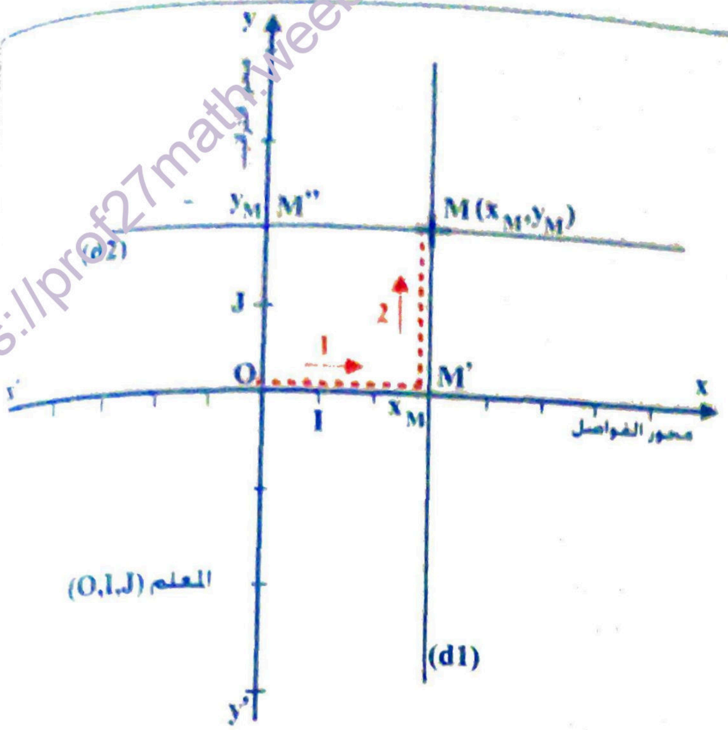
المعالـــم :

تعليم نقطة في المستوى:



لتعليم نقطة نحتاج إلى عددين :

*فاصلة تقرأ على محور الفواصل.

*وترتيب يقرأ على محور التراتيب.

ولتعيين هذين العددين نرسم:

مستقيم (d_1) يشمل النقطة M ومواز للمحور (yy')

ومستقيم (d_2) يشمل النقطة M ومواز للمحور (xx')

النقطتين M' و M'' نقطتي تقاطع المستقيمين (d_1) و (d_2) مع المحورين (xx') و (yy') على الترتيب تعينان على الترتيب x_M ، y_M (العددان المطلوبان).

هذين العددين يشكلان إحداثيات النقطة M في المعلم (O,I,J)، ونكتب $M(x_M;y_M)$.

تنبيـه:

- في الترميز $M(x_M;y_M)$ **الترتيب مهم** (القراءة من اليسار إلى اليمين).

- في الزوج $(x_M;y_M)$، دائما العدد الأول هو الفاصلة والعدد الثاني هو الترتيب (القراءة من اليسار إلى اليمين).

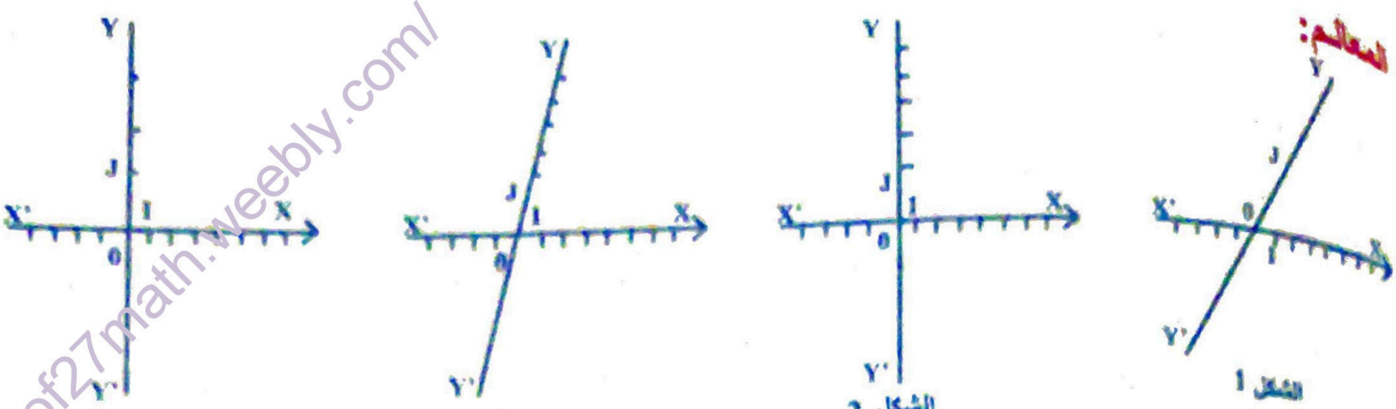
هذا الترتيب أشرنا إليه في الشكل بالسهمين 1 و 2 للدلالة على قراءة إحداثيتي نقطة (الفاصلة أولا ثم الترتيب).

مثلا:

من الشكل يكون لدينا:

$O(0;0)$, $I(1;0)$, $J(0;1)$, $M(3;2)$, $M'(3;0)$, $M''(0;2)$

المعالم:



الشكل 1 الشكل 2 الشكل 3 الشكل 4

الشكل 1: معلم كيفي.

الشكل 2: معلم متعامد و غير متجانس ($(xx')\perp(yy')$ و $OI \neq OJ$)

الشكل 3: معلم متجانس و غير متعامد [$OI = OJ$ و (xx') لا يعامد (yy')]

الشكل 4: معلم متعامد و متجانس ($(xx')\perp(yy')$ و $OI = OJ$)

إحداثيا منتصف قطعة مستقيم:

حساب إحداثيي منتصف قطعة مستقيم بمعرفة إحداثيي كل من طرفيها :

في المستوي المزود بمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر النقطتين A , B إحداثياهما على الترتيب $(x_A ; y_A)$, $(x_B ; y_B)$ ولتكن M منتصف القطعة $[AB]$.

إحداثيا النقطة M هما $\left(\dfrac{x_A+x_B}{2},\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$.

أي : M منتصف القطعة $[AB]$ يعني أن $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

المسافة بين نقطتين:

في المستوي المزود بمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقطتين A , B إحداثياهما على الترتيب: $(x_A ; y_A)$, $(x_B ; y_B)$، المسافة بين النقطتين A و B تعطى بالعلاقة:

$$AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$$

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

مثال:

في المستوي المزود بمعلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقطتين $A(3;5)$, $B(-1;-1)$

فتكون:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

$$=\sqrt{(-1-3)^2+(-1-5)^2}=\sqrt{16+36}=\sqrt{52}$$

البرهان:

بما أن [$(AA')//(yy')$ و $(BB')//(yy')$] فــإن $(AA')//(BB')$

وبما أن [$(AA'')//(xx')$ و $(BB'')//(xx')$] فــإن $(AA'')//(BB'')$

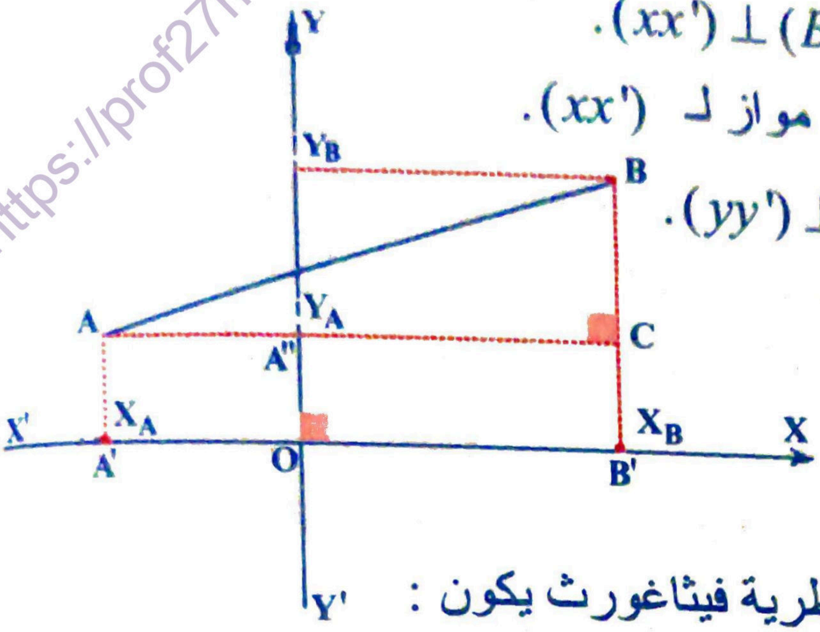
وبما أن $(xx')\perp(yy')$ فإن (xx') يعامد كل مستقيم موازٍ لـ (yy').

أي: $(xx')\perp(AA')$ و $(xx')\perp(BB')$.

و (yy') يعامد كل مستقيم موازٍ لـ (xx').

أي: $(yy')\perp(AA'')$ و $(yy')\perp(BB'')$.

ومنه: $(BB')\perp(AA'')$



لتكن C نقطة تقاطع المستقيمين (AA') و (BB').

المثلث ABC قائم في C ، حسب نظرية فيثاغورث يكون :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

على محور الفواصل يكون: $A'B' = AC = x_C - x_A$

على المحور (yy') يكون: $A''B'' = CB = y_B - y_C$.

ومنه: $AC^2 = (x_C - x_A)^2$ و $CB^2 = (y_B - y_C)^2$

وبالتالي: $AB^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_B - y_C)^2 \ldots(1)$

وبما أن: $(x_B ; y_A)$ هما إحداثيات النقطة C تصبح المعادلة (1) كما يلي:

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

ومنه: $$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

ملاحظة:

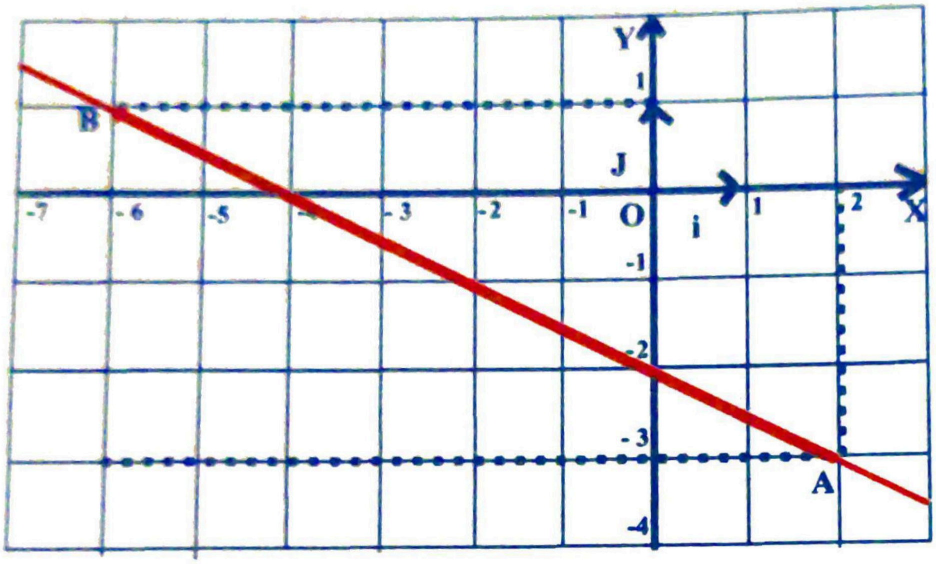
نظرا إلى أن إحداثيي نقطة M في معلم هما مركبتا الشعاع $\overrightarrow{OM}$ وأن مركبتي شعاع $\vec{U}$ حيث $\overrightarrow{OM} = \vec{U}$ هما إحداثيا النقطة M ، وقصد التقليص من عدد المصطلحات والتعابير ، يستحسن استعمال المصطلح " إحداثيا شعاع " بدلا من " مركبتا شعاع " وكذا الترميز بالشكل: $\vec{U}(x, y)$ بدلا من $\vec{U}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

إحداثيا شعاع في المستوي المزود بمعلم:

في المستوي المزود بمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقطتين B , A إحداثياهما على الترتيب: $(x_A\,;y_A)$, $(x_B\,;y_B)$ إذن إحداثيا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $(x_B-x_A\;;\;y_B-y_A)$.

مثال:

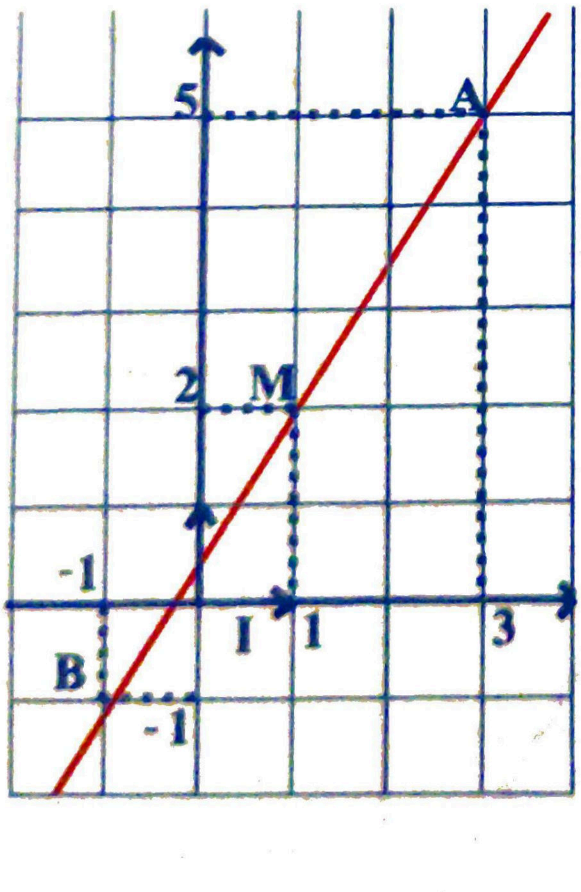
في المستوي المزود بمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، تعطى النقطتان $(3-\;;2)A$, $B(-6\,;1)$



إحداثيا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما:

$$\begin{cases} x_A-x_B=-6-2=-8 \\ y_A-y_B=1-(-3)=4 \end{cases}$$

مثال:



في المستوي المزود بمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$،

نعتبر النقطتين

$A(3\,;5)$, $B(-1\,;-1)$.

إحداثيات النقطة M منتصف القطعة [AB] هما:

$$\begin{cases} \dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{3+(-1)}{2}=\dfrac{2}{2}=1 \\ \dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{5+(-1)}{2}=\dfrac{4}{2}=2 \end{cases}$$

ومنه: $M(1\,;2)$

تمثيل شعاع بمعرفة إحداثييه:

لتمثيل شعاع بمعرفة إحداثييه نعين الإزاحتين الموافقتين لإشارتي الإحداثيتين (x, y) لهذا الشعاع.

معناه:

1) $x > 0$ و $y > 0$ يوافق إزاحة نحو اليمين متبوعة بإزاحة نحو الأعلى.

2) $x > 0$ و $y < 0$ يوافق إزاحة نحو اليمين متبوعة بإزاحة نحو الأسفل.

3) $x < 0$ و $y > 0$ يوافق إزاحة نحو اليسار متبوعة بإزاحة نحو الأعلى.

4) $x < 0$ و $y < 0$ يوافق إزاحة نحو اليسار متبوعة بإزاحة نحو الأسفل.

مثال:

لنمثل الأشعة التالية: $\vec{U}(3;1)$, $\vec{V}(-2;4)$, $\overrightarrow{AB}(-1;-2)$, $\overrightarrow{CD}(2;-3)$

حيث: $C(1;-2)$, $A(4;3)$.