

2 الحسابات على الجذور التربيعية

الكفاءات المستهدفة

- ★ تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب
- ★ معرفة قواعد الحساب على الجذور التربيعية
- ★ استعمالها لتبسيط عبارات تتضمن جذورا تربيعية

الجذر التربيعي لعدد موجب:

من أجل كل عدد موجب a يوجد عدان متعاكسان مربع كل منهما يساوي a .

تعريف:

a عدد موجب ($a \geq 0$)، الجذر التربيعي للعدد a :

هو العدد الموجب الذي مربعه يساوي a .

يرمز للجذر التربيعي للعدد a بالرمز \sqrt{a}

نكتب:

$$\begin{array}{l} \sqrt{a} \geq 0 \\ (\sqrt{a})^2 = a \\ \sqrt{a^2} = a \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \quad \text{إذا كان } a \geq 0 \text{ فإن:}$$

$$\text{مثال: } \sqrt{3} \geq 0, (\sqrt{3})^2 = 3, \sqrt{3^2} = 3$$

حساب الجذر التربيعي:

الآلة الحاسبة تسمح لنا بحساب قيمة مقربة أو قيمة مضبوطة للجذر التربيعي لعدد موجب:

قيمة مقربة

قيمة مضبوطة

$$\sqrt{12} \approx 3,464101$$

$$\sqrt{121} = 11$$

يمكننا دون استعمال الآلة الحاسبة حساب الجذر التربيعي لمربع تام.

مثلا:

$$\sqrt{0} = 0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{36} = 6, \sqrt{121} = 11$$

خواص:

(1) الضرب:

من أجل $a \geq 0$ ، $b \geq 0$ فإن:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

مثال:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3 \times \sqrt{5}$$

تطبيق هذه الخاصية في اختصار الجذور:

من أجل $a \geq 0$ يكون:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a \times a} = \sqrt{a^2}$$

$$\sqrt{a \times a} = (\sqrt{a})^2 = a$$

نتيجة: من أجل $a \geq 0$ يكون $\sqrt{a^2} = a$

مثال:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

الكتابة على الشكل: $a\sqrt{b}$

مثال: اكتب على أبسط شكل ممكن العدد A ، حيث:

$$A = \sqrt{3} - 2\sqrt{27} + 4\sqrt{300}$$

الكتابة المبسطة للعدد A :

$$A = \sqrt{3} - 2\sqrt{27} + 4\sqrt{300}$$

$$= \sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 40\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}(1 - 6 + 40) = 35\sqrt{3}$$

(2) القسمة:

من أجل $a \geq 0$ ، $b > 0$ يكون: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

مثال:

$$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{20}{4}} = \sqrt{5} ; \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{3}{27}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$
$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

حذر: $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$

لان: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ ، لكن: $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

بصورة عامة: $a > b ; a > 0 ; b > 0$

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} ; \quad \sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

ملاحظة:

يمكن استعمال المتطابقات الشهيرة في نشر (تحليل) عبارات تحتوي على الجذور التربيعية وذلك بعد دراسة المتطابقات الشهيرة.

المعادلة: $x^2 = a$

(•) إذا كان: $a > 0$ للمعادلة $x^2 = a$ حلين هما: \sqrt{a} ، $-\sqrt{a}$

(•) إذا كان: $a = 0$ للمعادلة $x^2 = a$ حل هو $x = 0$

(•) إذا كان: $a < 0$ للمعادلة $x^2 = a$ ليس لها حلول

مثلا:

المعادلة $x^2 = 5$ لها حلين مختلفين هما: $-\sqrt{5}$ ، $+\sqrt{5}$

المعادلة $x^2 = 0$ لها حل هو: 0 .

المعادلة $x^2 = -2$ ليس لها حلول .