https://prof27math.weebly.com/

الحساب الحرفي ـ المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1 ـ المتطابقات الشهيرة

تعريف : من أجل كل عددين a و b تسمى المساويات الآتية متطابقات شهيرة :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

أمثلة : $(x+\sqrt{2})\,2 = x^2 + 2\sqrt{2}\,x + 2$ ، $(1-x)^2 = 1 - 2x + x^2$ ، $(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) = x^2 - 5$

2ـ النشر و التحليل

- **تحليل عبارة جبرية يعني كتابتها على شكل جداء ويتم ذالك إماباستعمال العامل المشترك أ باستعمال المتطابقات الشهيرة .**
- **نشر و تبسيط عبارة جبرية يعني إجراء مختلف العمليات قصد تبسيطها وكتابتها على شكل خطي .**

مثال : نشر و تبسيط العبارة $(x+2)^2 + 3(x-1)$ يعطي : $x^2 + x + 7$:

تحليل العبارة $(x+2)^2 + (x+2)(x-1)$ يعطي : $(x+2)(2x+1)$

3 ـ معادلة جداء (معدوم)

تعريف : تسمى كل معادلة من الشكل : $(ax+b)(cx+d) = 0$ حيث : a ، b ، c و d أعداد حقيقية معلومة مع $a \neq 0$ و $b \neq 0$

معادلة جداء (معدوم) و يؤول حلها الى حل المعادلتين : $ax+b = 0$ و $cx+d = 0$.

لدينا: $(ax+b)(cx+d) = 0$ يعني : $ax+b = 0$ أو $cx+d = 0$.

مثال : $(2x-3)(x+1) = 0$ يعني : $2x-3 = 0$ أو $x+1 = 0$ أي $x = \frac{3}{2}$ أو $x = -1$.

و هكذا فإن للمعادلة $(ax+b)(cx+d) = 0$ حلان هما $\frac{3}{2}$ و -1 .

https://prof27math.weebly.com/

تمارين و مسائل محلولة

تمرين 1

ـ أنشر كل مما يلي : $(3x+5)^2$ ، $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2$ ، $(0.3x+y)^2$ ،

$(2x+1)^2$ ، $(3\sqrt{2}+4\sqrt{5})^2$ ، $(\frac{x}{2}+\frac{3}{2})^2$ ، $(3\times10^2+2\times10^{-3})^2$.

2 ـ أستخدم المتطابقات الشهيرة لحساب دون استخدام الآلة الحاسبة كل مما يلي : $(10.5)^2$ ، 101^2 ، 31^2

حل التمرين 1

$$(3x+5)^2 = (3x+5)(3x+5)$$
$$= 3x(3x+5)+5(3x+5)$$
$$= 9x^2+15x+15x+25$$
$$= \boxed{9x^2+30x+25}$$

$$(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2 = (\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})$$
$$= \sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{5})+\sqrt{5}(\sqrt{2}+\sqrt{5})$$
$$= 2+\sqrt{10}+\sqrt{10}+5$$
$$= \boxed{7+2\sqrt{10}}$$

$$(0.3x+y)^2 = 0.09x^2+y^2+0.6xy$$
$$(2x+1)^2 = (2x)^2+1^2+2\times2x\times1$$
$$= \boxed{4x^2+1+4x}$$

$$(3\sqrt{2}+4\sqrt{5})^2 = (3\sqrt{2})^2+(4\sqrt{5})^2+3\sqrt{2}\times4\sqrt{5}$$
$$= 18+80+24\sqrt{10}$$
$$= \boxed{98+24\sqrt{10}}$$

$$(\frac{x}{2}+\frac{3}{2})^2 = (\frac{x}{2})^2+(\frac{3}{2})^2+2\times\frac{x}{2}\times\frac{3}{2}$$
$$= \boxed{\frac{x^2}{4}+\frac{9}{4}+x\frac{3}{2}}$$

$$(10.5)^2 = (10+0.5)^2$$
$$= 10^2+(0.5)^2+2\times10\times0.5$$
$$= 100+0.25+10$$
$$= \boxed{110.25}$$

$$+(2\times10^{-3})^2+2\times3\times10^{-2}\times2\times10^{-3}$$
$$(3\times10^2+2\times10^{-3})^2=(3\times10^{-2})^2$$
$$= 9\times10^{-4}+4\times10^{-6}+12\times10^{-5}$$
$$= 10^{-4}(9+4\times10^{-2}+12\times10^{-1})$$
$$= 10.24\times10^{-4}$$
$$= \boxed{1024\times10^{-6}}$$

$$31^2 = (30+1)^2$$
$$= 30^2+1^2+2\times30\times1$$
$$= 900+1+60$$
$$= \boxed{961}$$

$$101^2 = (100+1)^2$$
$$= 100^2+1^2+100\times1$$
$$= 10000+1+200$$
$$= \boxed{10201}$$

https://prof27math.weebly.com/

تمرين 2

1 ـ أنشر كل مما يلي : $(6x-7)^2$ ، $(3\sqrt{3}-5)^2$ ، $(2\sqrt{3}-4)^2$ ، $(2x-4)^2$.

2 ـ أستخدم المتطابقات الشهيرة لحساب دون استخدام الآلة الحاسبة كل مما يلي : 45^2 ، 998^2 ، 99^2 .

حل التمرين 2

$(6x-7)^2 = (6x-7)(6x-7)$ $= 6x(6x-7) - 7(6x-7)$ $= 36x^2 - 42x - 42x + 49$ $= 36x^2 + 49 - 84x$	$(3\sqrt{3}-5)^2 = (3\sqrt{3}-5)(3\sqrt{3}-5)$ $= 3\sqrt{3}(3\sqrt{3}-5) - 5(3\sqrt{3}-5)$ $= 27 - 15\sqrt{3} - 15\sqrt{3} + 25$ $= 52 - 30\sqrt{3}$
$(2\sqrt{3}-4)^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2\times 2\sqrt{3}\times 4$ $= 12 + 16 - 16\sqrt{3}$ $= 28 - 16\sqrt{3}$ $(2x-4)^2 = (2x)^2 + 4^2 - 2\times 2x\times 4$ $= 4x^2 + 16 - 16x$	$45^2 = (50-5)^2 = 50^2 + 5^2 - 2(50)(5)$ $= 2500 + 25 - 500$ $= 2000 + 25$ $= 2025$
$998^2 = (1000-2)^2 = 1000^2 + 2^2 - 2\times 1000\times 2$ $= 1000000 + 4 - 4000$ $= 996004$	$99^2 = (100-1)^2 = 100^2 + 1^2 - 2\times 100\times 1$ $= 10000 + 1 - 200$ $= 9801$

تمرين 3

جداء مجموع حدّين و فرقهما يساوي فرق مربعي الحدّين

1 ـ أنشر كل مما يلي : $(3x-1)(3x+1)$ ، $(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)$ ، $(2x+4)(2x-4)$ ، $(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{3})$

2 ـ أستخدم المتطابقات الشهيرة لحساب دون استخدام الآلة الحاسبة كل مما يلي : 99×101 ، 998×1002 .

حل التمرين 3

$(3x-1)(3x+1) = 3x(3x+1) - 1(3x+1)$ $= 9x^2 + 3x - 3x - 1$ $= 9x^2 - 1$	$(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3) = 2\sqrt{2}(2\sqrt{2}+3) - 3(2\sqrt{2}+3)$ $= 8 + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 9$ $= 8 - 9$ $= -1$
$(2x+4)(2x-4) = (2x)^2 - 4^2$ $= 4x^2 - 16$	$(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{3}) = x^2 - (\frac{1}{3})^2$

https://prof27math.weebly.com/

$= x^2 - \frac{1}{9}$	
$1002 \times 998 = (1000+2)(1000-2)$ $= 1000^2 - 2^2$ $= 1000000 - 4$ $= 999996$	$101 \times 99 = (100+1)(100-1)$ $= 100^2 - 1^2$ $= 10000 - 1$ $= 9999$

تمرين 4

أكتب على شكل جداء عاملين كل من العبارات التالية :

$(6x-5)(2x+1)-(6x-5)(x+3)$ ، $(x+2)^2+(2x+2)(x-5)$ ، $50-2(4x+5)^2$ ،

$(x+7)(2x-3)-(x+7)^2$ ، $(x-1)-(x-1)^2$ ، $(2x+1)(x-4)+(2x+1)$ ،

$(2x+1)^2-(x-3)^2$ ، $25-(2x+3)^2$ ، $4(x-1)^2-9(3x-2)^2$ ، x^2-3

حل التمرين 4

$(6x-5)(2x+1)-(6x-5)(x+3)$ $=(6x-5)[(2x+1)-(x+3)]$ $=(6x-5)(2x+1-x-3)$ $=\boxed{(6x-5)(x-2)}$	$(x+2)^2+(x+2)(x-5)$ $=(x+2)[(x+2)+(x-5)]$ $=(x+2)(x+2+x-5)$ $=\boxed{(x+2)(2x-3)}$
$(x+7)(2x-3)-(x+7)^2$ $=(x+7)[(2x-3)-(x+7)]$ $=(x+7)(2x-3-x-7)$ $=\boxed{(x+7)(x-10)}$	$(2x+1)(x-4)+(2x+1)$ $=(2x+1)[(x-4)+1]$ $=(2x+1)(x-4+1)$ $=\boxed{(2x+1)(x-3)}$
$(x-1)-(x-1)^2=(x-1)[1-(x-1)]$ $=(x-1)(1-x+1)$ $=\boxed{(x-1)(2-x)}$	$x(5x-2)-3(5x-2)$ $=\boxed{(5x-2)(x-3)}$
$(2x+1)^2-(x-3)^2$ $=[(2x+1)-(x-3)][(2x+1)+(x-3)]$ $=\boxed{(x+4)(3x-2)}$	$25-(2x+3)^2=5^2-(2x+3)^2$ $=[5-(2x+3)][5+(2x+3)]$ $=\boxed{(2x+2)(2x+8)}$
$-9(3x-2)^2=[2(x-1)]^2-[3(3x-2)]^2$ $4(x-1)^2$ $=[2(x-1)-3(3x-2)][2(x-1)+3(3x-2)]$ $=(2x-2-9x+6)(2x-2+9x-6)$	$x^2-3=x^2-\sqrt{3}^2=(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$ $2x^2-1^2=(\sqrt{2}x)^2-1^2=(\sqrt{2}x-1)(\sqrt{2}x+1)$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

= $(7x+4)(11x-8)$	

تمرين 5

ليكن العبارة A حيث : $A=(2x-3)(x-2)-(x-3)^2$

ـ أنشر وبسط العبارة A .

ـ احسب قيمة العبارة A من أجل $x=\sqrt{2}$ ثم من أجل $x=\sqrt{3}-2$ ثم من أجل $x=\sqrt{5}+3$.

حل التمرين 5

$A=(2x-3)(x-2)-(x-3)^2$

$A=2x(x-2)-3(x-2)-[x^2-2\times 3\times x+3^2]$

$A=[2x^2-4x-3x+6]-[x^2-6x+9]$

$A=2x^2-7x+6-x^2+6x-9$

$A=x^2-x-3$

حساب قيمة A من أجل $x=\sqrt{2}$:

$A=\sqrt{2}^2-\sqrt{2}-3$

$A=2-\sqrt{2}-3$

$A=-1-\sqrt{2}$

حساب قيمة A من أجل $x=\sqrt{3}-2$

$A=(\sqrt{3}-2)^2-(\sqrt{3}-2)-3$

$A=6-5\sqrt{3}$

حساب قيمة A من أجل $x=\sqrt{5}+3$

$A=8-7\sqrt{5}$

تمرين 6

لتكن العبارة F حيث : $F=(4x-3)^2-(x+3)(3-9x)$

1 ـ أنشر و تبسيط $(4x-3)^2$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2 ـ بين أن : $F = (5x)^2$

3 - أوجد قيمة x لما $F = 125$

حل التمرين 6

نشر و تبسيط $(4x-3)^2$

$(4x-3)^2 = (4x)^2 - 2\times 4x \times 3 + 3^2$

$= 16x^2 - 24x + 9$

نبين أن : $F = (5x)^2$

$F = 16x^2 - 24x + 9 - [x(3-9x)+3(3-9x)]$

$F = 16x^2 - 24x + 9 - [3x - 9x^2 + 9 - 27x]$

$F = 16x^2 - 24x + 9 - [-9x^2 - 24x + 9]$

$F = 16x^2 - 24x + 9 + 9x^2 + 24x - 9$

$F = 25x^2$

أي $F = (5x)^2$

إيجاد قيمة x لما $F = 125$

لدينا $F = 25x^2$

أي $25x^2 = 125$ ومنه $x^2 = \frac{125}{25}$ ومنه $x^2 = 5$

ومنه $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$

تمرين 7

x و y عددان بحيث : $x^2 + y^2 = 208$ و $x \cdot y = 58$

ما هي قيمة $x + y$ ؟

حل التمرين 7

لدينا $x^2 + y^2 = 208$ و $x \cdot y = 58$

لكن $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

إذن $(x+y)^2 = 208 + 116 = 324$

و منه : $x+y = \sqrt{324} = 18$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمرين 8

ليكن F حيث : $F = (2x+2)^2 - 9$

أ ـ أنشر وبسط F . ثم احسب قيمة F من أجل $x = 0.5$.

ب ـ حلل F .

ج ـ حل المعادلة : $(2x+5)(2x-1) = 0$

حل التمرين 8

نشر وتبسيط العبارة : F

$F = (2x+2)^2 - 9$ ومنه $F = 4x^2 + 4 + 8x - 9$

أي : $4x^2 + 8x - 5$

حساب قيمة F من أجل $x = 0.5$

$F = (2\times\frac{1}{2}+2)^2 - 9$ و منه $F = 3^2 - 9$ ومنه $F = 9 - 9 = 0$

تحليل F

$F = (2x+2)^2 - 9$ ومنه : $F = (2x+2)^2 - 3^2$

أي : $F = [(2x+2)+3][(2x+2)-3]$

إذن : $F = (2x+5)(2x-1)$

حل المعادلة : $(2x+5)(2x-1) = 0$

$(2x+5)(2x-1) = 0$ معناه : إما $2x+5 = 0$ أو $2x-1 = 0$

أي : $x = \frac{-5}{2}$ أو : $x = \frac{1}{2}$

المعادلة لها حلين هما $\frac{-5}{2}$ و $\frac{1}{2}$.

تمرين 9

1/ أنشر ثم بسط كلا من العددين A و B حيث : $A = (3\sqrt{5}+4)^2$ ، $(2x-7)^2$.

2/ أحسب مساحة مستطيل طوله $\sqrt{7}+1$ وعرضه $\sqrt{7}-1$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

حل التمرين 9

نشر وتبسيط العبارة A :

$A = (3\sqrt{5} + 4)^2$ معناه $A = 61 + 24\sqrt{5}$

نشر وتبسيط العبارة B

$B = (2x - 7)^2$ معناه $B = 4x^2 + 27x + 49$

حساب مساحة المستطيل ABCD :

$(\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} + 1) = \sqrt{7}^2 - 1^2 = 6cm^2$

تمرين 10

لتكن العبارة : $P = (2x-1)^2 - 16$

أحسب p من أجل $x = \frac{1}{2}$

أنشر العبارة p .

3 – حلل العبارة p

4 – حل المعادلة : $(2x + 3)(2 - 3x) = 0$ /

حل التمرين 10

1 – حساب p من أجل $x = \frac{1}{2}$

$P = (2\times\frac{1}{2} - 1)^2 - 16$

$P = (1 - 1)^2 - 16$

$P = 0 - 16$

$P = -16$

2 – نشر العبارة p :

$P = 4x^2 - 4x + 1 - 16$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

$P = 4x^2 - 4x - 15$

3 – تحليل العبارة p :

$P = [\,(2x-1)-4\,]\;[\,(2x-1)+4\,]$

$P = [\;2x-1-4\;]\;[\;2x-1+4\;]$

$P = (\;2x-5\;)\;(\;2x+3\;)$

تمرين 11

لتكن العبارة : $D = (3x+5)(2-x)-(2-x)^2$

أنشر العبارة D .

3 –حلل العبارة D

حل التمرين 11

– نشر العبارة D :

$$D = (3x+5)(2-x)-(2-x)^2$$
$$D = 3x\times 2 - 3x\times x + 5\times 2 - 5\times x - (2^2 - 2\times 2\times x + x^2)$$
$$D = 6x - 3x^2 + 10 - 5x - (4 - 4x + x^2)$$
$$D = 6x - 3x^2 + 10 - 5x - 4 + 4x - x^2$$
$$D = -4x^2 + 5x + 6$$

تحليل العبارة D :

$$D = (3x+5)(2-x)-(2-x)^2$$
$$D = (2-x)[(3x+5)-(2-x)]$$
$$D = (2-x)(3x+5-2+x)$$
$$D = (2-x)(4x+3)$$

حل المعالة : $(2-x)(4x+3)=0$

$(4x+3)=0$ أو $(2-x)=0$

$4x=-3$ أو $x=2$

https://prof27math.weebly.com/

$x = 2$ أو $x = -\frac{3}{4}$

المعادلة لها حلين هما : 2 و $-\frac{3}{4}$

تمرين 12

لتكن العبارة : $F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$

1 - أنشر العبارة F .

2 – حلل العبارة F

3 - حل المعادلة : $(2x + 3)(2 - 3x) = 0$

4 – أحسب F من أجل $x = 3$

حل التمرين12

– نشر و تبسيط العبارة F :

$F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$

$F = (10x - 2x^2 + 15 - 3x) - [(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2]$

$F = (-2x^2 + 7x + 15) - (4x^2 + 12x + 9)$

$F = -2x^2 + 7x + 15 - 4x^2 - 12x - 9$

$F = -6x^2 - 5x + 6$

- تحلل العبارة F :

2/ $F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$

$F = \underline{(2x + 3)}(5 - x) - \underline{(2x + 3)}(2x + 3)$

$F = (2x + 3)[(5 - x) - (2x + 3)]$

$F = (2x + 3)(5 - x - 2x - 3)$

$F = (2x + 3)(2 - 3x)$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

حل المعادلة : $(2x + 3)(2 - 3x) = 0$

$(2x + 3)(2 - 3x) = 0$ معناه :

$2x + 3 = 0$ أو $2 - 3x = 0$

$2x = -3$ أو $2 = 3x$

$x = -\frac{3}{2}$ أو $x = \frac{2}{3}$

المعادلة لها حلين هما : $(-\frac{3}{2})$ و $\frac{2}{3}$

حساب F من أجل $x = 3$

$F = -6 \times 3^2 - 5 \times 3 + 6$

$F = -54 - 15 + 6$

$F = -63$

$F = (2 \times 3 + 3)(2 - 3 \times 3)$

$F = (6 + 3) \times (2 - 9) = 9 \times (-7)$

$F = -63$

تمرين 13

لتكن العبارة : $D = (9x + 3)(2x - 3) - (2x - 3)^2$

1 - أنشر ثم بسط العبارة D .

2 – حلل العبارة D .

3 – أحسب D من أجل $x = \sqrt{2}$ ثم من أجل $x = \frac{3}{2}$

https://prof27math.weebly.com/

حل التمرين13

– نشر العبارة D :

$$\begin{aligned} D &= (9x+3)(2x-3)-(2x-3)^2 \\ &= 18x^2-27x+6x-9-(4x^2-12x+9) \\ &= 18x^2-27x+6x-9-4x^2+12x-9 \\ &= 14x^2-9x-18 \end{aligned}$$

تحليل العبارة D :

$$\begin{aligned} D &= (9x+3)(2x-3)-(2x-3)^2 \\ &= (2x-3)[(9x+3)-(2x-3)] \\ &= (2x-3)(9x+3-2x+3) \\ &= (2x-3)(7x+6) \end{aligned}$$

حساب D من أجل $x=\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} D &= 14\sqrt{2}^2-9\sqrt{2}-18 = 14\times 2-9\sqrt{2}-18 \\ &= 28-9\sqrt{2}-18 \\ &= 10-9\sqrt{2} \end{aligned}$$

حساب D من أجل $x=\frac{3}{2}$

$$D = 14\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-9\times\frac{3}{2}-18 = 14\times\frac{9}{4}-\frac{27}{2}-18$$

$$= \frac{126}{4}-\frac{54}{4}-\frac{72}{4}=0$$