعمال طريقة التعويض نقوم بكتابة أحد المجهولين بدلالة الآخر في إحدى المعادلتين ثم نعوضه في المعادلة الأخرى بهدف الحصول على معادلة بمجهول واحد .

مثال : لحل الجملة $\begin{cases} 2x + y = -1 & (1) \\ x - y = 4 & (2) \end{cases}$

نكتب x بدلالة y في المعادلة (2)

فنجد : $x = y + 4$ .....(3)

نقوم بتعويض x في المعادلة (1) فنجد $2(y + 4) + y = -1$ ومنه : $2y + 8 + y = -1$

ومنه : $3y = -9$ و منه : $y = -3$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

نعوض قيمة y في إحدى المعادلات مثلا في المعادلة (3) فنجد $x = -3 + 4$ أي $x = 1$

و أخيرا نتحقق من أن (3 - ، 1) هو الحل الوحيد للجملة $\begin{cases} 2x + y = -1 & (1) \\ x - y = 4 & (2) \end{cases}$

تمارين و مسائل

تمرين 1

حل باستعمال طريقة التعويض الجملة $\begin{cases} 3x - 5y = 30 & (1) \\ 2x + y = 7 & (2) \end{cases}$

الحـــــــل

باستعمال المعادلة (2) نكتب مثلا y بواسطة x فنحصل على $y = 7 - 2x$

نقوم بتعويض y في المعادلة (1) فنجد : $3x - 5(7 - 2x) = 30$ أي $3x - 35 + 10x = 30$

أي $13x = 65$ و منه : $x = 5$

نعوض x بـ 5 في المعادلة (2) فنجد $y = 7 - 2 \times 5$ و منه : $y = -3$

الثنائية المرتبة (3 - ، 5) هي حل للجملة $\begin{cases} 3x - 5y = 30 & (1) \\ 2x + y = 7 & (2) \end{cases}$

تمرين 2

أوجد عددين إذا علمت أن مجموعهما 50 وأن الفرق بين العدد الأول و ضعف العدد الثاني هو 5 .

الحـــــــل

إذا رمزنا للعددين بـ x للعدد الأول و بـ y لـ لعدد الـ ثاني نحصل على الجملة : $\begin{cases} x + y = 50 & (1) \\ x - 2y = 5 & (2) \end{cases}$

نقوم بضرب المعادلة (1) في 2 فنتحصل على الجملة $\begin{cases} 2x + 2y = 100 & (1) \\ x - 2y = 5 & (2) \end{cases}$

وبعد جمع المعادلتين (1) و (2) طرف لطرف نجد $3x = 105$ ومنه : $x = 35$.

نعوض قيمة x في المعدلة (1) فنجد $y + 35 = 50$ و منه : $y = 15$.

العددان هما 35 و 15 .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمرين 3

1- حل الجملة :

$$\begin{cases} x - y = 8 \dots\dots\dots (1) \\ 7x + 5y = 104 \dots.. (2) \end{cases}$$

2 - عمر سعاد أكبر من عمر مريم بـ 8سنوات ، مجموع 7أضعاف عمر سعاد و 5 أضعاف عمر مريم هو 104 سنة،

ما هو عمر كل من سعاد و مريم؟

الحـــــــل

من المعادلة (1) نجد : $x = y + 8$

بتعويض قيمة x في المعادلة (2) نجد :

$$7(y + 8) + 5y = 104$$

$$7y + 56 + 5y = 104$$

$$56 + 12y = 104$$

$$12y = 104 - 56$$

$$12y = 48$$

$$y = 4$$

$$x = 12$$

بفرض x عمر سعاد و y عمر مريم نجد عمر سعاد 12 سنة و عمر مريم 4 سنوات

تمرين 4

حدد متحف أسعار الدخول إليه كما يلي ، 100دج للكبار و 70 دج للصغار .

1) أحسب النسبة المئوية للتخفيض في سعر الدخول للأطفال بالنسبة لسعر دخول الكبار .
2) في أحد أيام الجمعة ، استقبل هذا المتحف 125 شخصا ، فكان مدخوله 10250 دج ، أحسب عدد الكبار وعدد الصغار الذين زاروا هذا المتحف في يوم الجمعة هذا.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

الحـــــــل

1) $100(1-\frac{p}{100})=70$

(حيث p يمثل النسبة المئوية للتخفيض في سعر الدخول للأطفال بالنسبة لسعر دخول الكبار)

$\frac{p}{100}=30$ و منه : $p=30\ \%$

2) نفرض x عدد الكبار و y عدد الصغار. إذن:الجملة هي:

$$\begin{cases} x+y=125 \\ 100x+70y=10250 \end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في (-70) نجد : $\begin{cases} -70x-70y=-8750 \\ 100x+70y=10250 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد: $30x=1500$

إذن: $x=50$

عدد الكبار هو 50 شخص.

بتعويض قيمة x في المعادلة $x+y=125$

نجد: $50+y=125$

إذن: $y=75$

عدد الصغار هو 75 شخص.

تمرين 5

في مطعم دفعت عائلة عمر 2240 دج مقابل ثلاث وجبات للكبار ووجبة واحدة للصغار ، أمّا عائلة علي فقد دفعت 1880 دج مقابل وجبتين للكبار و وجبتين للأطفال .

نرمز ب x لثمن وجبة الكبار الواحدة وبالرمز y لثمن وجبة الأطفال الواحدة، أكتب جملة المعادلتين التي تمكننا من حساب ثمن كل من وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار .

أعط ثمن وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار.

الحـــــــل

نرمز ب x لثمن وجبة الكبار الواحدة وبالرمز y لثمن وجبة الأطفال الواحدة

https://prof27math.weebly.com/

$$\begin{cases} 3x + y = 2240 \\ 2x + 2y = 1880 \end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في (-2) نجد : $\begin{cases} -6x - 2y = -4480 \\ 2x + 2y = 1880 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد: $-4x = -2600$

و منه : $x = 650$

بتعويض قيمة x في المعادلة (1) نجد : $3 \times 650 + y = 2240$

أي $y = 2240 - 1950$

ومنه $y = 290$

ثمن وجبة الكبار الواحدة هو 650 دج و ثمن وجبة الأطفال الواحدة هو 290 دج .

تمرين 6

يعرض عمي موسى على الشاطئ كراسي و شمسيات للكراء في كل يوم .

طلبت عائلة صيام أربع كراسي و شمسيتين فدفعت مبلغ 840DA بينما عائلة رمضان طلبت 3 شمسيات و 5 كراسي فدفعت 1140DA .

نريد معرفة ثمن كراء الكرسي الواح و الشمسية الواحدة في اليوم.

الحـــــــل

نفرض x ثمن الكرسي الواحد و y ثمن الشمسية الواحدة

ومنه : $\begin{cases} 4x + 2y = 840 \\ 5x + 3y = 1140 \end{cases}$

بضربرطرفي المعادلة الأولى في (-3) نجد : $\begin{cases} -12x - 6y = -2520 \\ 10x + 6y = 2280 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد: $-2x = -240$

و منه : $x = 120$

بتعويض قيمة x في المعادلة الأولى نجد :

$4 \times 120 + 2y = 840$

$2y = 840-480$

$2y = 360$

$y=180$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

إذن ثمن الكرسي الواحد هو 120 دج و ثمن الشمسية الواحدة هو 180 دج

تمرين 7

1) حل الجملة : $\begin{cases} x+y=25 \\ 45x+40y=1060 \end{cases}$

2)عرض صاحب مقهى على زبائنه نوعين من المشروبات الغازية ، قارورات ذات سعر 45 DA و أخرى ذات سعر 40 DA.

إذا علمت أنه باع 25 قارورة في المجموع مقابل مبلغ 1060 DA . استنتج عدد القارورات من كل نوع ؟

الحـــــــل

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 45x+40y=1060 \end{cases}$$

بضربرطرفي المعادلة الأولى في (-40) نجد :

$$\begin{cases} -40x-40y=-1000 \\ 45x+40y=1060 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد :

$5x = 60$

و منه : $x=12$ و $y=13$

عدد القارورات من النوع الأول هو 12 و عدد القارورات من النوع الثاني هو 13

تمرين 8

لدينا إنائان و لا نعرف محتواهما . إذا أضفنا 6 أضعاف محتوى الأول الى محتوى الثاني نتحصل على 4 لتر . و إذا أضفنا 3 أضعاف محتوى الأول إلى ضعف محتوى الثاني نتحصل على 5 لتر

ما هوو محتوى كل إناء ؟

الحـــــــل

$$\begin{cases} 6x+y=4 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

$$\begin{cases} -12x - 2y = -8 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

$-9x = -3$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} \approx 0.3333333333333 \\ y = 2 \end{cases}$$

تمرين 9

قل مراد لمحمد : "إذا أعطيتني 3 قريصات يصبح عندي مثلما عندك و إذا أعطيتك 5 قريصات يصبح لديك ضعف ما عنديٌ

كم عنديمن ق ريـ صة ؟ و كم عندك؟

الحـــــــل

$$\begin{cases} x + 3 = y - 3 \\ (x - 5)2 = y + 5 \end{cases}$$

$X = 21 \quad y = 26$

تمرين10

قطعة أرض مستطيلة الشكل طول محيطها 100m

إذا طرحنا 5m من الطول و أضفنا9m الى العرض تصبح مربعة الشكل .

ماهوطول هذه القطعة وما هو عرضها ؟

الحـــــــل

نفرض x طول القطعة و y عرضها .

و منه :

$$\begin{cases} 2(x + y) = 100 \\ x - 5 = y + 9 \end{cases}$$

بعد التبسيط نجد :

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x - y = 14 \end{cases}$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد :

$2x = 64$

و منه : $x = 32$

$y = 50 - 32$

$y = 18$

طول القطعةهو 32m و عرضها 18m .

تمرين11

تعطى جملة المعدلتين حيث m عدد حقيقي

$$\begin{cases} x + my = 4 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

تقبل المعادلة (1) الثنائية (0;4) حلا لها

1- عين العدد الحقيقي m .

2- حل الجملة الناتجة

الحـــــــل

1 - تقبل المعادلة (1) الثنائية (0;4) حلا لها معناه $0 + 4m = 4$

ومنه : $m = 1$

2 - $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$

بضرب المعادلة الأولى في (-2) نجد :

$$\begin{cases} -2x - 2y = -8 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد :

$y = -2$

$x = 6$

تمرين12

قرر عدد من التلاميذ شراء هدية لـصديقهم محمد بمناسبة عيد ميلاده

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

إذا دفع كل واحد منهم 170 دج ينقصهم 55 دج و إذا دفع كل واحد منهم 180 دج يبقي لهم 15 دج .

أحسب عدد أصدقاء محمد و ثمن الهدية.

الحـــــــل

ليكن x عدد الأصدقاء و y ثمن الهدية

$$\begin{cases} 170x = y - 55 \\ 180\,x = y + 15 \end{cases}$$

$170x = y - 55$

$y = 170x + 55$

$180x = 170 + 55 + 15$

$180x = 170x + 70$

$180x - 170x = 70$

$x = 70$

$y = 1245$

عدد أصدقاء 70 ثمن الهدية 1245

تمرين12

كان مدخول مقابلة رياضية 103750دج

كان للمتفرجين إختيارين : مقعد أمامي بـ 120دج أو مقعد خلفي بـ 70 دج

إذا علمت أنه حضر المقابلة 1000 متفرج ، ما هو عدد الذين أخدوا المقاعد الأمامية ؟

الحـــــــل

نفرض x عدد المقاعد الأمامية و y عدد المقاعد الخلفية :

و منه: $\begin{cases} x + y = 1000 \\ 12x + 7y = 10375 \end{cases}$

$x + y = 1000$ و منه : $x = 100 - y$

$12(1000 - y) + 7y = 10375$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

$12000 - 5y = 10375$

$1625 = 5y$

$y = 325$

$x = 1000 - 325$

و منه : $x = 675$

675 هو عدد المقاعد الأمامية و 325 هوعدد المقاعد الخلفية :

تمرين13

ABCD مستطيل، إذا زدنا 10m الى عرضه و أنقصنا 10m من طوله لا تتغير مساحته . و إذا زدنا 10m الى عرضه و 10m الى طوله تزيد مساحته بـ $800m^2$.

ماهي أبعاد هذا المستطيل؟

الحـــــــل

$$(l+10)\times(L-10)=L\times l$$
$$l\times L+10L-10l-100=L\times l$$
$$10L-10l=100$$
$$L-l=10$$

$$(l+10)\times(L+10)=L\times l+800$$
$$l\times L+10l+10L+100=L\times l+800$$
$$10l+10L=800-100$$
$$10l+10L=700$$
$$l+L=70$$

$$\begin{cases} L-l=10 \\ L+l=70 \end{cases}$$
$$L=10+l$$
$$10+l+l=70$$
$$10+2l=70$$
$$2l=60$$
$$l=30$$
$$L=10+30$$
$$L=40$$

https://prof27math.weebly.com/

تمرين14

محيط مستطيل 36 cm .

إدا ضربنا طوله في 3 و عرضه في 2 يزيد محيطه بـ 58c cm .

ما هو طول وما هو عرض هذا المستطيل ؟

الحـــــــل

$$2(L+l)=36$$
$$L+l=18$$
$$2\times 3L+2\times 2l=36+58$$
$$6L+4l=94$$
$$3L+2l=47$$

$$\begin{cases} L+l=18 \\ 3L+2l=47 \end{cases}$$
$$L=18-l$$
$$3\times(18-l)+2l=47$$
$$54-3l+2l=47$$
$$54-l=47$$
$$l=54-47$$
$$l=7$$
$$L=18-7$$
$$L=11$$

تمرين15

شبه منحرف إرتفاعه 14cm و مساحته $224cm^2$.

طول قاعدته الكبرى يزيدعن طول القاعدة الصغرى بـ 2 cm .

ما هما طولي القاعدتين ؟

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

الحـــــــل

$$\begin{cases} 224=\dfrac{B+b}{2}\times 14 \\ B=b+2 \end{cases}$$

$$224=\frac{b+2+b}{2}\times 14$$

$$224=(2b+2)\times 7$$

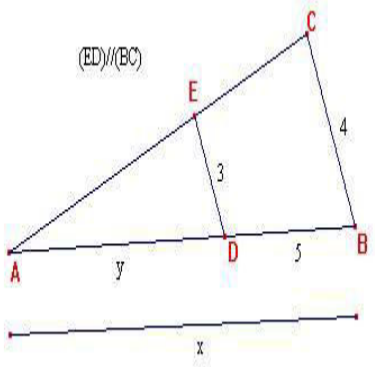
$$32=2b+2$$

$$16=b+1$$

$$b=15$$

تمرين16

إليك الشكل المقابل



أوجد x و y.

الحـــــــل

بما أن (ED)//(BC) ، إذا نطبق نظرية طالس على المثلث ABC

$\frac{AD}{AB}=\frac{ED}{BC}$ $\frac{y}{x}=\frac{3}{4}$ $y=\frac{3}{4}x$ x = y+5	$\begin{cases} y=\frac{3}{4}x \\ x=y+5 \end{cases}$ $x=\frac{3}{4}x+5$ $\frac{1}{4}x=5$ $x=20$ $y=\frac{3}{4}\times 20$ $y=15$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمرين17

خرج محمد الى السوق مع أبيه و عمه، فأشترى أبوه 3kg من التفاح و 2kg من البرتقال بثمن 700DA أما عمه فأشترى 2kg من التفاح و 4kg من البرتقال بثمن 680DA .

وفي نفس الوقت اشترى رجل آخر 4kg من التفاح و 5kg من البرتقال ، فقررمحمد أن يحدد الثمن الذي سيدفعه الرجل .

ضع نفسك عوض محمدو حدد الثمن المطلوب .

الحـــــــل

نفرض x ثمن الكيلوغرام الواحد من التفاح و y ثمن الكيلوغرام الواحد من البرتقال .

ومنه نتحصل على الجملة :

بضرب طرفي المعادلة (1) في(2-) نجد :

$$\begin{cases} -6x - 4y = -1400 \\ 2x + 4y = 680 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد : $-4x = -720$

و منه : $x = 180$

بتعويض قيمة x في المعادلة (1) نجد : $3 \times 180 + 2y = 700$

ومنه : $2y = 700 - 540$

$2y = 160$

$y = 80$

ثمن الكيلوغرام الواحد من التفاح هو 180 DA و ثمن الكيلوغرام الواحد من البرتقال80 DA .

$4 \times 180 = 720$

$5 \times 80 = 400$

$720 + 400 = 1120$

يدفع الرجل 1120DA

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمرين18

أوجد عددين طبيعيين إذا علمت أن مجموعهما 286 و حاصل قسمة أكبرهما علي أصغرهما هو 4 و الباقي 21 .

الحـــــــل

ليكن x هو العدد الأكبر و y العدد الأصغر

إذن : $x + y = 286$ و $4y + 21 = x$ أي $4y - x = -21$

و منه

$$\begin{cases} x + y = 286 \\ 4y - x = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 286 \\ 4y - x = -21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 286 \\ 4y - x + (x + y) = -21 + 286 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 286 \\ 5y = -21 + 286 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 286 - y = 286 - 53 = 233 \\ y = \dfrac{265}{5} = 53 \end{cases}$$

$x = 233$

العددان هما :233 و 53 .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/