الـ دوران و المضلعات المنتظمة

الكفاءات المستهدفة:

*/ إنشاء صورة النقطة ، القطعة ، المستقيم و نصف المستقيم و الدائرة بدوران

*/ معرفة خواص الدوران و توظيفها

*/ التعرف على الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية

*/ معرفة العلاقة بين الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية التين تحصران نفس القوس

*/ إنشاء مضلعات منتظمة (المثلث المتقايس الأضلاع ،المربع،السداسي المنتظم)

تصميم الدرس

1. الـ دوران (مفاهيم تجريبية)
2. صورة نقطة و خواص الدوران
3. صورة اشكال بواسطة دوران
4. الزوايا المرسومة داخل الدائرة:
5. المضلعات المنتظمة
6. تمارين محلولة
7. التمارين
8. حلول التمارين

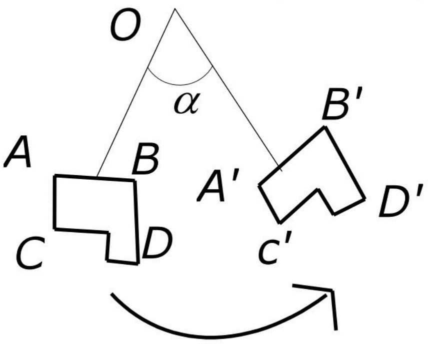
1. الـدوران (مفاهيم تجريبية):

إذا قمنا بدوران حول O بزاوية قيسها α

فإن الشكل F يتموقع على الشكل (F')

نقول أن الشكل F هو صورة الشكل (F')

بالدوران الذي مركزه O و الزاوية التي قيسها α في إتجاه السهم.



مع

$OA = OA'$

$OB = OB'$

$B\widehat{O}B' = A\widehat{O}A'$

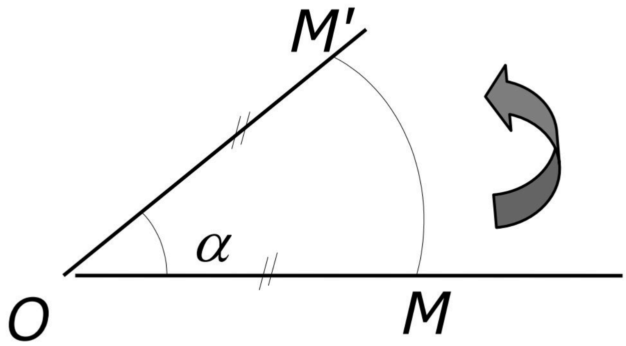
2. صورة نقطة و خواص الدوران:

تعريف:

بالدوران الذي مركزه O
و قيس زاويته α في إتجاه السهم:
صورة النقطة M (المختلفة عن O) هي النقطة M'
حيث:

$$\begin{cases} OM = OM' \\ \widehat{MOM'} = \alpha \end{cases}$$

صورة النقطة O هي نفسها O .



خواص: الدوران يحفظ:

1- الأطوال
2- الاستقامة
3- الزوايا
4- المساحات

3. صورة اشكال بواسطة دوران:

خواص: بواسطة دوران :

*/ صورة مستقيم هي مستقيم

*/ صورة قطعة مستقيمة هي قطعة مستقيمة تقايسها

*/ صورة نصف مستقيم هو نصف مستقيم.

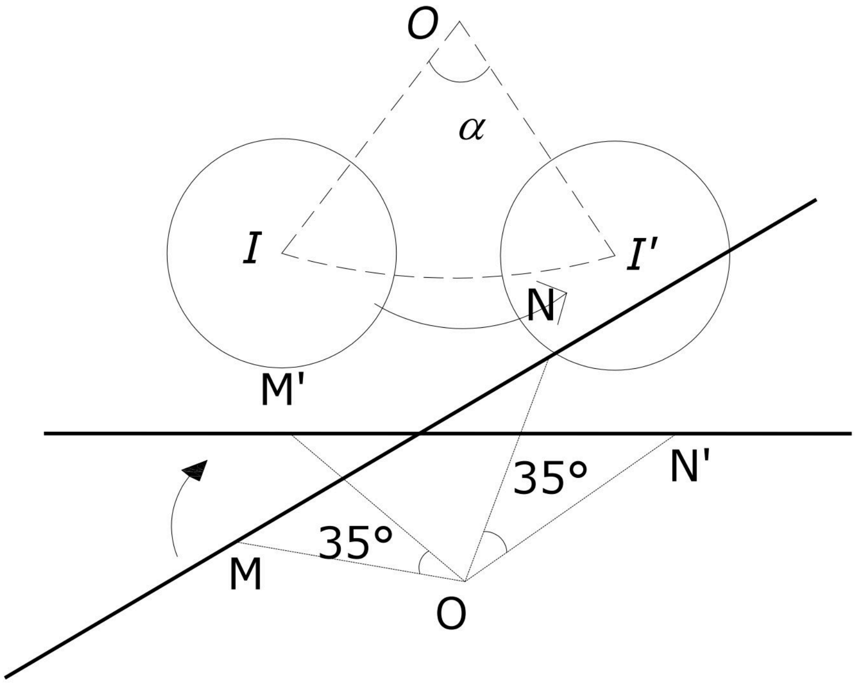
*/ صورة الدائرة التي مركزها I هي الدائرة التي لها نفس نصف القطر و مركزها 'I صورة النقطة I .

ملاحظة :

*/ صورة مستقيمان متعامدان بواسطة دوران هما مستقيمان متعامدان

*/صورة مستقيمان متوازيان بواسطة دوران هما مستقيمان متوازيان

*/صورة مثلث قائم بواسطة دوران هو مثلث قائم.



4. الزوايا المرسومة داخل الدائرة:

الزاوية المحيطة و الزاوية المركزية:

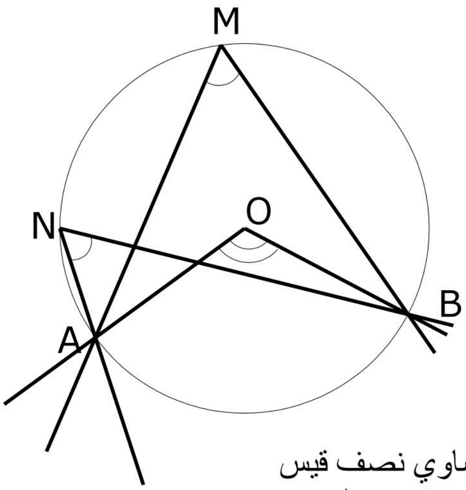
تعريف:

C دائرة مركزها O .

نقول عن زاوية $A\widehat{M}B$ أنها محيطة(مرسومة) داخل الدائرة C
يعني أن الرأس M ينتمي إلى الدائرة C و الضلعين [MA]
و[MB] هما وتران في الدائرة C .

نقول أن: الزاوية $A\widehat{O}B$ هي الزاوية المركزية المشتركة مع
الزاوية المحيطة $A\widehat{M}B$ يعني انهما يحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

$$\boxed{A\hat{M}B = A\hat{N}B = \frac{1}{2}A\hat{O}B}$$



خاصية :

قيس الزاوية المحيطة في دائرة يساوي نصف قيس
الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس .

نتيجة:

الزاويتان المركزيتان اللتين تحصران نفس القوس متقايستان .

5. المضلعات المنتظمة :

تعريف:

المضلع المنتظم هو مضلع أضلاعه متقايسة
و زاوياه لها نفس القيس .

خاصية:

توجد دائرة مارة على جميع رؤوس المضلع المنتظم
نقول أن: هذه الدائرة هي الدائرة المحيطة بالمضلع المنتظم
و مركزها هو مركز المضلع المنتظم .

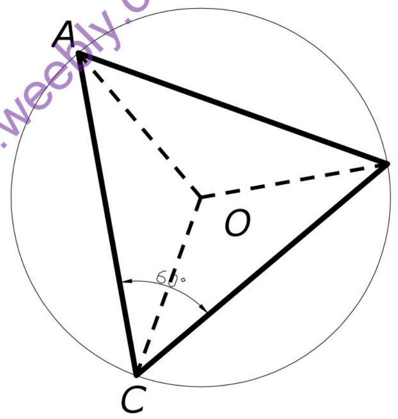
خاصية:

A و B هما رأسان على الترتيب لمضلع منتظم مركزه O
الدوران الذي مركزه O و زاويته $A\hat{O}B$ باتجاه كيفي
يحول المضلع المنتظم إلى نفسه .

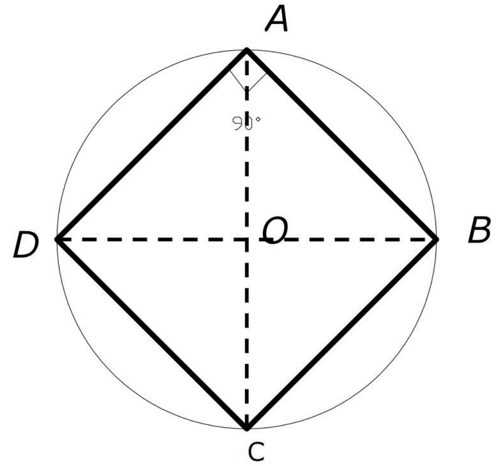
نتيجة:

الزوايا المركزية مثل $A\hat{O}B$ لمضلع منتظم لها نفس القيس .

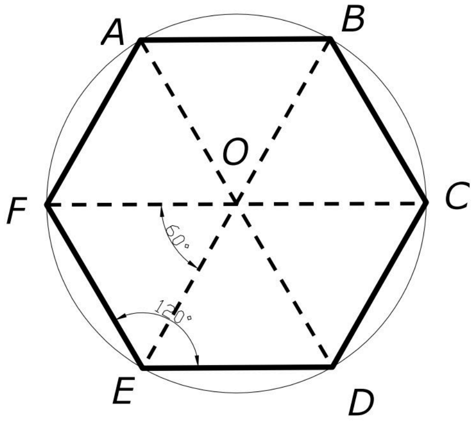
أمثلة : المضلعات المنتظمة ذات 3 أو 4 أو 6 أضلاع .



المثلث



المر بع



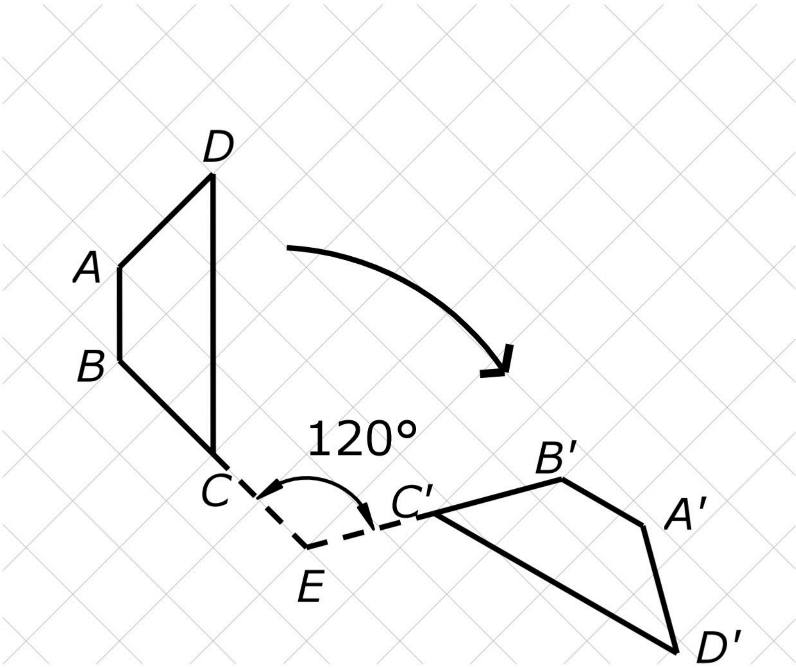
السداسي المنتظم

6- تمارين محلولة:

التمرين الأول : لإنشاء صورة شكل باستعمال خواص الدوران.

النص: بلاطة مكونة من مثلثات متقايسة الأضلاع واحدة فوق واحدة . اكمل الشكل بإنشاء صورة شبه المنحرف ABCD بالدائرة التي مركزها E وزاويته °120 باتجاه عقارب الساعة.

الحل:



لإنشاء النقطة 'C صورة C بواسطة الدوران نتبع ما يلي:

1) ننشئ الزاوية $C\hat{E}C' = 120°$ باتجاه عقارب الساعة مع EC = EC'

2) النقطة B ، C ، E على استقامة واحدة بهذا الترتيب يعني ان النقط E ، 'C ، 'B على استقامة واحدة .
ننشئ 'B على نصف المستقيم ('EC] مع EB = EB'

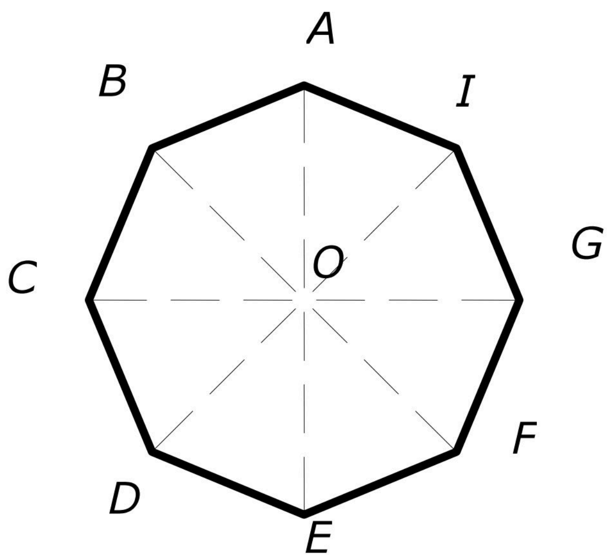
3) ننشئ النقطة 'A ، 'D حتى نحصل على شبه منحرف شبيه شبه منحرف ABCD .

التمرين الثاني : حساب قيس زاوية لمضلع منتظم

ABCDEFGH هو ثماني منتظم مركزه O

احسب قيس الزاوية $A\hat{B}C$.

الحل:



قيس الزاوية المركزية o: $A\hat{O}B = \dfrac{360°}{8} = 45°$

و منه: $A\hat{O}B = B\hat{O}C = ... = A\hat{O}H = 45°$

المثلث OAB مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي O.

و منه: $A\hat{B}O = \frac{1}{2}(180° - 45°) = 67{,}5°$

أي: $A\hat{B}C = 2\ A\hat{B}O = 2 \times 67{,}5°$

$$\boxed{A\hat{B}C = 135°}$$

ملاحظة:

الدوران الذي مركزه O و زاويته 45° و اتجاهه اتجاه عقارب الساعة يحول المثلث المتساوي الساقين OBC

إلى المثلث المتساوي الساقين OBA .

يعني: $O\hat{B}C = O\hat{A}B = O\hat{B}A$

و: $A\hat{B}C = 2\ O\hat{A}B$

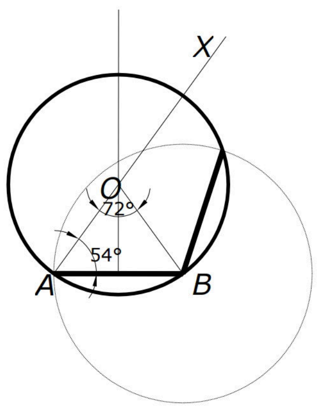
التمرين الثالث: إنشاء مضلع منتظم انطلاقا من ضلع:
أنشئ خماسي منتظم مركزه O ضلعه [AB] حيث: AB = 2

الحل:
- نحسب اقياس الزاوية المثلث المتساوي الساقين OAB الذي رأسه الأساسي O .

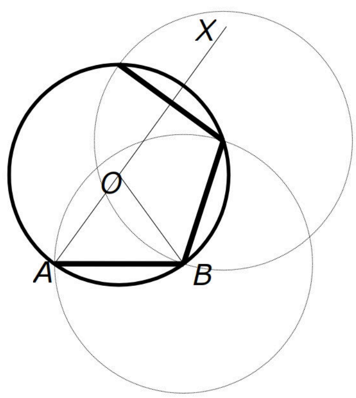
لدينا: $A\hat{O}B = \frac{360°}{5} = 72°$

$$O\hat{A}B = \frac{1}{2}(180° - 72°) = \frac{108°}{2} = 54°$$

- ننشئ القطعة [AB] طولها 2cm
- ننشئ محور القطعة [AB] و نصف مستقيم [AX) حيث $X\hat{A}B = 54°$ نرمز لنقطة التقاطع O
- ننشئ دائرة مركزها O المارة بـ A و B.
- نستعمل المدور لنقل طول AB .



الخطوة الأولى



الخطوة الثانية

التمرين الرابع :
حساب طول ضلع من مضلع منتظم علم نصف قطر الدائرة المحيطة به
ABC مثلث متقايس الأضلاع الدائرة المحيطة به مركزها O
و نصف قطرها 1,3cm .
احسب مدور طول ضلع من أضلاع هذا المثلث بالسنتمتر.

الحل:

في المثلث المتساوي الساقين ABO

الارتفاع [OH] هو أيضا منصف الزاوية $A\hat{O}B$

ومتوسط متعلق بالضلع [AB] .

إذن : $A\hat{O}B = 120°$ و منه: $H\hat{O}A = 60°$

و لدينا في المثلث OAH القائم في H : $O\hat{A}H = 90° - 60° = 30°$

و : $\cos O\hat{A}H = \dfrac{AH}{AO}$

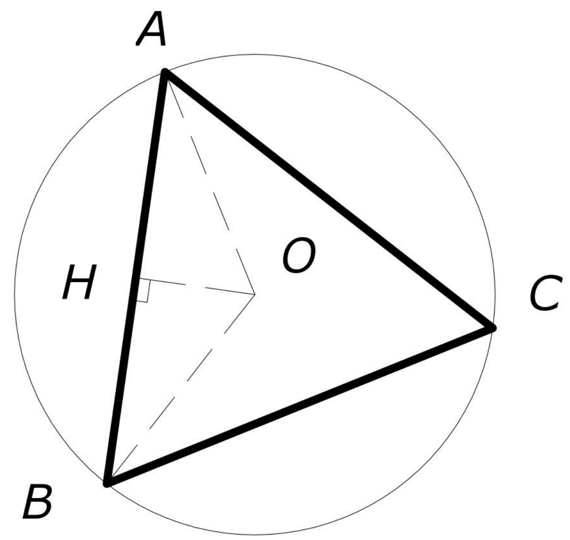
يعني: $\cos 30° = \dfrac{AH}{1{,}3}$

و منه : $AH = 1.3 \times \cos 30°$

و منه : $AB = 2AH = 2.6 \times \cos 30°$

$= 2{,}6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\boxed{AB \approx 2{,}25 \text{ Cm}}$

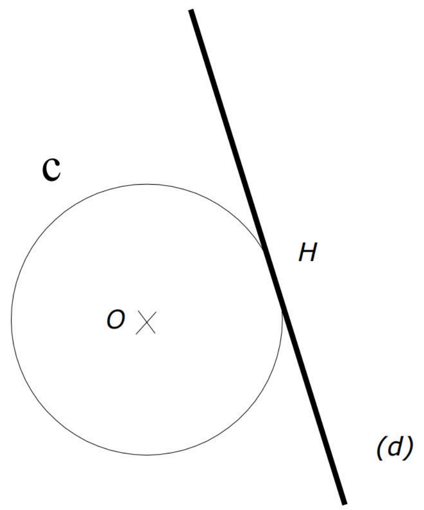


• التمارين :

التمرين الأول:

(d) هو مماس الدائرة (C) التي مركزها O في النقطة H .

- (d') هو صورة (d) بالدوران الذي مركزه O و زاويته 70° في اتجاه عقارب الساعة .
- اكتب برنامج لإنجاز (d').

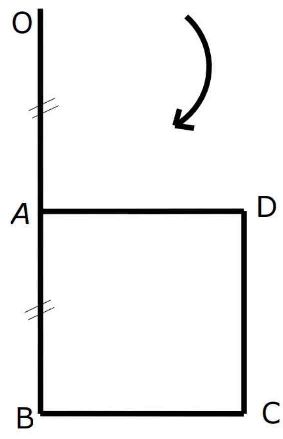


التمرين الثاني:

ABCD مربع A منتصف [OB]

D' ، C' ، B' ، A' صورة D ، C ، B ، A بالدوران الذي مركزه O و زاويته 60° في اتجاه السهم الموضح على الشكل

- اكتب برنامج إنشاء D' ، C' ، B' ، A'

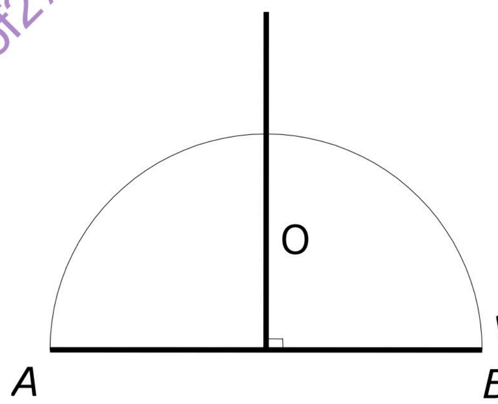


التمرين الثالث:

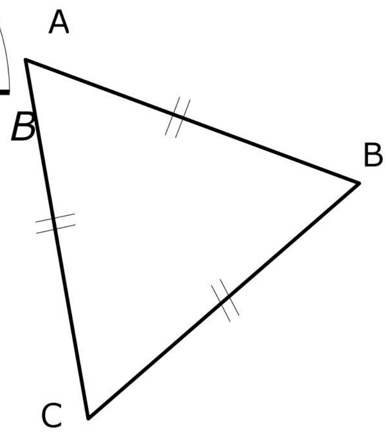
اجب بصحيح أو خطا (مع الشرح) .

1) A صورة B بالدوران الذي مركزه O و زاويته 150° ، اذن :
O نقطة من متوسط القطعة (AB)

2) على الشكل المقابل ،
الدوران الذي مركزه O و زاويته 90°
يحول A إلى B



3) ABC مثلث متقايس الأضلاع



ا/ C ليست صورة A بالدوران الذي مركزه B
ب/ C صورة A بالدوران الذي مركزه B و زاوية 60° و عكس اتجاه عقارب الساعة
ج/ C صورة A بالدوران الذي مركزه B و زاوية 60° في اتجاه عقارب الساعة (اختر الجواب الصحيح) .

التمرين الرابع :

ABC مثلث ، ليكن الدوران الذي مركزه A و زاويته 110° في اتجاه عقارب الساعة.

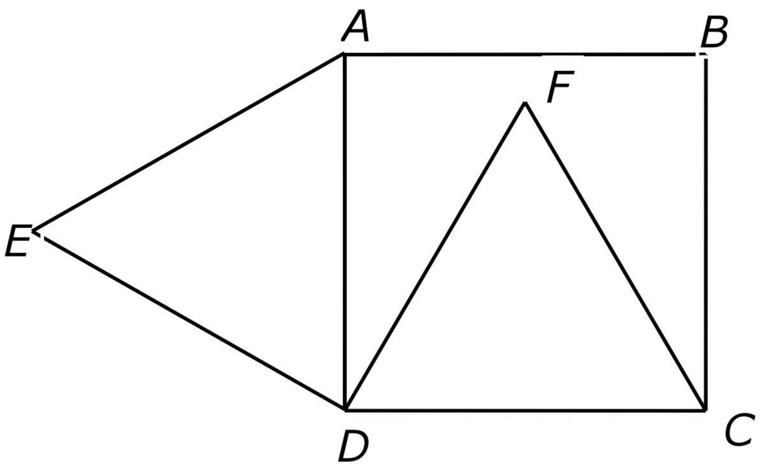
1) أنشئ ABC ، انشئ النقط 'B' ، C صورة B ، C بهذا الدوران .
2) أنشئ صورة منصف الزاوية $A\hat{C}B$ بهذا الدوران مع شرح الإنشاء.

التمرين الخامس:

_ABCD مربع ، ADE و CDF مثلثان متقايسا الأضلاع
نرمز بـ R للدوران الذي مركزه D و زاويته $60°$ (في اتجاه عقارب الساعة)

1) انشئ النقطة 'B صورة B بالدوران R
*/ ما هي طبيعة المثلث 'BDB ؟
*/استنتج ان 'B تنتمي للمستقيم (AC)

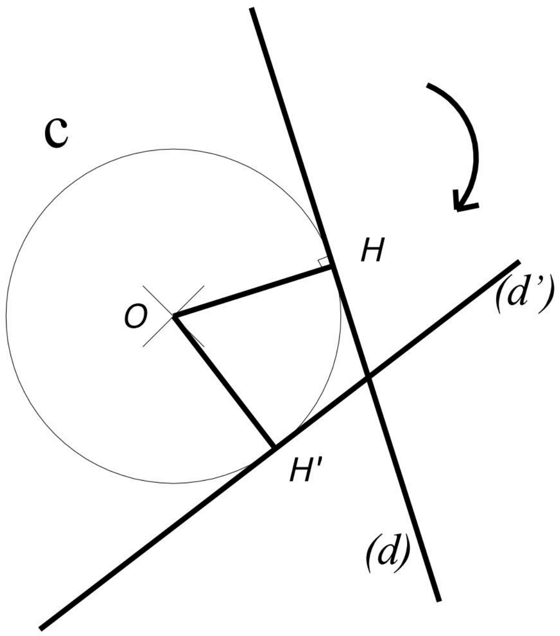
2) نرمز بـ r للدوران الذي مركزه D و زاويته $60°$ (في عكس اتجاه عقارب الساعة).
*/ عين صورة A ، C و 'B بالدوران r
*/ ماذا تستنتج بالنسبة للنقط B ، F و E ؟



• حلول التمارين :

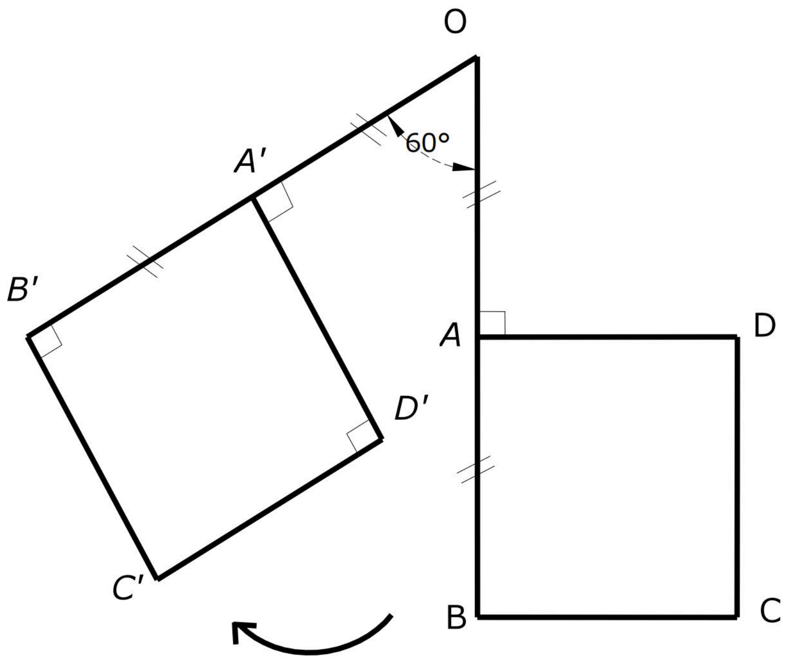
التمرين الأول:

الدوران يحول مستقيمان متعامدان إلى مستقيمان متعامدان و
$(d) \perp (OH)$
إذن الصور (OH') و (d') لهذين المستقيمين متعامدين أيضا .
1) ننشئ النقطة H' صورة H بهذا الدوران
2) ننشئ المستقيم (d') المار ب (H') و العمودي (OH')



التمرين الثاني:

1) ننشئ A' و B' صورة A ، B بهذا الدوران
2) ننشئ D' على المستقيم العمودي على $(A'O)$ في A'
بحيث: $A'D' = A'B'$
– المستقيمان العموديان على (OB') في B' و $(A'D')$ في D' يتقاطعان في C' .

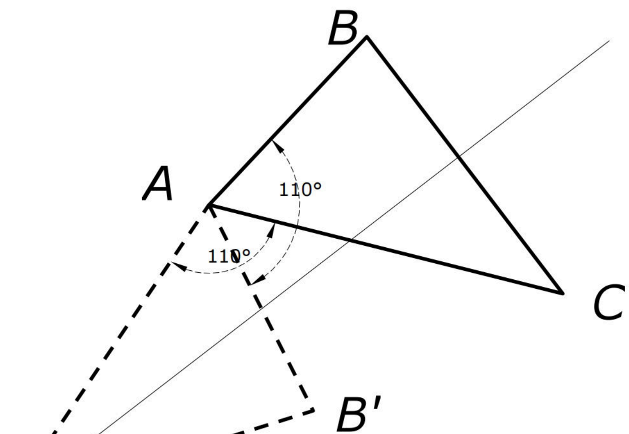


التمرين الثالث:

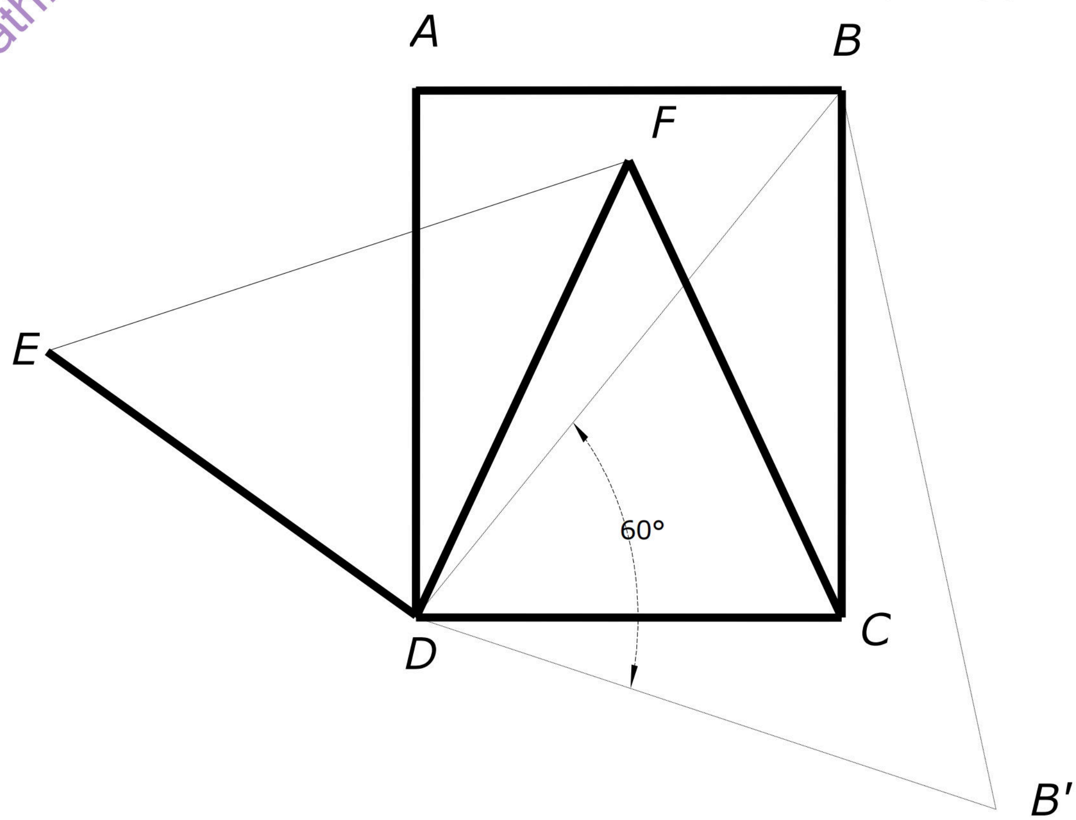
1) صحيح : $OA = OB$ من تعريف الدوران .
2) خطا لان: $A\hat{O}B > 90°$ ، O يجب أن تنتمي إلى الدائرة التي قطرها (AB) .
3) ج/C صورة A بالدوران الذي مركزه B وزاويته $60°$ في اتجاه عقارب الساعة.

التمرين الرابع :

صورة منصف $A\hat{C}B$ هو منصف $A\hat{C}'B'$ لان الدوران يحفظ الزوايا .



التمرين الخامس:



1) المثلث BDB' متساوي الساقين في D و $B\hat{D}B' = 60°$

إذن: المثلث BDB' متقايس الأضلاع .

و منه: B' تنتمي إلى متوسط القطعة [BD] و لان ABCD مربع

إذن: متوسط القطعة [BD] هو المستقيم (AC) .

B' نقطة من المستقيم (AC)

2) بما أن المثلث DAE متقايس الأضلاع DA = DE و $A\hat{D}E = 60°$

إذن صورة A بالدوران r هي E .

DCF مثلث متقايس الأضلاع إذن: DC = DF و $C\hat{D}F = 60°$

إذن صورة C بالدوران r هي F .

من السؤال 1 المثلث DB'B متقايس الأضلاع

إذن: DB' = DB و $B\hat{D}B' = 60°$ و منه: صورة B' بالدوران r هي B .

من السؤال 2 النقط A ، B' و C على استقامة واحدة بما ان الدوران يحفظ الاستقامة صورهم بالدوران r هي أيضا على استقامة واحدة

ومنه:

$\boxed{\text{النقط } F\text{، } E \text{ ، } B \text{ على استقامة}}$