تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

لتكن الجملة التالية $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

1) عين الحل المناسب لهذه الجملة من بين الثنائيات الآتية $(1,2)$, $(-1,1)$, $(3,1)$

2) حل الجملة بطريقة التعويض

الحل

1) $1+2\times 2=5$ و $2\times 1+2=4$ إذن الثنائية $(1,2)$ حلا للجملة .

$-1+2\times 1=1\neq 4$ و $2(-1)+1=-1\neq 4$ إذن $(-1,1)$ ليست حلا للجملة .

$3+2\times 1=5$ و $2\times 3+=7\neq 4$ إذن الثنائية $(3,1)$ ليست حلا للجملة .

2)

$\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

من المعادلة (1) نجد $x=-2y+5$.....(3)

نعوض x في المعادلة (2) نجد $2(-2y+5)+y=4$

بالتبسيط نجد $-4y+10+y=4$ أي $-3y=-6$ و منه $y=2$

نعوض قيمة y في المعادلة (3) نجد $x=-2(2)+5=-4+5=1$

إذن حل الجملة هو $(1,2)$

تطبيق 2

اعتمادا على طريقة الجمع حل الجمل التالية

1) $\begin{cases} \sqrt{2}x+y=\sqrt{2}-1 \\ 3x+\sqrt{2}y=3-\sqrt{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ x+2y=7 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x-1}{5}=\frac{2}{3}-\frac{2-y}{4} \\ \frac{x}{2}+\frac{y+1}{3}=\frac{1}{5} \end{cases}$

الحل

1) حل الجملة

$\begin{cases} \sqrt{2}x+y=\sqrt{2}-1.....(1) \\ 3x+\sqrt{2}y=3-\sqrt{2}.....(2) \end{cases}$

نضرب المعادلة (1) في العدد 3 و المعادلة (2) في $-\sqrt{2}$ نجد ،

$$\begin{cases} 3\sqrt{2}x+3y=3\sqrt{2}-3 \dots\dots (1) \\ -3\sqrt{2}x-2y=-3\sqrt{2}+2 \dots\dots (2) \end{cases}$$

بجمع طرفي (1) و(2) طرفا إلى طرف نجد $y=-1$

نعوض قيمة y في (1) نجد $\sqrt{2}x-1=\sqrt{2}-1$

ومنه $\sqrt{2}x=\sqrt{2}$ اي $x=1$ إذن $(1,-1)$ حل لجملة المعادلتين .

2) حل الجملة

$$\begin{cases} 2x-3y=5 \dots\dots (1) \\ x+2y=7 \dots\dots (2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في 1 و ضرب المعادلة (2) في 2- نجد $\begin{cases} 2x-3y=5 \dots\dots (1) \\ -2x-4y=-14 \dots\dots (2) \end{cases}$

بجمع طرفي المعادلتين (1) و (2) طرفا لطرف نجد $-7y=5-14$ ومنه $y=\frac{9}{7}$

نعوض قيمة y في (2) نجد $2x-3\frac{9}{7}=5$ اي $2x-\frac{27}{7}=5$ اي $2x=\frac{27}{7}+5$

اي $2x=\frac{62}{7}$ ومنه $x=\frac{31}{7}$ إذن $\left(\frac{31}{7},\frac{9}{7}\right)$ حل لجملة المعادلتين .

3) حل الجملة

$$\begin{cases} \frac{x-1}{5}=\frac{2}{3}-\frac{2-y}{4} \dots\dots (1) \\ \frac{x}{2}+\frac{y+1}{3}=\frac{1}{5} \dots\dots (2) \end{cases}$$

بعد تبسيط الجملة نجد $\begin{cases} \frac{1}{5}x+\frac{1}{4}y=\frac{11}{30} \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=\frac{-2}{15} \end{cases}$

بضرب المعادلة (1) في 5 و المعادلة (2) في 2- نجد ،

$$\begin{cases} x+\frac{5}{4}y=\frac{11}{6} \dots\dots (1) \\ -x-\frac{2}{3}y=\frac{4}{15} \dots\dots (2) \end{cases}$$

بجمع طرفي (1) و (2) طرفا إلى طرف نجد

$\frac{7}{12}x=\frac{63}{30}=\frac{21}{10}$ ومنه $\left(\frac{15-8}{12}\right)x=\frac{55+8}{30}$ اي $\left(\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\right)x=\frac{11}{6}+\frac{4}{15}$

إذن $x=\frac{21}{10}\times\frac{12}{7}=\frac{18}{5}$

نعوض قيمة x في (1) نجد $\frac{18}{5}+\frac{5}{4}y=\frac{11}{6}$ اي ،

$y=\frac{-53}{30}\times\frac{5}{4}=\frac{-106}{75}$ إذن $\frac{5}{4}y=\frac{11}{6}-\frac{18}{5}=\frac{55-108}{30}=\frac{-53}{30}$

إذن $\left(\frac{18}{5},\frac{-106}{75}\right)$ حل لجملة المعادلتين .

تطبيق 3

حل الجملة الآتية اعتمادا على طريقة التعويض

$$\begin{cases}\frac{2}{5}(x+y)+\frac{1}{5}(x-y)=2\\ \frac{3}{5}(x+y)-\frac{2}{5}(x-y)=1\end{cases}$$

الحل

الطريقة الأولى

بتبسيط جملة المعادلتين نجد

$$\begin{cases}\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)x+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\right)y=2.....(1)\\ \left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)x+\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)y=1.....(2)\end{cases}$$ اي $$\begin{cases}\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}y=2.....(1)\\ \frac{1}{5}x+y=1.....(2)\end{cases}$$

من المعادلة (2) نجد $y=1-\frac{1}{5}x$ .....(3)

نعوض y في (1) نجد $\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\left(1-\frac{1}{5}x\right)=2$ بالتبسيط نجد

$\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{25}\right)x=2-\frac{1}{5}$ اي $\frac{14}{25}x=\frac{9}{5}$ و منه $x=\frac{9}{5}\times\frac{25}{14}=\frac{45}{14}$

نعوض قيمة x في المعادلة (3) نجد $y=1-\frac{1}{5}\times\frac{45}{14}=1-\frac{9}{14}=\frac{5}{14}$

إذن $\left(\frac{45}{14},\frac{5}{14}\right)$ حل لجملة المعادلتين .

تطبيق 4

f دالة تآلفية بيانها يشمل النقطتين $A(1,2)$ و $B(2,5)$

. عين الدالة التآلفية f

الحل

$f(x)$ تكتب على الشكل $f(x)=ax+b$

A نقطة من التمثيل البياني يعني أن $f(1)=2$

$f(1)=2$ تعني $a+b=2$.....(1)

B نقطة من التمثيل البياني للدالة f يعني أن $f(2)=5$

$f(2)=5$ تعني $a\times2+b=5$

$2a+b=5$.....(2)

إذن تحصلنا على الجملة $\begin{cases}a+b=2.....(1)\\ 2a+b=5.....(2)\end{cases}$

من (1) نجد $a=2-b$.....(3)
نعوض a في (2) فنجد $2(2-b)+b=5$ و منه $-b+4=5$ إذن $b=-1$
نعوض قيمة b في (3) فنجد $a=2-(-1)=3$
إذن $f(x)=3x-1$

تطبيق 5

أوجد عددين مجموعهما 157 علما أنه إذا قسمنا أكبرهما على أصغرهما يكون الحاصل 5 و الباقي 7.

الحل

ليكن y هو العدد الأكبر و x هو العدد الأصغر

y	x
7	5

إذا كان حاصل القسمة هو 5 و الباقي هو 7 فإننا نكتب
$y=5x+7$.....(1)
و بما أن مجموعهما يساوي 157 فإننا نكتب $x+y=157$.....(2)
إذن تحصلنا على الجملة التالية $\begin{cases} y=5x+7 & \text{.....(1)} \\ x+y=157 & \text{.....(2)} \end{cases}$

نعوض عبارة y في (2) فنجد
$x+5x+7=157$ بالتبسيط نجد $6x=150$ و منه $x=25$
نعوض قيمة x في العبارة y فنجد $y=5\times25+7=125+7=132$
إذن العدد الأكبر هو 132 و العدد الأصغر هو 25

تطبيق 6

وضع في بنكين مبلغان من المال مجموعهما 100000000 دج
البنك الأول يعطي فائدة قدرها 6% و البنك الثاني يعطي فائدة قدرها 5%
و حيث مجموع الفوائد يساوي 5300000 دج
ما هي قيمة كل من المبلغين و فائدة كل منهما

الحل

نرمز بـ x إلى المبلغ الذي وضع في البنك الأول و y إلى المبلغ الذي وضع في البنك الثاني
إذن $x+y=100000000$.....(1)
فائدة المبلغ الأول (x) هي $\frac{6}{100}x$
و فائدة المبلغ الثاني (y) هي $\frac{5}{100}y$ إذن $\frac{6}{100}x+\frac{5}{100}y=5300000$.....(2)
بضرب طرفي (2) في 100 حيث نجد $6x+5y=530000000$.....(2)
و عليه نحصل على الجملة $\begin{cases} x+y=100000000 & \text{.....(1)} \\ 6x+5y=530000000 & \text{.....(2)} \end{cases}$

من المعادلة (1) نجد $y = 100000000 - x$ .....(3)

نعوض عبارة y في (2) فنجد $6x + 5(100000000 - x) = 530000000$

بالتبسيط نجد $6x + 500000000 - 5x = 530000000$ إذن $x = 30000000$

نعوض قيمة x في المعادلة (3) فنجد

$y = 100000000 - 30000000 = 70000000$ إذن $y = 70000000$

- الفائدة التي يقدمها البنك الأول هي

$\frac{6}{100}x = \frac{6}{100} \times 30000000 = 1800000$

- الفائدة التي يقدمها البنك الثاني هي $\frac{5}{100}y = \frac{5}{100} \times 70000000 = 3500000$

تطبيق 7

$ABCD$ مستطيل نصف محيطه يساوي $9cm$

- إذا زاد الطول بنسبة 20% و نقص العرض بنسبة 50% فإن نصف المحيط يصبح يساوي $8cm$ أوجد بعدي هذا المستطيل ؟

الحل

نرمز إلى الطول بـ x و إلى العرض بـ y

إذن $x + y = 9$ .....(1)

قيمة زيادة الطول هي $\frac{20}{100}x$ و قيمة نقصان العرض هي $\frac{50}{100}y$

إذن الطول الجديد هو $\left(1 + \frac{20}{100}\right)x$ والعرض الجديد هو $\left(1 - \frac{50}{100}\right)y$

و بما أن نصف المحيط يساوي 8 فإننا نكتب

$\left(1 + \frac{20}{100}\right)x + \left(1 - \frac{50}{100}\right)y = 8cm$ اي $1,2x + 0,5y = 8$ .....(2)

إذن فقد تحصلنا على الجملة

$$\begin{cases} x + y = 9cm & \text{.....(1)} \\ 1,2x + 0,5y = 8cm & \text{.....(2)} \end{cases}$$

من (1) نجد $y = 9 - x$ .....(3)

نعوض عبارة y في (2) فنجد $1,2x + 0,5(9 - x) = 8$ اي $(1,2 - 0,5)x = 8 - 4,5$

بالتبسيط نجد $0,7x = 3,5$ و منه $x = \frac{3,5}{0,7} = 5cm$

نعوض قيمة x في المعادلة (3) حيث نجد $y = 9 - 5 = 4cm$

تطبيق 8

بمناسبة عيد الفطر اشترى تاجر 20 سروالا و 15 فستانا بمبلغ 65000 دج و بعد نهاية العيد بقي له 5 سراويل و 4 فساتين ثمنها معا 17000 دج

ما هو ثمن السروال و ثمن الفستان ؟

الحل

ليكن x ثمن السروال و y ثمن الفستان .
ثمن السراويل هو $20x$ و ثمن الفساتين هو $15y$ إذن $20x+15y=65000$.....(1)
ثمن 5 سراويل هو $5x$ و ثمن 4 فساتين هو $4y$ إذن $5x+4y=17000$.....(2)
إذن فقد تحصلنا على الجملة الأتية

$$\begin{cases} 20x+15y=65000 & \dots\dots(1) \\ 5x+4y=17000 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في 1 وضرب المعادلة (2) في -4 حيث نجد

$$\begin{cases} 20x+15y=65000 & \dots\dots(1) \\ -20x-16y=-68000 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) طرف إلى طرف فنجد $-y=-3000$ و منه $y=3000$
نعوض قيمة y في (1) فنجد $20x+15\times3000=65000$ أي

$$20x=65000-45000$$
$$20x=20000$$

و منه $x=1000$
إذن ثمن السروال هو 1000 و ثمن الفستان 3000 .

تطبيق 9

ABC مثلث بحيث قيس الزاوية $\hat{A}$ هي 40 درجة.
أوجد قيسي $\hat{C}$ و $\hat{B}$ إذا علمت أن قيس $\hat{B}$ هو $\frac{2}{5}$ من قيس $\hat{C}$.

الحل

نضع $\hat{B}=x$ و $\hat{C}=y$
بما أن مجموع زوايا مثلث تساوي $180°$ فإن $180=40+x+y$
و منه $x+y=140$ .....(1)
قيس $\hat{B}$ هو $\frac{2}{5}$ من قيس $\hat{C}$ يعني أن $x=\frac{2}{5}y$ .....(2)
إذن فقد تحصلنا على الجملة

$$\begin{cases} x+y=140 & \dots\dots(1) \\ x=\frac{2}{5}y & \dots\dots(2) \end{cases}$$

نعوض قيمة x في (1) فنجد $\frac{2}{5}y+y=140$ أي $\frac{7}{5}y=140$
و منه $y=140\times\frac{7}{5}$ و منه $y=100°$
و بالتالي $x=\frac{2}{5}\times100=\frac{200}{5}=40$ و منه $\hat{B}=40°$ و $\hat{C}=100°$

تطبيق 10

لتكن A عبارة جبرية حيث $A=2x^2-10x+12$

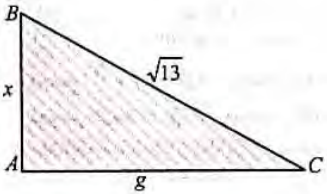
1- ا) بين أن $A=2(x-2)(x-3)$

ب) حل المعادلة $A=0$

2) ABC مثلث قائم في A طول الوتر هو $\sqrt{13}$ و مجموع الضلعين القائمين هو 5

احسب الطولين AB و AC

الحل



1) ا) $2(x-2)(x-3)=2(x^2-3x-2x+6)$

$=2(x^2-5x+6)$

$=2x^2-10x+12$

ب) حل المعادلة $A=0$

$A=0$ تعني $(x-2=0)$ او $(x-3=0)$

تعني $(x=2)$ او $(x=3)$

إذن 2 و 3 حلان للمعادلة $A=0$

2) نضع

$AC=y$ و $AB=x$

بما أن المثلث ABC قائم في A فإن $AB^2+AC^2=BC^2$ و بالتعويض نجد

$x^2+y^2=13$.....(1)

مجموع الضلعين القائمين يساوي 5 يعني ان $x+y=5$.....(2)

إذن نحصل على الجملة التالية

$\begin{cases}x^2+y^2=13.....(1)\\x+y=5.....(2)\end{cases}$

من (2) نجد $y=5-x$.....(3)

نعوض قيمة y في (1) نجد $x^2+(5-x)^2=13$

و بالنشر و التبسيط حيث نجد $2x^2-10x+12=0$ اي $A=0$

$A=0$ تعني $(x=2)$ او $(x=3)$

- إذا كان $x=2$ فإن $y=5-2=3$

إذن $(2,3)$ حلا لهذه المعادلة

- إذا كان $x=3$ فإن $y=5-3=2$

إذن $(3,2)$ حلا اخر .

و بالتالي $(AB=2)$ و $AC=3$ او $(AB=3)$ و $AC=2$

تمارين و مسائل

1

في كل حالة من الحالتين التاليتين هل الثنائية $(-1,3)$ حل للجملة

ا) $\begin{cases} y-3x=15 \\ -3x+4y=0 \end{cases}$ ، ب) $\begin{cases} x+\frac{5}{3}y=1 \\ \frac{-3}{8}x-2y=\frac{-9}{2} \end{cases}$

2

اوجد الأعداد الناقصة بحيث الجملة المعطاة تقبل الثنائية $(-1,3)$ حلا لها

$$\begin{cases} 7x-y=..... \\ .....x+2y=9 \end{cases}$$

3

اوجد العددين a و b بحيث الجملة ذات المجهولين x و y تقبل الثنائية $(1,1)$ حلا لها

$$\begin{cases} 2x+y=a \\ -5x+by=\frac{4}{3} \end{cases}$$

4

اوجد الأعداد الناقصة بحيث الجملة المعطاة تقبل الثنائية $(-1,3)$ حلا $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+5y=11 \end{cases}$

1) عبر عن y بدلالة x انطلاقا من المساواة $2x+y=3$

2) عوض y بقيمتها في المساواة $3x+5y=8$ ثم حل المعادلة المتحصل عليها

3) عوض x بالعدد 1 في المساواة $y=3-2x$ ، ما هي قيمة y المتحصل عليها

4) تحقق أنه إذا عوضنا x و y المتحصل عليهما في جملة المعادلتين المعطاة تكون الجملة محققة.

5) ما هي حلول الجملة ؟

5

f دالة تآلفية بحيث 1 صورته 4 و -4 صورته 20

1) عين عبارة الدالة f ؟

2) ما هي صورة 5 بالدالة f ؟

6

1) حل الجملة التالية $\begin{cases} x+y=120 \\ x-y=20 \end{cases}$

2) مجموع وزني تلميذين يساوي $100\ Kg$ و الفرق بين وزنيهما يساوي $20\ Kg$
ما هو وزن كل واحد منهما ؟

8

للدخول إلى المسرح هناك درجتان، الدرجة الأولى ثمن تذكرتها 70 DA للتذكرة و الدرجة الثانية ثمن تذكرتها 45 DA .
بيع 227 تذكرة فكانت الحصيلة هي 14590 DA
ما هو عدد التذاكر التي بيعت من كل نوع؟

9

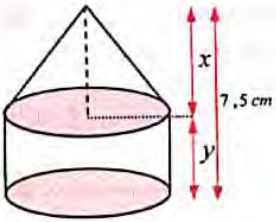
النقاط التالية مرتبة ترتيبا تصاعديا
$x, 4, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, y$
إذا علمت أن معدل هذه النقاط هو 10 و الفرق بين أعلى نقطة و أدنى نقطة هو 16،
احسب النقطتين x و y

9

في متحف ثمن دخول رجل بالغ هو 50 DA و ثمن دخول طفل هو 35 DA
1) احسب نسبة التخفيض على ثمن دخول الطفل بالنسبة إلى ثمن دخول الرجل
2) في يوم الخميس زار المتحف 125 شخصا فكانت الحصيلة هي 5125 DA
احسب عدد الرجال و الأطفال الذين زاروا المتحف في هذا اليوم

10

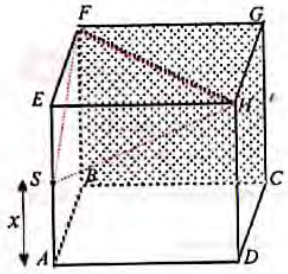
مجسم مكون من جزأين
متلاصقين الأول أسطوانة
و الثاني مخروط . حجم هذا
المجسم هو $58,5\ cm^3$
وقاعدة الأسطوانة مساحتها
$15\ cm^2$
احسب الارتفاعين x و y



11

$ABCDEFGH$ متوازي المستطيلات قائم حيث $AB=4$ و $BC=3$ و $AE=6$ (وحدة الطول هي cm)
و لتكن النقطة S كيفية من الحرف $[AE]$ تسمح لنا بتشكيل هرمين .
- $SABCD$ راسه S و ارتفاعه SA و حجمه V_1
- $SEFH$ راسه S و ارتفاعه SE و حجمه V_2

1) نضع $AS=x$
أ) ما هي القيم الممكنة لـ x ؟
ب) عبر عن V_1 و V_2 بدلالة x
ج) كيف يمكن اختيار x بحيث يكون $V_1 = V_2$ ؟



2) أ) في معلم أرسم (d_1) ذا المعادلة $y=4x$
و (d_2) ذا المعادلة $y=-2x+12$
ب) حل الجملة $\begin{cases} y=4x \\ y=-2x+12 \end{cases}$
ج) ماذا يمثل العددين x و y المتحصل عليهما بالنسبة إلى $SABCD$ و $SEFH$ ؟

د) ما هي إحداثيات النقطة K نقطة تقاطع (d_1) و (d_2) ؟

3) نرمز V_3 إلى حجم جزء من المتوازي المستطيلات المختلف عن الهرمين السابقين

أ) عبر عن V_3 بدلالة x

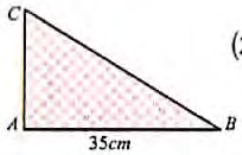
ب) (d_3) المستقيم ذو المعادلة $y = 60 - x$

أحسب إحداثيات نقطة تقاطع (d_1) و (d_3)

ج) هل هذه الإحداثيات لها معنى بالنسبة إلى متوازي المستطيلات؟

12

نعتبر الجملة $(I)\ldots\ldots\begin{cases} x^2 - y^2 = 1225 \\ x + y = 50 \end{cases}$



1) بين أن الجملة (I) تؤول إلى الجملة $(2)\ldots\ldots\begin{cases} x - y = 24{,}5 \\ x + y = 50 \end{cases}$

2) حل الجملة (2) ثم استنتج حلول الجملة (I)

3) محيط مثلث ABC هو 85 cm

أحسب AC و BC