

الأحصاء

الكفاءات المستهدفة:

- * / حساب تكرارات مجموعة و تواترات مجموعة
- * / تعيين الوسط و الوسيط لسلسلة إحصائية و ترجمتها
- * / استعمال المجدولات لمعالجة معطيات إحصائية و تمثيلها.

تصميم الدرس

1. تعريف الإحصاء
2. لغة الإحصاء
3. أنواع التمثيلات البيانية الإحصائية
4. مؤشرات الموقع
5. استعمال تكنولوجيايات الإعلام و الاتصال
6. تمارين و مشكلات
7. حلول التمارين

1. تعريف الإحصاء:

الإحصاء هو دراسة ظاهرة أو معطيات بطريقة علمية، ترجمتها وتفسيرها.

2. لغة الإحصاء:

لغة الإحصاء ضرورية للتعامل مع هذا المفهوم فهذه اللغة تتمثل في معرفة بعض التعابير و المفردات الإحصائية الأساسية.

مثال عن توظيف التعابير الإحصائية:

للالتحاق بإكمالية "الأمير عبد القادر"

- 209 تلميذ يستعملون النقل العمومي.
- 284 تلميذ يأتون راجلين.
- 92 تلميذ يأتون في سيارات أولياتهم.

- نسمي **مجتمعا إحصائيا** مجموع الأفراد الذين تخصهم الدراسة الإحصائية.

في المثال السابق : يشكل تلاميذ " إكمالية الأمير عبد القادر " المجتمع الإحصائي، أفراده تلاميذ هذه الإكمالية و الدراسة الإحصائية تتمثل في كيفية التحاق التلاميذ بالإكمالية (طبيعة النقل المستعمل).

1.2 السلاسل الإحصائية :

- نسمي **التكرار الكلي** للسلسلة عدد عناصر هذه السلسلة.

التكرار الكلي هو : $209 + 284 + 92 = 585$

585 عناصر هذا المجتمع و الذي يتمثل في تلاميذ الإكمالية المذكورة.

- نسمي **متغيرا إحصائيا** أو **ميزة إحصائية** الشيء الذي تخصه الدراسة الإحصائية و الذي يشمل عدة أنواع مختلفة، حيث يأخذ كل فرد من المجتمع المدروس نوعا واحدا فقط من هذه الأنواع.

- نسمي **التكرار المرفق** بنوع معين للمتغير الإحصائي عدد مرات ظهور هذا النوع

مثال: تكرار التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو 209

- تسمى التواتر (أو التكرار النسبي) المرفق بنوع معين للمتغير الإحصائي حاصل قسمة تكرار هذا النوع على التكرار الكلي.

مثال: تواتر التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو 209/585 و يعبر عن هذه النتيجة بعدد عشري أو بنسبة مئوية.

- نقول عن ميزة انها كمية عندما تكون ممثلة بعدد.

مثلا: العمر، المسافة، المدة، العلامة هي ميزات كمية.

- و نقول عن ميزة غير كمية أنها نوعية: الجنس، اللون فهذا طبع إحصائي

2.2 التوزيعات التكرارية:

- نقول عن ميزة كمية أنها متقطعة (أو متغير إحصائي متقطع) عندما لا يأخذ إلا قيما معزولة.

مثال:

السلسلة الإحصائية الآتية تمثل علامات 30 تلميذا.

10	15	12	17	8	7	15	8	10	10	13	17	10
7	17	12	13	7	13	15	8	10	8	13	15	10
13	10	13	15									

- المعلومات غير منظمة وبصعب استغلالها لذلك يستحسن تقديمها وتنظيمها في جدول و ذلك بتجميع النتائج حسب القيم المتساوية.
- تمثل هذه السلسلة الإحصائية بجدول يشمل كل قيمة و تكرارها فهي ميزة كمية متقطعة.
- طبع أو ميزة إحصائية متقطعة

العلامات قيم الطبع الإحصائي	7	8	10	12	13	15	17
التكرارات عدد أفراد الموافقة للقيمة	3	4	7	2	6	5	3
التواترات	$\frac{3}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{3}{30}$

$$\frac{\text{التكرار}}{\text{عدد أفراد المجتمع}} = \text{التواترات}$$

تذكرة :

نقول عن **ميزة كمية** إنها مستمرة عندما يمكنها إن تأخذ كل القيم المحصورة بين أي عددين من هذه السلسلة.

مثال: سلسلة إحصائية تتعلق بأطوال و ديان بالكيلومتر (الميزة الإحصائية هنا مستمرة).

الأطوال	[80;100[[100 ;120[[120 ;140[[140 ;160[
التكرارات	12	10	12	6
التواترات	$\frac{12}{40}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{12}{40}$	$\frac{6}{40}$

$$\frac{\text{التكرار}}{\text{التكرار الكلي}} = \text{التواترات}$$

تذكرة :

$$12+10+12+6=40 \text{ التكرار الكلي}$$

يتبين من خلال الأمثلة السابقة أن:

السلسلة الإحصائية هي مجموعة نتائج الدراسة الإحصائية، غالبا ما نمثلها بجدول يشمل كل قيمة و تكرارها.

3.2 التوزيعات التكرارية المجمعة:

- عندما تكون قيم الميزة الإحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، تسمى:

التكرار المجمع الصاعد: لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) و تكرارات القيم (أو الفئات الأصغر منها)

التكرار المجمع النازل: لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) و تكرارات القيم (أو الفئات الأكبر منها).

مثال:

لدينا سلسلة إحصائية تتعلق بأطوال وديان (المثال السابق)، لتعين التكرار المجمع الصاعد و النازل.

الأطوال	$[80;100[$	$[100;120[$	$[120;140[$	$[140;160[$
التكرار	12	10	12	6
التكرار المجمع الصاعد	12	22	34	40
التكرار المجمع النازل	40	28	18	6

التواتر المجمع الصاعد: لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أو الفئة) و تواترات القيم (أو الفئات) الأصغر منها.

التواتر المجمع النازل: لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أو الفئة) و تواترات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.

مثال: نبقى مع المثال السابق (السلسلة الإحصائية لأطوال الوديان).

الأصول	[80;100[[100 ;120[[120 ;140[[140 ;160[
التكرار	12	10	12	6
التواتر	$\frac{12}{40}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{12}{40}$	$\frac{6}{40}$
التواتر المجمع الصاعد	$\frac{12}{40}$	$\frac{34}{40}$	$\frac{34}{40}$	$\frac{40}{40}$
التواتر المجمع النازل	1	$\frac{28}{40}$	$\frac{18}{40}$	$\frac{6}{40}$

ملاحظة:

عندما يكون عدد القيم كبيراً نلجأ إلى حصرها ضمن مجالات (ميزة كمية مستمرة أو متغير إحصائي مستمر) تدعى فئات

المجال المستعمل: [a;b] (كما ورد في المثال السابق)

[a;b]: معناه القيم المحصورة بين a و b



b جزء مستثنى من المجال

طول الفئة: العدد الموجب: $b - a$

مركز الفئة: هو العدد: $\frac{a+b}{2}$
مثال:

لدينا فئة محصورة ضمن المجال [7;10[

$$\frac{7+10}{2} = 8.5 \quad \begin{array}{l} \text{مركز الفئة هو:} \\ \text{طول الفئة هو: } \boxed{10-7=3} \end{array}$$

3. أنواع التمثيلات البيانية الإحصائية:

1.3 إنشاء مخططات بأعمدة أو أشرطة:

- يناسب هذا النوع من التمثيل الميزات الإحصائية المنقطعة (الكمية أو النوعية)، حيث يخصص عمود لكل قيمة تأخذها الميزة. و يكون التمثيل بمراعاة القواعد الآتية:
- طول كل عمود يكون متناسبا مع تكرار القيمة.
 - عرض الأشرطة متماثل.
 - كل عمودين (أو شريطين) متجاورين يكونان متباعيين.
 - نضع البيانات على المحورين و عنوانا للتمثيل.

مثال:

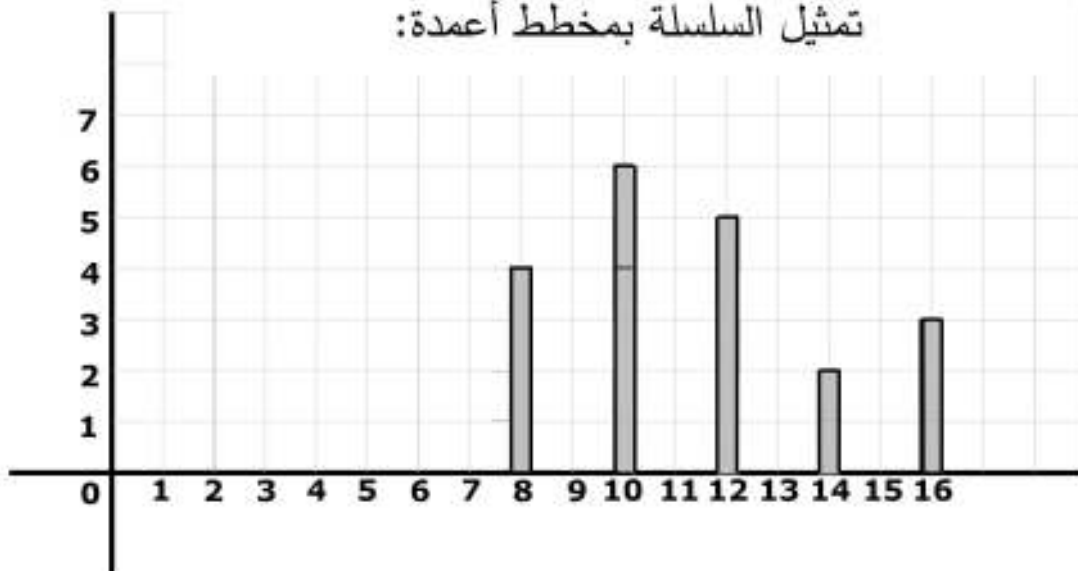
السلسلة الآتية تعبر عن علامات 20 تلميذا.

10	16	8	12	10	8	12	12	16	14
10	10	14	10	8	12	8	12	10	16

نلخص السلسلة في الجدول الآتي:

القيم (العلامات)	8	10	12	14	16
التكرارات عدد التلاميذ	4	6	5	2	3

تمثيل السلسلة بمخطط أعمدة:



2.3 إنشاء المدرج التكراري:

يناسب هذا النوع من التمثيل الميزات الإحصائية المستمرة المجمعة في فئات، حيث يخصص مستطيل لكل فئة. في هذه الحالة يمثل المستطيل كل القيم الممكنة والمحصورة بين طرفي الفئة، عكس التمثيل السابق بالأعمدة أو الأشرطة حيث يرفق بكل عمود قيمة وحيدة، ويكون التمثيل بمراعاة القواعد الآتية:

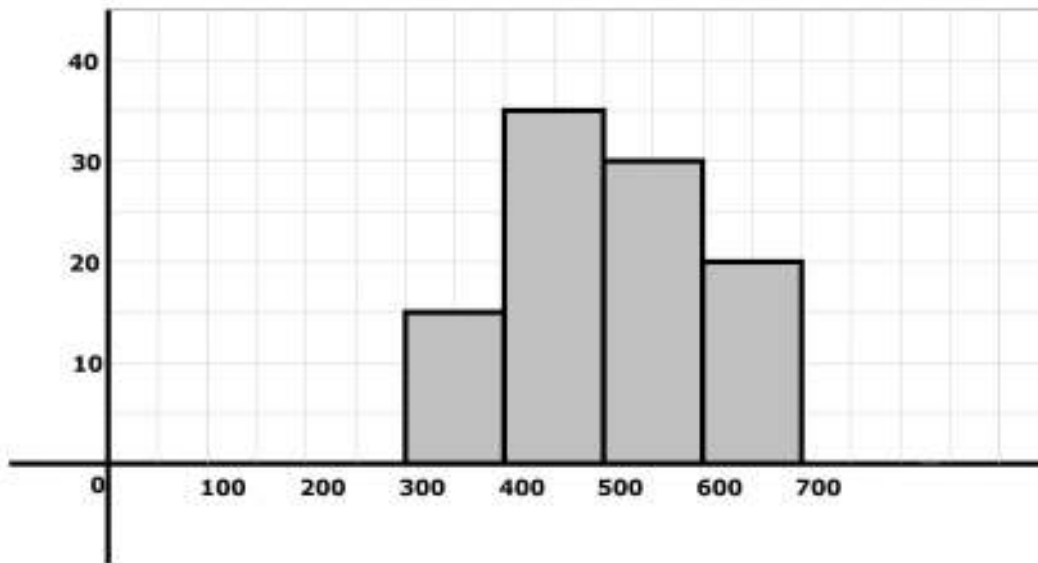
- عرض كل مستطيل يكون متناسبا مع طول الفئة.
- مساحة كل مستطيل تكون متناسبة مع تكرار الفئة.
- نضع البيانات على المحورين وعنوانا للتمثيل.

مثال:

أجريت دراسة على 100 مصباح لمعرفة صلاحيتها و سجلت النتائج في الجدول الآتي:

مدة الصلاحية بالساعات	[300 ;400[[400 ;500[[500 ;600[[600 ;700[
عدد المصابيح	15	35	30	20

المدرج التكراري للسلسلة:



3.3- إنشاء التمثيل بقطاعات:

يناسب هذا النوع من التمثيل الميزات الإحصائية النوعية أو المستمرة و يكون في شكلين:

- مخططات دائرية أو مخططات نصف دائرية
- و يكون بمراعاة التناسبية بين زاوية (مساحة) كل قطاع و تكرار القيمة.

مثال:

الجدول الآتي يبين عدد السيارات المسجلة في الجزائر إلى غاية 31/12/2002 (المصدر: الديوان الوطني للإحصائيات)

السيارات السياحية	الشاحنات	الأنواع الأخرى
1 739 286	300 171	938 400

تمثيل هذه السلسلة بمخطط دائري.

الحل:

$$N = 1\,739\,286 + 300\,171 + 938\,400$$
$$N = 2\,977\,857$$

* قياس الزاوية الموافقة للسيارات السياحية:

$$360 \times \frac{1\,739\,286}{2\,977\,857} \approx 210^\circ$$

* قياس الزاوية الموافقة للشاحنات:

$$360 \times \frac{300\,171}{2\,977\,857} \approx 36^\circ$$

* قياس الزاوية الموافقة للأنواع الأخرى:

$$360 \times \frac{938\,400}{2\,977\,857} \approx 114^\circ$$

طريقة إيجاد قياس زاوية لفئة (أو قيمة) في مخطط دائري:

N: هو التكرار الكلي

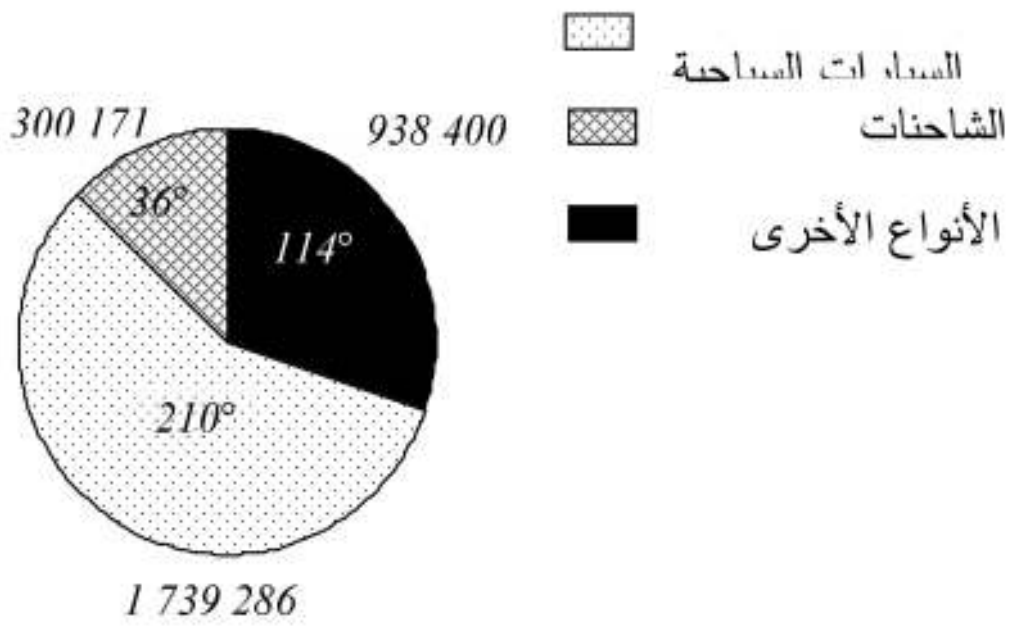
n: تكرار فئة (أو قيمة)

α : هو قياس الزاوية الذي يمثل الفئة (أو القيمة) بالدرجات

تذكرة: قياس زاوية كلية يساوي 360° .

$$\alpha = 360^\circ \times \frac{n}{N}$$

إنشاء المخطط الدائري:



4. مؤشرات الموقع:

1.4 حساب الوسط الحسابي:

تعريف:

نسمي الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية حاصل قسمة مجموع قيم السلسلة المتوازنة بالتكرارات الموافقة لها على الترتيب على التكرار الكلي.

معناه :

إذا كانت x_1, x_2, \dots, x_k قيم السلسلة الإحصائية و n_1, n_2, \dots, n_k التكرارات الموافقة لها على الترتيب، فإن الوسيط الحسابي الذي نرسم له بالرمز \bar{x} يعطي العلاقة :

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

1. مثال عن حساب وسط حسابي لطبع إحصائي متقطع:

* حساب وسط حسابي لسلسلة علامات التلاميذ في فرض الرياضيات

العلامات	7	8	9	10	11	12	13	14	15
التكرارات	6	3	5	1	2	2	3	1	2

- عدد تلاميذ القسم هو مجموع التكرارات

$$6+3+5+1+2+2+3+1+2=25$$

الوسط الحسابي لهذا الطبع الإحصائي المتقطع هو:

$$\bar{x} = \frac{6 \times 7 + 3 \times 8 + 5 \times 9 + 1 \times 10 + 2 \times 11 + 2 \times 12 + 3 \times 13 + 1 \times 14 + 2 \times 15}{25}$$

$$\bar{x} = \frac{250}{25} \quad \bar{x} = 10$$

2. مثال عن حساب وسط حسابي لميزة أو طبع إحصائي مستمر:

- إذا بوينا العلامات السابقة في فئات (في طبع إحصائي مستمر)، نحصل على السلسلة الإحصائية الآتية:

- طول كل سلسلة هو 3

العلامات	[7 ; 10[[10 ; 13[[13 ; 16[
التكرارات	14	5	6
مركز الفئة	8,5	11,5	14,5

تذكرة: مركز الفئة [a ; b] هو $\frac{a+b}{2}$

- عندما يتعلق الأمر بطبع إحصائي مستمر، نحسب الوسط الحسابي بتعويض كل فئة $[a; b]$ بحساب مركز فئتهم ثم نحسب الوسط الحسابي.

للمثال السابق :

$$\bar{x} = \frac{14 \times 8,5 + 5 \times 11,5 + 6 \times 14,5}{25}$$

$$\bar{x} = 10,54$$

حالات خاصة:

1/ الوسط الحسابي للأعداد العشرية لها نفس الجزء الصحيح، نحسب الوسط الحسابي بقسمة الأجزاء العشرية على التكرار الكلي.

2006,6 ; 2006,2 ; 2006,1 ; 2006,5

نحسب الوسط الحسابي للأقسام العشرية فقط

$$\bar{a} = \frac{0,6 + 0,2 + 0,1 + 0,5}{4}$$

$$\bar{a} = \frac{1,4}{4} = 0,35$$

إذن الوسط الحسابي للأعداد العشرية السابقة هو :

$$\bar{x} = 2006 + \bar{a} \quad ; \quad \bar{x} = 2006 + 0,35$$

$$\bar{x} = 2006,35 \text{ أي}$$

2/ الوسط الحسابي لسلسلة انطلاقا من اوساط حسابية جزئية :

مثلا: يتكون قسم من 15 تلميذ و 10 تلميذات معدل التلاميذ 12,5 و معدل التلميذات 11,3

الحل:

عدد تلاميذ القسم: $10 + 15 = 25$

معدل القسم أو الوسط الحسابي للسلسلة ذات اوساط حسابية جزئية هو:

$$\bar{x} = \frac{15 \times 12,5 + 10 \times 11,3}{25}$$

$$\boxed{\bar{x} = 12,02}$$

4.2 حساب الوسيط لسلسلة إحصائية:

سبب الانتقال من الوسيط إلى الوسيط لسلسلة إحصائية لأن بعض حالات سلاسل إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا وإن الوسيط الحسابي لا يقسم السلسلة إلى جزأين لهما نفس عدد العناصر، وهذا الأمر يمكن تحقيقه بحساب الوسيط.

* حساب الوسيط لسلسلة إحصائية:

- عندما تكون سلسلة إحصائية مرتبة، الوسيط هي القيمة التي تجزئ هذه السلسلة إلى جزأين لهما نفس التكرار. عدد القيم الأصغر من الوسيط يساوي عدد القيم الأكبر منه و نرسم الوسيط للسلسلة الإحصائية بالرمز Med :

- مثال عن حساب الوسيط لميزة إحصائية متقطعة:

عين وسيط السلسلة:

4,4,5,6,6,7,8,10,3

الحل:

- التكرار الكلي للسلسلة هو عدد فردي و يساوي 9 في المثال المقترح

- نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا:

3,4,4,5,6,6,7,8,10

التكرار الكلي 9 معناه: $9 = 2 \times 4 + 1$

الوسيط هو القيمة التي رتبها: $4 + 1$

إذن الوسيط هو العدد الموجود في الرتبة 5 في السلسلة أي انه: العدد 6 إذن: $Med = 6$

مثال عن حساب وسيط لسلسلة تكرارها الكلي عدد زوجي:

- عين وسيط للسلسلة: 9,3,4,7,8,7,5,2

الحل: - نرتبها ترتيبا تنازليا مثلا:

9,8,7,7,5,4,3,2

- التكرار الكلي هو 8 (عدد زوجي)

أي: $8 = 2 \times 4$

وسيط السلسلة المقترحة هو:

نصف مجموع القيمة التي رتبها 4 و $4 + 1$

أي:

$$Med = \frac{7 + 5}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$Med = 6$

خلاصة:

لحساب الوسيط لسلسلة إحصائية متقطعة نرتبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا إذا لم تكن مرتبة ثم نراعي فردية أو زوجية التكرار الكلي.

- إذا كان N التكرار الكلي فرديا

أي: $N = 2p + 1$ فإن:

Med يكون القيمة التي رتبها $p+1$

و هذا يعني أن: $Med = p+1$

- إذا كان N التكرار الكلي زوجيا

أي: $N = 2P$

فإن Med يكون نصف مجموع القيمتين اللتين رتبتهما p و $p+1$

$$أي: \boxed{Med = \frac{p + p + 1}{2}}$$

2/ مثال عن حساب الوسيط لطبع إحصائي مستمر :

الجدول الآتي يتعلق بالأجور التي يتقاضاها 81 عاملا بالدينار في اليوم

الأجور دج	[400 ; 450[[450 ; 500[[500 ; 550[[550 ; 600[[600 ; 650[
عدد العمال	15	20	25	10	11

حساب وسيط السلسلة.

نلاحظ أن قائمة العمال مرتبة ترتيبا تصاعديا حسب أجورهم

- عدد العمال هو 81 $(15+20+25+10+11)$

81 عدد فردي

أي: $81 = 2 \times 40 + 1$

إذن رتبة الوسيط في السلسلة هي:

$40 + 1 = 41$

(أ)- تعني الفئة $[a, b[$ التي تشمل الوسيط Med و هي الفئة الوسيطة:

أجرة العامل الذي رتبته 41 في قائمة العمال تكون حتما في المجال $[500 ; 550[$ لأن عدد العمال الذين

يتقاضون أجرة أقل من 500 دج هو 35

و عدد العمال الذين يتقاضون أجرة أقل من 550 دج هو 60

و بالتالي فإن الوسيط ينتمي حتما إلى المجال

$[500 ; 550[$ الذي يسمى الفئة الوسيطة

(ب)- تعني r رتبة الوسيط Med في الفئة $[a, b[$

- عدد العمال الذين يتقاضون أجرة أقل من الوسيط أو تساويه هو:

$35 + 6 = 41$

و بالتالي رتبة الوسيط هي 6 في الفئة $[500 ; 550[$

حساب الوسيط r في هذه الحالة يكون

$$r=6$$

(ج) - تعني l طول الفئة $[a ; b]$ و d تكرارها

- طول الفئة هو: $l=b-a$

$$l=550-500$$

$$l=50$$

d تكرارها في المجال $[500 ; 550]$

هو $d=25$

نجد تقديرا m للوسيط Med

$$m = a + \frac{r}{d} \times l \quad \text{بتطبيق العلاقة :}$$

$$m=512$$

$$m = 500 + \frac{6}{25} \times 50 \quad \text{بالتعويض نجد :}$$

- طريقة حساب وسيط سلسلة طبعها مستمر
- تعني الفئة $[a ; b]$ التي تشمل الوسيط Med و هي الفئة الوسيطة.
 - تعني r رتبة الوسيط (Med) في الفئة $[a ; b]$
 -
 - إذا سمينا l طول الفئة $[a ; b]$ و d تكرارها، نجد تقديرا m للوسيط Med

$$m = a + \frac{r}{d} \times l \quad \text{كالآتي :}$$

5- استعمال تكنولوجيايات الإعلام و الاتصال :

مثال عن استعمال المجدولات (EXCEL)

حجز سلسلة و حساب مؤشرات الموقع:
تعبير السلسلة الآتية عن علامات 18 تلميذ

1/ أحجز علامات هؤلاء التلاميذ:
في صفحة اكسال (EXCEL)

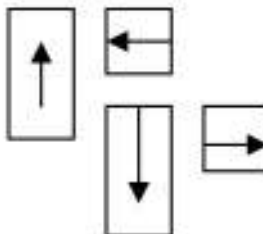
8. 12. 13. 19. 12. 8. 8
10. 12. 12. 16. 10. 12. 17. 12
10. 15. 9.

2. احسب الوسط الحسابي و الوسيط:
1- حجز المعلومات:
الحل: تعاليق:

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1			السلسلة الآتية تعبر عن العلامات على 20 تلميذ							
2	12	10	8	8	12	19	13	12	8	
3	9	15	10	12	17	12	10	16	12	
4										
5		الوسط الحسابي = 11,94								
6		الوسط = 12								
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										

* يمكن الانتقال من خانة إلى خانة أخرى باستعمال لمسات:



* يمكن الحصول على الوسط الحسابي أو الوسيط باستعمال

Fonction

Insertion

مثلاً نتحصل على الوسيط كالآتي: نقرأ على

Insertion

Médiane

ونختار

Fonction

ثم على

في النافذة :

Sélectionnez Une fonction
MEDIANE
MOYENNE
SOMME

تمارين و مشكلات :

التمرين الأول:

نعتبر السلسلة الإحصائية المتعلقة بعدد الأخوة و الأخوات في قسم 3م 3

5	4	3	2	1	0	عدد الإخوة والأخوات
1	0	2	1	12	8	عدد التلاميذ

- (1) ما نوع الميزة الإحصائية المراد دراستها؟
- (2) كم عدد التلاميذ الذين لهم عدد الأخوة و الأخوات اقل أو يساوي 3 إخوة ؟
- (3) احسب الوسط الحسابي لهذه السلسلة.
- (4) احسب الوسيط ثم المدى لهذه السلسلة.
- (5) مثل بأعمدة هذه السلسلة الإحصائية.

التمرين الثاني:

يمثل الجدول التالي توزيع 32 تلميذ، حسب أطوالهم مقدره بالمتر.

الأطوال (m) بالفئات	[1,5;1,6[[1,6 ;1,7[[1,7 ;1,8[[1,8 ;1,9[
التكرار	5	16	9	2

- (1) ما نوع الميزة الإحصائية المراد دراستها؟
- (2) عين الفئة الوسيطة.
- (3) احسب الوسط الحسابي لهذه السلسلة.

التمرين الثالث:

يمثل الجدول التالي توزيع 120 تلميذ من ثانوية "ابن باديس" حسب المدة التي يقضونها منذ خروجهم من المنزل إلى غاية وصولهم إلى الثانوية.

فئات الأزمنة (mn)	[0;10[[10 ;20[[20 ;30[[30 ;40[[40 ;60[[60 ;80[
التكرارات	5	10	20	40	30	15

- (1) احسب المدة المتوسطة ثم المدى لهذه السلسلة
- (2) عين التكرار المجمع الصاعد و المجمع النازل
- (3) عين التواتر
- (4) عين التواتر المجمع الصاعد و التواتر المجمع النازل.

التمرين الرابع:

- (1) احسب الوسيط للسلسلة الإحصائية: 6,7,4,5,7,8,3
- (2) احسب الوسيط للسلسلة الإحصائية: 14,11,13,12,9,10

التمرين الخامس:

يمثل الجدول التالي توزيع 40 عاملا، حسب المدة ينامونها خلال 24 ساعة.
(1) أنشئ مدرج تكراري لهذا التوزيع:

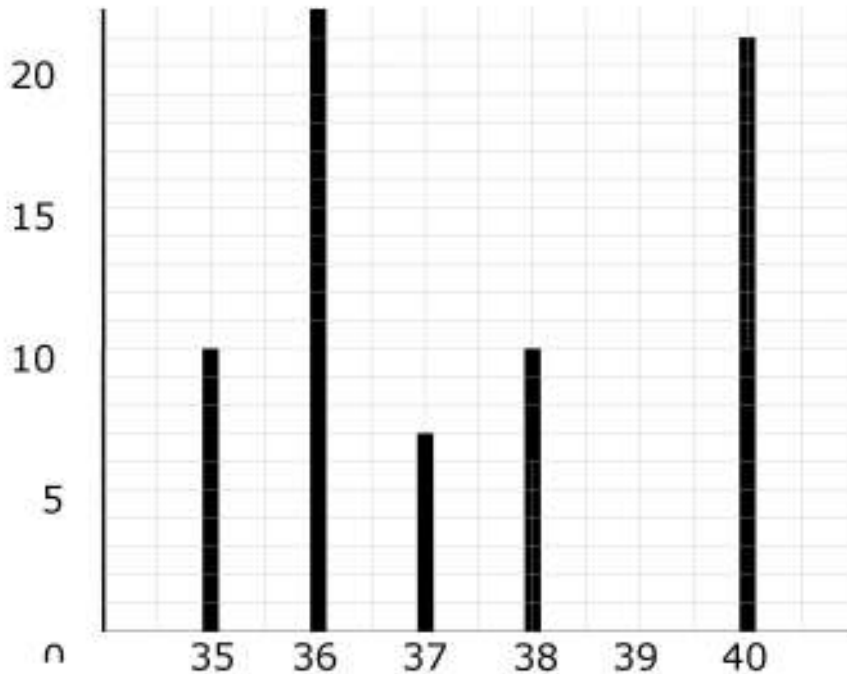
فئات الأزمنة (H)	[0;2[[2 ;4[[4 ;6[[6 ;8[
التكرارات	2	12	16	10
التكرار المجمع الصاعد	2	14	30	40

(2) أحسب الوسيط لهذه المسلسلة.
التمرين السادس :

بائعة أحذية نسائية، باعت 80 حذاء وتسجل عددهم حسب الأقياس وتسجل مبيعاتها في جدول وتمثل بمخطط كالآتي:

الأقياس	35	36	37	38	39	40	41
عدد مبيعات الأحذية	8	...	7	...	10	21	...

- أكمل الجدول و مخطط الأعمدة.



التمرين السابع:

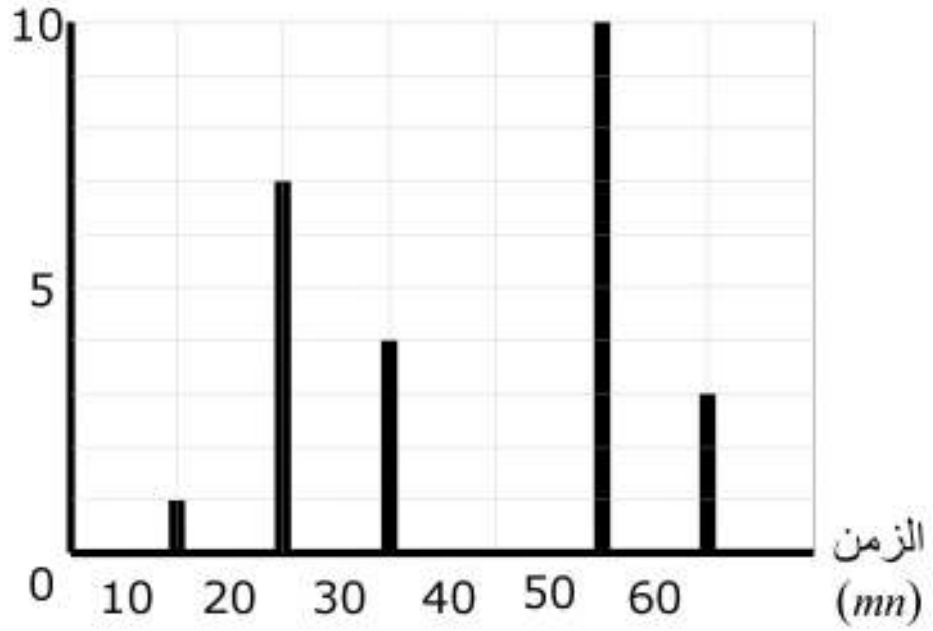
تلاميذ لقسم في الإكمالي، درسوا الزمن الكلي لمسافرتهم اليومية
- نتائج الدراسة ممثلة بمخطط أعمدة الآتي:

(1) ما هو عدد تلاميذ القسم

(2) احسب الوسط الحسابي لمسافرتهم اليومية بالدقيقة

(3) ما هي المدة الأكثر تكرارا

التكرار



التمرين الثامن :

أجريت بحث و دراسة حول عدد الأفلام التي شهدت خلال شهر في السينما . فكانت النتائج كالآتي:

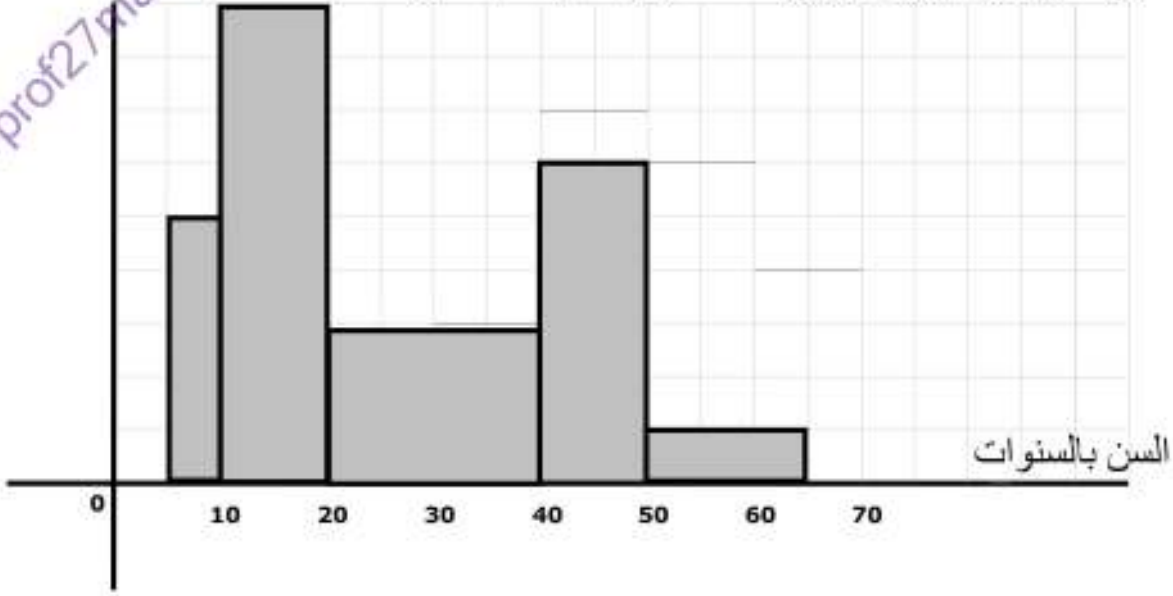
عدد الأفلام	التكرار	التواتر
0	110	0,22
1	170	...
2	100	...
3

(1) أكمل الجدول

(2) مثل نتائج البحث بمخطط دائري

التمرين التاسع :

المدراج التكراري الآتي يمثل توزيع أعضاء لفريق التنس حسب السن.



1 - ما هي النسبة المئوية للأعضاء هذا الفريق الذين سنهم يكون محصور بين 20 و 40 سنة؟
التمرين العاشر: تجرب شركة لصنال ع مصابيح الكهربائية مدة حياتهم (بالساعات) على 1000 مصباح.

عدد المصابيح	d : مدة الحياة بالساعات
52	$0 \leq d < 300$
108	$300 \leq d < 500$
256	$500 \leq d < 700$
300	$700 \leq d < 900$
136	$900 \leq d < 1100$
148	$1100 \leq d < 1500$

(1) مثل بمخطط اعمدة مناسب للمعطيات.

(2) احسب الوسط الحسابي لمدة حياة مصباح.

(نعوض كل فئة بمركزها مثلا الفئة $300 \leq d < 500$ ، نتوقع ان 108 مصباح لهم مدة حياة 400 ساعة)

9 حلول التمارين و المشكلات :

التمرين الأول :

- (1) الميزة المراد دراستها هي ميزة كمية ذات طابع منقطع.
- (2) عدد التلاميذ الذين لهم عدد الأخوة والأخوات اقل أو يساوي 3 هو 23 .
- (3) الوسط الحسابي لهذه السلسلة هو :

$$\bar{x} = \frac{0 \times 8 + 1 \times 12 + 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 0 + 5 \times 1}{24}$$

$$\bar{x} = \frac{25}{24} \quad \bar{x} = 1,04$$

(4) لحساب الوسيط نبحث عن التكرار المجمع الصاعد

5	4	3	2	1	0	عدد الأخوة و الأخوات
1	0	2	1	12	8	التكرار
24	23	23	21	20	8	التكرار المجمع الصاعد

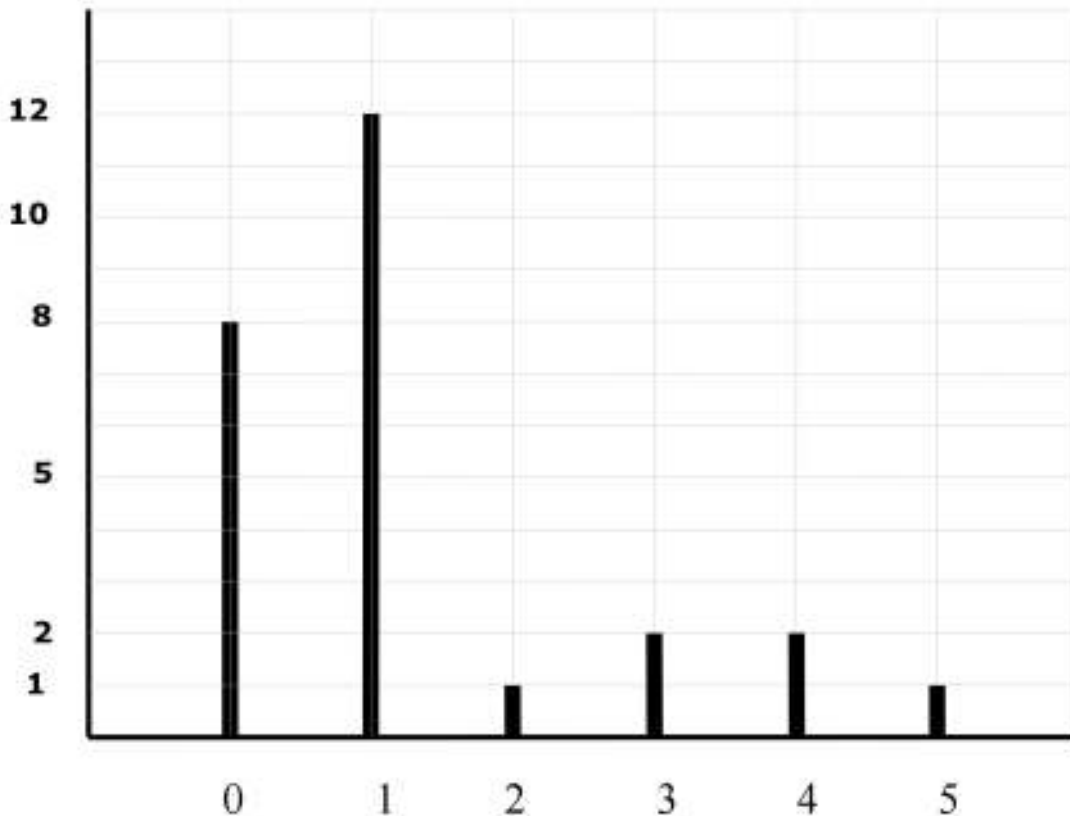
نصف مجموع التكرارات:

$$\frac{24}{2} = 12$$

إذن الوسط هو 1

المدى هو الفرق لأكبر قيمة و أصغرها أي $5-0=5$

التمثيل بأعمدة للسلسلة:



التمرين الثاني:

- (1) الميزة المراد دراستها هي ميزة إحصائية كمية ذات طابع مستمر.
 (2) الفئة الوسيطة هي $[1,6 ; 1,7]$ لأن مجموع تكرار الفئة الأولى و الثانية هو 21

$$\text{و نصف التكرارات الكلي هو: } \frac{32}{2} = 16$$

- (3) الوسط الحسابي:

ننشئ جدول الفئات، التكرارات، التكرار، المجموع الصاعد، مراكز الفئات و نحسب:

الفئات (m)	التكرارات k	التكرار المجموع الصاعد	مراكز الفئات x_k	$x_k n_k$
$[1,5 ; 1,6[$	5	5	1,55	7,75
$[1,6 ; 1,7[$	16	21	1,65	26,4
$[1,7 ; 1,8[$	9	31	1,75	15,75
$[1,8 ; 1,9[$	2	32	1,85	3,7

إذن الوسط الحسابي هو:

$$\bar{x} = \frac{7,75 + 26,4 + 15,75 + 3,7}{32} = 1,675m$$

$$\boxed{\bar{x} = 1,675m}$$

التمرين الثالث:

الفئات (m)	التكرارات k	التكرار المجموع		مراكز الفئات x_k	$x_k n_k$
		الصاعد	النازل		
$[0 ; 10[$	5	5	120	5	25
$[10 ; 20[$	10	15	115	15	150
$[20 ; 30[$	20	35	105	25	500
$[30 ; 40[$	40	75	85	35	1400
$[40 ; 60[$	30	105	45	50	1500
$[60 ; 80[$	15	120	15	70	1050

1- المدة المتوسطة هي الوسط الحسابي \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{25 + 150 + 500 + 1400 + 1500 + 1050}{120}$$

$$\boxed{\bar{x} = 38.54 mn}$$

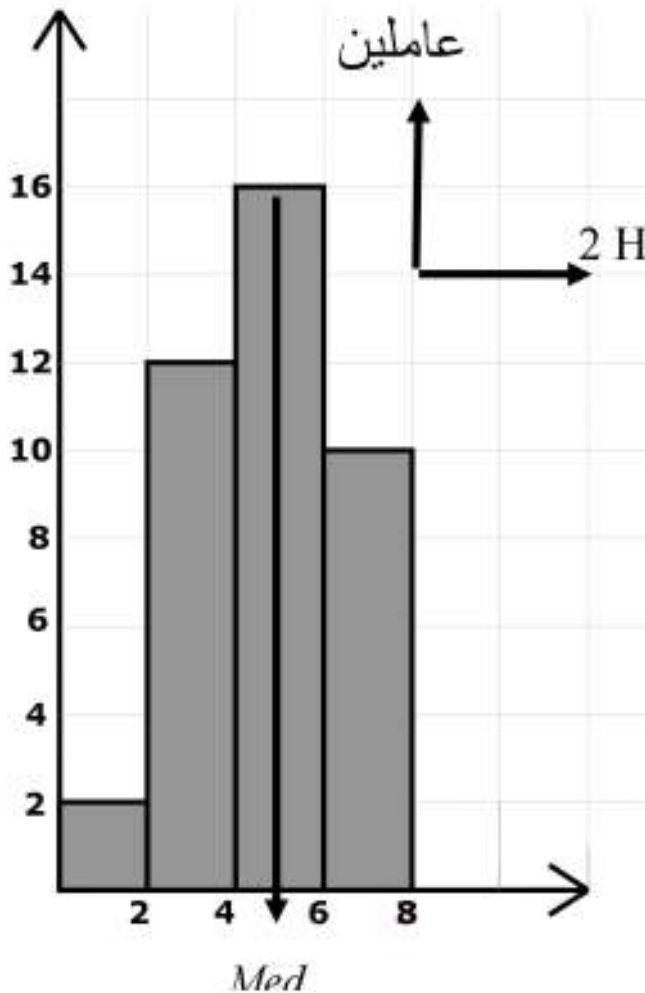
و المدى هو الفرق بين أكبر مدة و أصغر مدة و هو :

$$e = 80 - 0 = 80 mn$$

2- الحل موجود في الجدول السابق
3 و 4 تعين التواتر ، التواتر المجمع الصاعد و التواتر المجمع النازل
لاحظ الحل في الجدول الآتي :

انفئات mn	التكرارات k	التواترات	التواتر المجمع	
			الصاعد	النازل
$[0; 10[$	5	$\frac{5}{120}$	$\frac{5}{120}$	$\frac{120}{120} = 1$
$[0; 20[$	10	$\frac{10}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{115}{120}$
$[0; 30[$	20	$\frac{20}{120}$	$\frac{35}{120}$	$\frac{105}{120}$
$[0; 40[$	40	$\frac{40}{120}$	$\frac{75}{120}$	$\frac{85}{120}$
$[0; 60[$	30	$\frac{30}{120}$	$\frac{105}{120}$	$\frac{45}{120}$
$[0; 80[$	15	$\frac{15}{120}$	$\frac{120}{120} = 1$	$\frac{15}{120}$

1- إنشاء مدرج تكراري للتوزيع :



التمرين الرابع :

1 حساب الوسيط للسلسلة الإحصائية:

$$3; 4; 5; 6; 7; 8$$

- نرتب السلسلة تصاعديا: 3, 4, 5, 6, 7, 8

بما إن عدد القيم فرديا فإن الوسيط هو 6

(2 حساب الوسيط للسلسلة الإحصائية:

$$9; 10; 11; 12; 13; 14$$

- ترتيب السلسلة تصاعديا: 9, 10, 11, 12, 13, 14

بما إن عدد القيم زوجيا فإن الوسيط هو الوسط الحسابي للعددين 11 و 12

$$\text{أي: } \frac{11+12}{2} = 11,5$$

التمرين الخامس :

- إنشاء مدرج تكراري للتوزيع:

- نجعل التوزيع التكراري مجمعا صاعدا

$$\frac{40}{20} = 20 \text{ أي ترتيب الوسيط} = 20$$

إذن الفئة الوسيطة هي [4;6]

بما إن الوسيط Med يقسم المجمع الإحصائي إلى مجموعتين لهما نفس عدد المفردات.

فإن المستقيم الموازي لمحور الترتيب ذي المعادلة $x = \text{Med}$ يجزئ المدرج التكراري إلى منطقتين لهما

نفس المساحة مساحة المستطيل الذي قاعدته Med-4 و ارتفاعه 16 يساوي $16 \times 2 = 12$

لاحظ إن مجموع تكراري الفئة الأولى والثانية يساوي 14 ونصف عدد التكرارات يساوي 20 عاملا أي 6

عالم من الفئة الوسيطة [4;6].

$$16(\text{Med} - 4) = 12 \quad \text{أي} \quad 16\text{Med} - 64 = 12$$

$$\text{Med} = \frac{76}{16}H \quad \text{أي} \quad \text{Med} = 4H - \frac{3}{4}H$$

$$\boxed{\text{Med} = 4,75H}$$

$$\text{Med} = 4,75H$$

التمرين السادس :

بقراءة مخطط الأعمدة نحصل على:

- 18 حذاء أقياسها 36

- 6 أحذية أقياسها 38

بما إن الباعة باعت 80 حذاء نستنتج إن 10 أحذية أقياسها 41.

35	36	37	38	39	40	41
8	18	7	6	10	21	10

التمرين السابع :

يمكن تجميع المعطيات في الجدول الآتي:

المدة (mn)	10	20	30	50	60
التكرار	1	7	4	10	3

1/ عدد تلاميذ القسم (التكرار الكلي) هو:

$$1+7+4+10+3 = 25$$

2/ حساب الوسيط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{1 \times 10 + 7 \times 20 + 4 \times 30 + 10 \times 50 + 3 \times 60}{25}$$

$$\bar{x} = 38$$

3/ المدة الأكثر تكرارا هي: 50mn
(لأن تكرارها هو الأكبر أي 10)

التمرين الثامن :

السطر الأول للجدول يسمح بحساب N التكرار المجمع الذي أجرى عليه البحث:

$$\frac{110}{N} = 0,22 \quad \text{لدينا:}$$

$$N = \frac{110}{0,22} \quad \text{أي:}$$

$$N = 500 \quad \text{و منه:}$$

عدد الأشخاص الذين شاهدوا 3 أفلام هو:

$$500 - (110 + 170 + 100) = 120$$

أي: 120

جدد التواترات بقسمة التكرار على التكرار الكلي

1/ ملاء الجدول:

عدد الأفلام	التكرار	التواتر
0	110	0,22
1	170	0,34
2	100	0,20
3	120	0,24

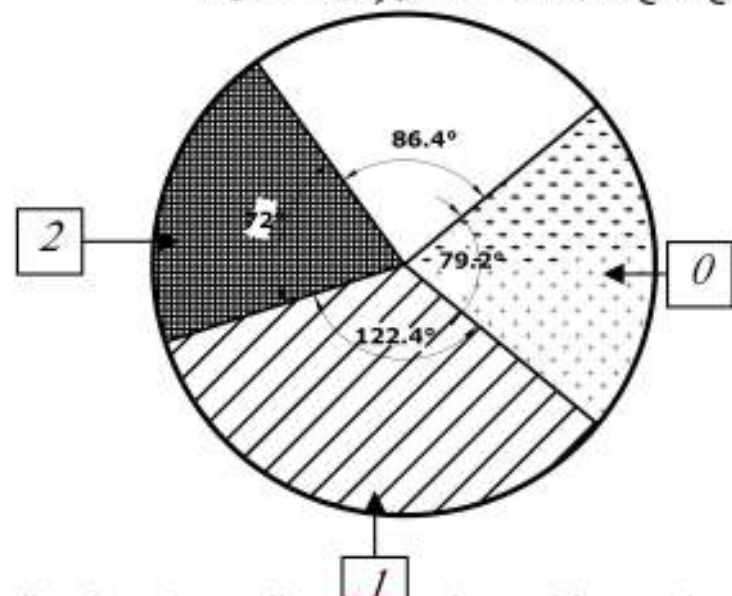
2/ تمثيل نتائج البحث بمخطط دائري:

- لإيجاد قياس الزاوية للقطاع الزاوي للقرص الذي يمثل كل فئة، نضرب التواتر المناسب لها في 360°

- فنحصل على الأقياس الممثلة في الجدول الآتي :

عدد الأفلام الذي شهده	0	1	2	3
قياس الزاوية بالدرجات	$79,2^\circ$	$122,4^\circ$	72°	$86,4^\circ$

- وهذه النتائج تسمح بتمثيل المخطط الدائري لهذه الظاهرة:



التمرين التاسع :

نأخذ إطار واحد كوحدة للمساحة، التكرار و التواتر متناسبة للمساحات نعبّر عن تمثيل المدرج التكراري بالجدول الآتي:

التواتر المجمعة	التواتر	المساحات	السن بالسنوات
10%	10%	5	$5 \leq a < 10$
46%	36%	18	$10 \leq a < 20$
70%	24%	12	$20 \leq a < 40$
94%	24%	12	$40 \leq a \leq 50$
100%	6%	3	$50 \leq a < 65$
	100%	50	المجموع

1- النسبة المئوية لأعضاء الفريق الذين سنهم محصور بين 20 و 40 سنة هو 24%

التمرين العاشر :

التمثيل التكراري المدرج يشترط إن التكرارات تناسب مساحات المستطيلات

- نختار وحدة المساحة مثلا:

1cm² يمثل 50 مصباح

- على محور الفواصل نأخذ 0,4cm لمدة 100 ساعة (100H)

للغنة الأولى، التكرار 52 لابد إن يمثل بمستطيل الذي مساحته A، بالسنتيمتر المربع (cm²) الأبعاد x و

y، بـ cm لهذا المستطيل هما:

x=1,2 لمدة 300 ساعة (300H)

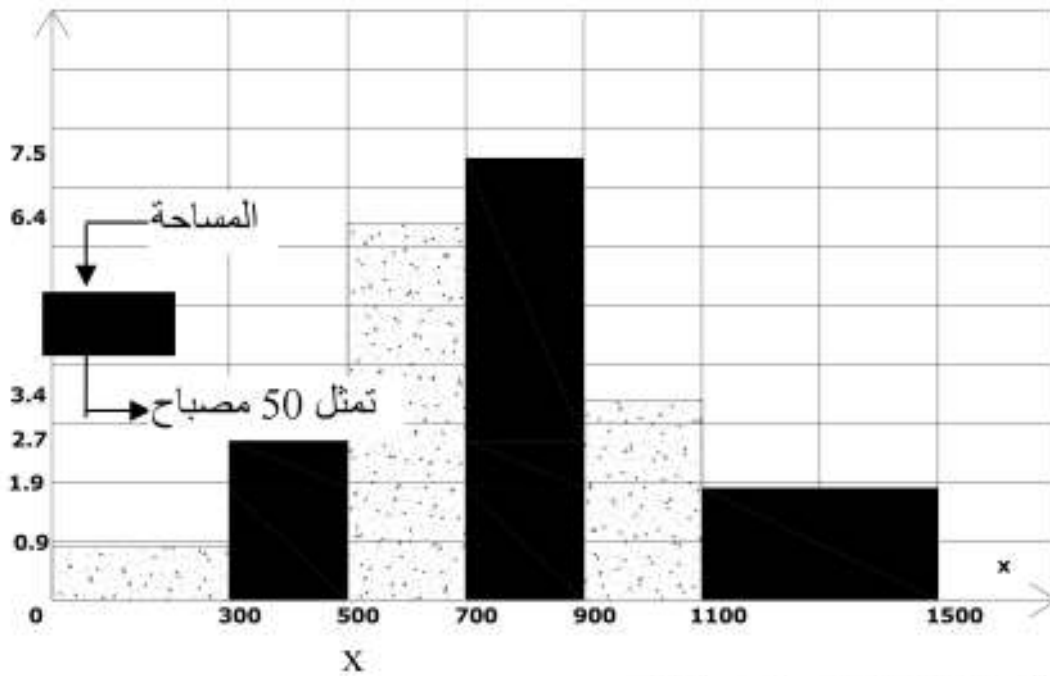
يمثل 1,2 cm

$$y = \frac{A}{x} = \frac{1,04}{1,2} \approx 0,9$$

0,9 بتقريب $\frac{1}{10}$ بالنقصان

نقوم بنفس الطريقة لكل الفئات و نحصل على الجدول الآتي:

d مدة الحياة (H) بالساعات	A : cm ²	x : cm	y : cm
0 ≤ d < 300	1,04	1,2	0,9
300 ≤ d < 500	2,16	0,8	2,7
500 ≤ d < 700	5,12	0,8	6,4
700 ≤ d < 900	6	0,8	7,5
900 ≤ d < 1100	2,72	0,8	3,4
1100 ≤ d < 1500	2,96	1,6	1,9



- نستخلص التمثيل التكراري المدرج الآتي:

2- حسب المعلومات الموجودة الوسط الحسابي هو:

$$\bar{x} = \frac{52 \times 150 + 108 \times 400 + 256 \times 600 + \dots + 148 \times 1300}{1000}$$

$$\boxed{\bar{x} = 773}$$

المدة المتوسطة لحياة مصباح هو 773 ساعة (773)