https://prof27math.weebly.com/

معارف

I - المتطابقات الشهيرة

المتطابقة الأولى

نظرية a و b عددان.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

البرهان

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2 \quad (\text{لأن } ab = ba)$$

و بالتالي :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مثال

$$(x + 5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$
$$= x^2 + 10x + 25$$

أي $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

المتطابقة الثانية

نظرية a و b عددان.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

البرهان

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$
$$= a^2 - ab - ba + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

و بالتالي :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مثال

$$(x - 2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2$$
$$= x^2 - 4x + 4$$

أي $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

المتطابقة الثالثة

نظرية a و b عددان.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

البرهان

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2$$
$$= a^2 - b^2 \quad (\text{لأن } -ab + ab = 0)$$

و بالتالي : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. بنفس الكيفية يكون $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

مثال

$$(x + 9)(x - 9) = x^2 - 9^2$$
$$= x^2 - 81$$

أي $(x + 9)(x - 9) = x^2 - 81$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2 - نشر عبارة جبرية

تعريف نشر عبارة جبرية مكتوبة على شكل جداء يعني كتابتها على شكل مجموع جبري.

ملاحظة a، b، c، d أعداد

$c(a+b) = ca + cb$ ؛ $c(a-b) = ca - cb$ ؛ $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

لنشر العبارات الثلاث السابقة، استعملنا خاصية توزيع الضرب على الجمع.

مثال 1

$$(3x)(5x+3) = (3x)(5x) + (3x)(3)$$
$$= 15x^2 + 9x$$
$$(2x)(x-4) = (2x) \times x - 2x \times 4$$
$$= 2x^2 - 8x$$
$$(2x-1)(3x-2) = (2x)(3x) - (2x)2 - (3x) + 2$$
$$= 6x^2 - 4x + 2$$

مثال 2

$$(9x+2)^2 = (9x)^2 + 2(9x)\times 2 + 2^2$$
$$= 81x^2 + 36x + 4$$
$$(2x-5)^2 = (2x)^2 - 2(2x)\times 5 + 5^2$$
$$= 4x^2 + 20x + 25$$
$$(4x+3)(4x-3) = (4x)^2 - 3^2$$
$$= 16x^2 - 9$$

لنشر الجداءات الثلاث الواردة في المثال 2، استعملنا المتطابقات الشهيرة الثلاث.

3 - تحليل عبارة جبرية

تعريف تحليل عبارة جبرية مكتوبة على شكل مجموع يعني كتابتها على شكل جداء.

ملاحظة
- المجموع $ca + cb$ يحلل على الشكل $c(a+b)$ و ذلك باستخراج العامل المشترك c و نكتب $ca + cb = c(a+b)$.
- المجموع $ca - cb$ يحلل على الشكل $c(a-b)$ و ذلك باستخراج العامل المشترك c و نكتب $ca - cb = c(a-b)$.

مثال 1

$3x^2 + 6x = 3x(x+2)$ (باستخراج العامل المشترك $3x$)

$16x^3 - 64x^2 = 16x^2(x-4)$ (باستخراج العامل المشترك $16x$)

مثال 2

$$9x^2 + 6x + 1 = (3x)^2 + 2(3x)\times 1 + 1^2$$
$$= (3x+1)^2$$
$$4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2(2x)\times 3 + 3^2$$
$$= (2x-3)^2$$
$$25x^2 - 16 = (5x)^2 - 4^2 = (5x+4)(5x-4)$$

لتحليل العبارات الجبرية الواردة في المثال 2، استعملنا المتطابقات الشهيرة الثلاث.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

طرائق

1 - نشر عبارة باستعمال المتطابقات الشهيرة

طريقة لنشر عبارة جبرية يمكن استعمال المتطابقات الشهيرة.

تمرين انشر ثم بسط كل عبارة من العبارات التالية : $(2x+3)^2$ ؛ $(4-3x)^2$

$10+(x-5)(x+5)$ ؛ $(4x+2)^2+3(1-x)^2$

حل

1 . نشر وتبسيط $(2x+3)^2$

هذه العبارة من الشكل $(a+b)^2$ حيث $a=2x$ و $b=3$ ونعلم أن $(a+b)^2=a^2+2b+b^2$

إذن نشر $(2x+3)^2$ يكون كما يلي : $(2x+3)^2=(2x)^2+2(2x)\times 3+3^2$

$=4x^2+12x+9$

و بالتالي : $(2x+3)^2=4x^2+12x+9$

2 . نشر وتبسيط $(4-3x)^2$

هذه العبارة من الشكل من الشكل $(a-b)^2$ حيث $a=4$ و $b=3x$

ونعلم أن $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

إذن نشر $(4-3x)^2$ يكون كما يلي : $(4-3x)^2=4^2-2\times 4\times(3x)+(3x)$

$=16-24x+9x^2$

و بالتالي : $(4-3x)^2=16-24x+9x^2$

3 . نشر وتبسيط $10+(x-5)(x+5)$

الجداء $(x-5)(x+5)$ من الشكل $(a-b)(a+b)$ الذي ينشر على a^2-b^2.

إذن $(x-5)(x+5)=x^2-25$ وبالتالي : $10+(x-5)(x+5)=10+x^2-25$

$=x^2-15$

إذن : $10+(x-5)(x+5)=x^2-15$

4 . نشر وتبسيط $(4x+2)^2+3(1-x)^2$

نشر وتبسيط العبارتين $(4x+2)^2$ و $(1-x)^2$

لدينا : $(4x+2)^2=(4x)^2+2(4x)\times 2+2^2$

$=16x^2+16x+4$

$(1-x)^2=1-2(1)(x)+x^2=1-2x+x^2$

إذن : $(4x+2)^2+3(1-x)^2=16x^2+16x+4+3(1-2x+x^2)$

$=16x^2+16x+4+3-6x+3x^2$

$=19x^2+10x+7$

وبالتالي : $(4x+2)^2+3(1-x)^2=19x^2+10x+7$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2 - تحليل عبارة باستخراج عامل مشترك

طريقة لتحليل عبارة جبرية نلاحظ وجود عامل مشترك ثم نستخرجه.

تمرين حلل كل من العبارتين التاليتين إلى جداء عوامل :

$A = (5x - 1)(4x + 2) - 2x(5x - 1)$; $B = 64x^2 + 12x$

حل

1 . تحليل A : نلاحظ أن $(5x - 1)$ هو عامل مشترك في العبارة A.

إذن $A = (5x - 1)(4x + 2) - (2x)(5x - 1)$

$= (5x - 1)\left[(4x + 2) - (2x)\right]$

$= (5x - 1)(2x + 2) = (5x - 1)\left[2\times(x + 1)\right]$

ينتج أن : $A = 2(5x - 1)(x + 1)$

2 . تحليل B : نلاحظ أن $4x$ هو عامل مشترك في العبارة B.

إذن $B = 64x^2 + 12x = (4x)(16x) + (4x)\times 3 = (4x)(16x + 3)$

ينتج أن : $B = 4x(16x + 3)$

3 - تحليل عبارة باستعمال المتطابقات الشهيرة

طريقة لتحليل عبار جبرية نلاحظ إن كانت هذه العبارة تتضمن نشر لإحدى الجداءات $(a + b)^2$ ، $(a - b)^2$ و $(a + b)(a - b)$.

تمرين حلل كل من العبارتين التاليتين إلى جداء عوامل :

$A = 36x^2 + 12x + 1$; $B = 49 - 14x + x^2$; $C = (2x - 1)^2 - 25$

حل

1 . تحليل A :

$A = 36x^2 + 12x + 1$

$= (6x)^2 + 2\times(6x)\times 1 + 1^2$

نلاحظ أن هذه العبارة من الشكل $a^2 + 2ab + b^2$

إذن $36x^2 + 12x + 1 = (6x + 1)^2$ أي $A = (6x + 1)^2$

2 . تحليل B :

$B = 49 - 14x + x^2 = 7^2 - 2\times(7)x + x^2$

نلاحظ أن هذه العبارة من الشكل $a^2 - 2ab + b^2$

إذن $49 - 14x + x^2 = (7 - x)^2$ أي $A = (7 - x)^2$

3 . تحليل C :

نلاحظ أن $(2x - 1)^2 - 25 = (2x - 1)^2 - 5^2$ هذه العبارة من الشكل $a^2 - b^2$

حيث $a = 2x - 1$ و $b = 5$

إذن : $C = (2x - 1)^2 - 25 = (2x - 1)^2 - 5^2$

$= (2x - 1 + 5)(2x - 1 - 5) = (2x + 4)(2x - 6)$

$= 2(x + 2)(x - 3)$

وبالتالي : $C = 2(x + 2)(x - 3)$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمارين محلولة

تمرين 1 أنشر و بسط العبارتين التاليتين : $A = (2x+1)^2 - (2x+1)(x-5)$

$B = (x-3)^2 - (3x+1)^2$

حل

1 . نشر و تبسيط A :

• نشر $(2x+1)^2$: لدينا : $(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2(2x)\times 1 + 1^2$

$= 4x^2 + 4x + 1$

• نشر $(2x+1)(x-5)$: لدينا : $(2x+1)(x-5) = 2x^2 - 10x + x - 5$

$= 2x^2 - 9x - 5$

إذن $A = (2x+1)^2 - (2x+1)(x-5)$

$= 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 + 9x + 5$

وبالتالي : $A = 2x^2 + 13x + 6$

2 . نشر و تبسيط B :

• نشر $(x-3)^2$: لدينا : $(x-3)^2 = x^2 - 2(x)(3) + 3^2$

$= x^2 - 6x + 9$

• نشر $(3x+1)^2$: لدينا : $(3x+1)^2 = (3x)^2 + 2(3x)\times 1 + 1^2$

$= 9x^2 + 6x + 1$

إذن $B = (x-3)^2 - (3x+1)^2$

$= x^2 - 6x + 9 - (9x^2 + 6x + 1)$

$= x^2 - 6x + 9 - 9x^2 - 6x - 1$

وبالتالي : $B = -8x^2 - 12x + 8$

تمرين 2 حلل إلى جداء عوامل العبارة التالية : $A = 81 - x^2 + (9-x)(2x+3)$

حل

1 . لدينا : $81 - x^2 = (9+x)(9-x)$

• نلاحظ أن $9-x$ هو عامل مشترك إذن $A = 81 - x^2 + (9-x)(2x+3)$

$= (9+x)(9-x) + (9-x)(2x+3)$

$= (9-x)\left[(9+x) + (2x+3)\right]$

$= (9-x)(3x+12)$

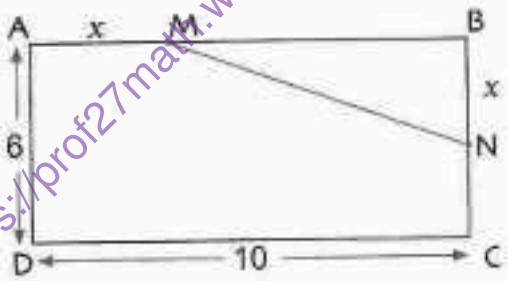
نلاحظ أن 3 هو عامل مشترك في العبارة : $3x+12$ إذن $3x+12 = 3(x+4)$

وبالتالي : $A = 3(9-x)(x+4)$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمرين 3



الوحدة هي السنتيمتر . ABCD مستطيل ،
M و N نقطتان من الضلعين [AB] و [BC]
على الترتيب حيث $AM = BN = x$ (الشكل).

1 . احسب مساحة المثلث MBN بدلالة x .
2 . استنتج مساحة المضلع AMNCD بدلالة x .
3 . احسب قيمة مساحة المضلع AMNCD من أجل $x = 2$.
4 . ماهي طبيعة المضلع AMNCD من أجل $x = 6$.
احسب مساحته.

حل

1 . حساب مساحة المثلث MBN بدلالة x .
لتكن $\mathcal{A}_1$ مساحة المثلث MBN .
لدينا : $\mathcal{A}_1 = \frac{1}{2} MB \times BN$
نعلم أن $BN = x$ و $MB = AB - AM = 10 - x$
إذن : $\mathcal{A}_1 = \frac{1}{2}(10 - x) \times x$
ينتج أن : $\mathcal{A}_1 = 5x - \frac{1}{2}x^2$

2 . حساب مساحة المضلع AMNCD .
لتكن $\mathcal{A}_2$ مساحة المضلع AMNCD
لدينا : $\mathcal{A}_2 = 6 \times 10 - \mathcal{A}_1$ حيث 6×10 هي مساحة المستطيل ABCD
إذن : $\mathcal{A}_2 = 60 - (5x - \frac{1}{2}x^2)$ و بالتالي : $\mathcal{A}_2 = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 60$

3 . حساب قيمة $\mathcal{A}_2$ من أجل $x = 2$.
من أجل $x = 2$ $\mathcal{A}_2 = \frac{1}{2}(2)^2 - 5 \times 2 + 60$
$= 2 - 10 + 60$
إذن من أجل $x = 2$: $\mathcal{A}_2 = 52$ أي مساحة المضلع AMNCD هي $52cm^2$.

4 . من أجل $x = 6$ ، النقطة N تنطبق على النقطة C .
المضلع AMNCD هو الشبه المنحرف AMCD ، قاعدتاه [AM] و [DC] .
يمكن حساب مساحته بكيفيتين.
• باستعمال الدستور : $\mathcal{A}_2 = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 60$
من أجل $x = 6$ ، نجد : $\mathcal{A}_2 = 48cm^2$
• باستعمال دستور مساحة شبه المنحرف.
من أجل $x = 6$ ، نجد : $\mathcal{A}_2 = \frac{(AM + DC)}{2} \times AD$
$= \frac{(6 + 10)}{2} \times 6 = 48$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/