https://prof27math.weebly.com/

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

I _ جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

1) – تعريف :

a و a' و b و b' و c و c' أعداد حقيقية غير منعدمة .

كل كتابة على شكل : $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$

تسمى جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين هما العددان الحقيقيان x و y .

2) – مثال :

نعتبر الجملة الآتية : $\begin{cases} 3x-2y+5=0 \\ x+2y-3=0 \end{cases}$.

II _ حـل الجملة :

1) – تعاريف :

* / حـل جملة هو تحديد الثنائيات المرتبة $(x;y)$ التي تحقق معادلتي هذه الجملة .

* / حـل الجملة ينقسم إلى قسمين :

-- الحـل الجبري ، و هو نوعان : طريقة التعويض و طريقة الجمع .

-- الحـل البياني .

2) – أمثلة :

أ) -- الحـل الجبري لجملة معادلتين :

* / طريقة التعويض : لنحـل الجملة : (E) : $\begin{matrix}(1)\\(2)\end{matrix}\begin{cases} 2x+y=11 \\ x+3y=18 \end{cases}$

في المعادلة (1) نحسب y بدلالة x . إذن : $y=11-2x$.

في المعادلة (2) نعوض y بالقيمة $11-2x$ ثم نحسب x . إذن :

$$x+3(11-2x)=18$$
$$x+33-6x=18$$
$$x-6x=18-33$$
$$-5x=-15$$
$$x=\frac{-15}{-5}$$
$$x=3$$

و منه فإن :

https://prof27math.weebly.com/

$$y = 11 - 2\times 3$$
$$y = 11 - 6$$
$$y = 5$$

و بالتالي الثنائية المرتبة $(3;5)$ هي حـل هذه الجملة (E) .

* / طريقة الجمع : لنحـل الجملة : $(F): \begin{cases} (1)\ 2x+3y=5 \\ (2)\ 5x+6y=14 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد -2 نحصل على الجملة : $\begin{cases} -4x-6y=-10 \\ 5x+6y=14 \end{cases}$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$-4x-6y+5x+6y=-10+14$$
$$-4x+5x-6y+6y=4$$
$$x=4$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 و طرفي المعادلة (2) في العدد -2 نحصل على الجملة :

$$\begin{cases} 10x+15y=25 \\ -10x-12y=-28 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$10x+15y-10x-12y=25-28$$
$$10x-10x+15y-12y=-3$$
$$3y=-3$$
$$y=\frac{-3}{3}$$
$$y=-1$$

و بالتالي الثنائية المرتبة $(4;-5)$ هي حـل النظمة (F).

ب) -- الحـل البياني لنظمة معادلتين :

لنحـل الجملة : $(S): \begin{cases} 4x-y-2=0 \\ 2x-y+2=0 \end{cases}$

ليكن (D_1) المستقيم الذي معادلته : $4x-y-2=0$.

ليكن (D_2) المستقيم الذي معادلته : $2x-y+2=0$.

لنحدد المعادلة المختصر لكل من المستقيمين (D_1) و (D_2).

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

لدينا : $\begin{cases} (D_1): y = 4x - 2 \\ (D_2): y = 2x + 2 \end{cases}$

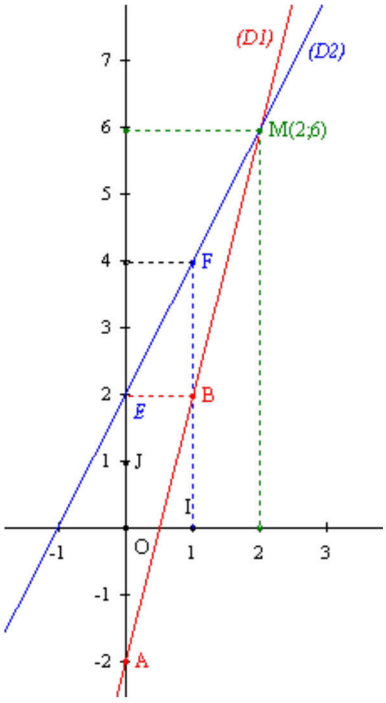
نلاحظ أن المستقيمين (D_1) و (D_2) ليس لهما نفس الميل ، إذن فهما مستقيمان متقاطعان .

و بالتالي للجملة حـلا وحيدا هو إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2) .

لتكن $M(x_M ; y_M)$ نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2). لنحدد إحداثيتي M .

نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم متعامدو متجانس $(O;I;J)$.

لننشئ المستقيمين (D_1) و (D_2).



	(D_1)	
x	0	1
y	-2	2
$M(x;y)$	$A(0;-2)$	$B(1;2)$

	(D_2)	
x	0	1
y	2	4
$M(x;y)$	$E(0;2)$	$F(1;4)$

نلاحظ من خلال البيان أن : $M(2;6)$

و بالتالي الثنائية المرتبة $(2;6)$ هي حـل الجملة (S) .

* / ملاحظــة هامة :

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل نقول أنهما متوازيان تماما و أن الجملة ليس لها حـل .

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل و نفس الالترتيب عند المبدأ نقول أنهما متوازيان منطبقان و أن ما لانهاية من الثنائيات المرتبة حلول الجملة .

III _ مسائل تؤول في حلها إلى جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين .

1) – قاعدة :

لحـل مسألة نتبع المراحل التالية :
-- اختيار المجهولين .
-- صياغة الجملة .
-- حـل الجملة (جبريا).
-- التحقق من الحـل .
-- الرجوع إلى المسألة .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2) – مثـال :

ساهمت مجموعة تتكون من 20 فردا (أساتذة و تلاميذ)، في شراء مجموعة من الكتب لخزانة المدرسة بثمن 3200 دينار .
إذا علمت أن كل أستاذ ساهم ب 300 دينار و أن كل تلميذ ساهم ب 100 دينار، فما هو إذن عدد الأساتذة و ما هو عدد التلاميذ المساهمين ؟

1) – اختيار المجهولين :

ليكن x هو عدد التلاميذ المساهمين و y هو عدد الأساتذة المساهمين .

2) – صياغة النظمة :

عدد الأفراد الذين ساهموا هو 20 فردا من بينهم أساتذة و تلا ميذ ، إذن : $x + y = 20$.
ساهم كل أستاذ ب 300 دينار و ساهم كل تلميذ ب 100 دينار بحيث مجموع كل مساهماتهم يساوي 3200 دينار ، إذن : $100x + 300y = 3200$ أي : $10x + 30y = 320$

إذن الجملة هي : $\begin{cases} x + y = 20 \\ 10x + 30y = 320 \end{cases}$.

3) – حـل الجملة :

باتباع إحدى الطريقتين المذكورتين أعلاه نحصل على : $x = 14$ و $y = 6$.

4) – التحقق من الحـل :

لدينا : $14 + 6 = 20$ و $10 \times 14 + 30 \times 6 = 140 + 180 = 320$.

إذن الثنائية المرتبة $(14;6)$ هي حـل الجملة أعلاه .

5) – الرجوع إلى المسألـة :

عدد التلاميذ هو : 14 .

عدد الأساتذة هو : 6 .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/