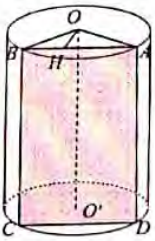
تطبيقات نموذجية

تطبيق 1



اسطوانة دورانية قاعدتيها قرصين مركزهما O و O' و طول نصف قطريهما $6\ cm$ ، و ارتفاعها $7\ cm$

مستو يوازي (OO') يقطع الأسطوانة في المستطيل $ABCD$

$[OH]$ الارتفاع النازل من O في المثلث AOB حيث $OH = 4\ cm$

1) ما هي طبيعة المثلث OAB 2) احسب الطول BH

3) احسب مساحة المقطع الناتج (مساحة $ABCD$)

الحل

1) بما أن A و B تنتميان إلى القاعدة فإن القطعتين $[OA]$ و $[OB]$ أنصاف أقطار و بالتالي $OA = OB$ إذن المثلث OAB متقايس الساقين في النقطة O

2) المثلث BHO قائم في H حسب نظرية فيثاغورث

$$OH^2 + BH^2 = OB^2$$

و منه $BH^2 = OB^2 - OH^2$

$$BH^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$

إذن $BH = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm

3) مساحة المقطع الناتج هي $BA \times BC$

بما أن $[OH]$ هي العمود في المثلث OAB المتقايس الساقين في النقطة O فإن $[OH]$ هي المتوسط المتعلق بالضلع $[AB]$ و عليه H منتصف القطعة $[AB]$

إذن $BA = 2\,BH = 2(2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}$ cm

$BA \times BC = 4\sqrt{5} \times 7 = 28\sqrt{5}\ cm^2$ إذن مساحة المقطع هي $28\sqrt{5}$ cm²

تطبيق 2

مخروط دوراني ارتفاعه 12 cm و قاعدته مركزها O و نصف قطرها 9 cm

يقطعه مستو يوازي قاعدته و يبعد بمسافة 7 cm عن الراس S و النقطة A من دائرة القاعدة

المستوي يقطع المولد $[AS]$ في النقطة B و الارتفاع $[SO]$ في النقطة I

- ما هو طول نصف قطر المقطع المخروط بهذا المستوي

الحل

المقطع الناتج هو دائرة مركزها I و نصف قطرها IB

بتطبيق نظرية طاليس في المثلثين SIB و SOA تسمح لنا بكتابة $\frac{SI}{SO}=\frac{BI}{AO}$

و منه $BI=\frac{SI}{SO}\times AO=\frac{7\times 9}{12}=\frac{63}{12}$ cm

إذن طول نصف قطر المقطع هو $BI=5{,}25\ cm$ $5{,}25\ cm$

تطبيق ③

متوازي مستطيلات قائم . أبعاده $AB=20$ cm و $BC=10$ cm و $BF=8$ cm

I نقطة من $[DC]$ بحيث $DI=15\ cm$

الهرم الذي رأسه D و قاعدته BCF يقطع بمستو يوازي القاعدة و المار من I

1) ما هي طبيعة المقطع IJK ؟

2) احسب IK و KJ

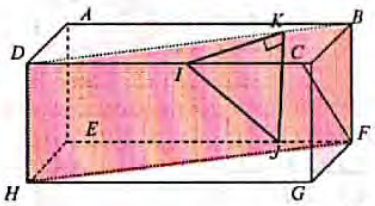
3) احسب مساحة المقطع IJK

الحل

1) طبيعة المقطع IJK مثلث قائم في K لأن المقطع له نفس طبيعة القاعدة (الهرم)

2) حساب IK و KJ

بتطبيق نظرية طاليس على المثلثين



DIK و DCB نجد $\frac{DI}{DC}=\frac{DK}{DB}=\frac{IK}{CB}$ .....(I)

من المساواة (I) نجد $\frac{DI}{DC}=\frac{IK}{CB}$ و منه

$IK=\frac{DI}{DC}\times CB$ بالتعويض نجد

$IK=\frac{15}{20}\times 10=\frac{15}{2}\ cm=7{,}5\ cm$ إذن $IK=7{,}5\ cm$

- لدينا $\frac{DK}{DB}=\frac{DJ}{DF}=\frac{KJ}{BF}$ .....(II)

من (I) و (II) نجد $\frac{DK}{DB}=\frac{KJ}{BF}$ .....(III)

و بما أن $\frac{DK}{DB}=\frac{DI}{DC}$ فإن المساواة تصبح $\frac{DI}{DC}=\frac{KJ}{BF}$ و منه نستنتج

$KJ=\frac{DI}{DC}\times BF=\frac{15}{20}\times 8\ cm=6\ cm$ إذن $KJ=6\ cm$

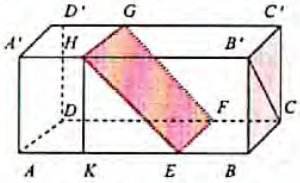
3) حساب مساحة المثلث IJK

المثلث IJK قائم في K إذن مساحته هي $\frac{KI\times KJ}{2}$

$$\frac{KI \times KJ}{2} = \frac{7,5 \times 6}{2} = 22,5\ cm^2$$

إذن مساحة المثلث IJK هي $22,5\ cm^2$

تطبيق 4



شكل متوازي المستطيلات القائم يقطع بمستو يوازي الحرف $[BC]$ ، نعطي $EF = 25\ cm$ و $HK = 20\ cm$ و $KE = 15\ cm$

1) ما هي طبيعة المقطع $EFGH$ ؟

2) احسب HE

3) ماذا يمكن استنتاجه من السؤال الثاني فيما يخص المقطع السابق.

الحل

1) طبيعة المقطع $EFGH$ مستطيل

2) المثلث HKE قائم في K حسب نظرية فيثاغورث $HK^2 + KE^2 = HE^2$

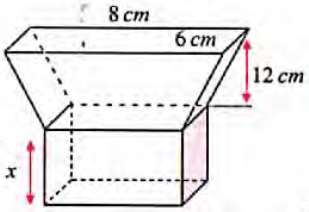
إذن $HE^2 = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625$

$HE = \sqrt{625} = 25\ cm$

3) بما أن $HE = 25\ cm$ و $EF = 25\ cm$ فإن الرباعي $EFGH$ مربع

تطبيق 5

علبة على شكل متوازي مستطيلات قائم . أبعادها 10 ، 6 و x بالسنتيمتر



1) عبر بدلالة x عن حجم هذه العلبة

2) علبة أخرى مشكلة من جزء من هرم و متوازي مستطيلات قائم كما هو مبين في الشكل.

الجزء من الهرم السابق أخذ من هرم ارتفاعه $24\ cm$ مقطوع في نصف الارتفاع

قاعدته مستطيل و أبعاده هي $8\ cm$ و $6\ cm$

متوازي المستطيلات القائم قاعدته مقطع الهرم و ارتفاعه $x\ cm$

أ) احسب أبعاد مقطع الهرم ثم استنتج حجم متوازي المستطيلات بدلالة x

ب) احسب حجم الجزء من الهرم ثم استنتج الحجم الكلي للعلبة

ج) عين قيمة x بحيث يكون للعلبتين نفس الحجم

الحل

1) حجم العلبة هو $6 \times 4 \times x\ cm^3$ أي $(24x)cm^3$

2) أ) بما أن الجزء من الهرم مقطوع عند نصف الارتفاع فإن معامل التناسب هو النصف و عليه طول القاعدة و ليكن α يحقق $\frac{\alpha}{8}=\frac{1}{2}$ و منه ينتج ان $\alpha=4\,cm$

و عرض القاعدة و ليكن β يحقق $\frac{\beta}{6}=\frac{1}{2}$ و بالتالي $\beta=3\,cm$

إذن أبعاد متوازي المستطيلات هي 4 ، 3 و x بالسنتيمتر

- حجم متوازي المستطيلات هو $3\times4\times x=12x$ إذن حجم متوازي المستطيلات هو $12x\,cm^3$

ب) حجم الهرم هو $\frac{1}{3}\times(6\times8)\times24$ اي $384\,cm$

و حجم الهرم الذي قاعدته مقطع الهرم هي $\frac{1}{3}\times(4\times3)\times12=48$

إذن حجم جزء الهرم العلوي هي $384-48=336\,cm^3$

حجم العلبة - حجم متوازي المستطيلات + حجم الجزء العلوي من الهرم

إذن حجم العلبة هو $(336+12x)cm^3$

حجم العلبة هو $6\times4\times x\,cm^3$ اي $(24x)cm^3$

ج) حجم العلبة الأولى - حجم العلبة الثانية يعني ان

$336+12x=24x$ و منه $12x=336$ إذن $x=\frac{336}{12}=28$ و بالتالي قيمة x هي $28\,cm$

تطبيق 6

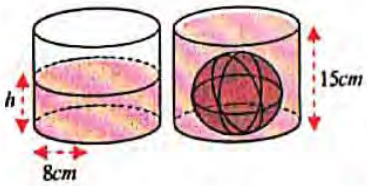
وحدة الأطوال هي السنتيمتر (cm)

و وحدة الأحجام هي cm^3

نرمز بـ h إلى ارتفاع الماء في اسطوانة ذات نصف القطر $8\,cm$

و الارتفاع $5\,cm$ (الشكل (1))

نضع داخل هذه الاسطوانة جلة ذات نصف القطر $6\,cm$ فامتلأت الاسطوانة (الشكل (2))



1) احسب بدلالة π حجم الاسطوانة 2) احسب بدلالة π حجم الجلة

3) استنتج من الأسئلة السابقة الارتفاع h للماء في الاسطوانة قبل وضع الجلة

الحل

1) حجم الاسطوانة هو $\pi\times8^2\times15$ اي 960π

2) حجم الجلة هي $\frac{4}{3}\times\pi\times6^3$ اي $288\pi\,cm^3$

3) حجم الاسطوانة - حجم الماء + حجم الجلة و منه

حجم الجلة — حجم الاسطوانة = حجم الماء

$=960\pi-288\pi=672\pi\,cm^3$

و من جهة أخرى حجم الماء يساوي $\pi\times8^2\times h$ اي $64\pi\times h$ إذن $672\pi=64\pi\times h$

ومنه نستنتج $h=\frac{672\pi}{64\pi}=\frac{672}{64}=10,5$ إذن ارتفاع الماء في الأسطوانة هو $10,5\,cm$

تمارين و مسائل

1

احسب القيمة المضبوطة لمساحة الكرة ذات نصف القطر R في كل حالة من الحالات الآتية

أ) $5\,cm$ ، ب) $7\,cm$ ، ج) $2{,}7\,cm$

2

أحسب حجم الجلة ذات نصف القطر R في كل حالة من الحالات الآتية

أ) $2{,}4\,cm$ ، ب) $3\,cm$ ، ج) $5\,cm$

تدور النتائج إلى $0{,}01$

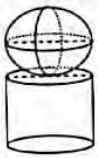
3

قطعة من الحديد مشكلة من اسطوانة و كرة لهما نفس القطر $5\,cm$ كما هو موضح في الشكل.

الارتفاع الكلي لهذه القطعة هو $25\,cm$

احسب حجم القطعة

تدور النتيجة إلى $0{,}01$



4

جلة ذات المركز O و نصف القطر $4\,cm$ و ضعت في قعر علبة شكلها متوازي المستطيلات القائم ارتفاعه $4\,cm$

نقطع الجلة بمستو يوازي الوجه العلوي للعلبة

. ما هو المقطع المحصل عليه؟

5

كرة مركزها النقطة O و نصف قطرها $5{,}5\,cm$ نقطعها بمستو يبعد بـ $4\,cm$ عن المركز O و المقطع هو دائرة (C) مركزها H

1) أعط شكلا لهذه الوضعية ثم علم النقطة M على الدائرة (C)

2) أحسب نصف قطر الدائرة (C)

6

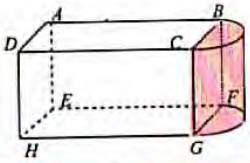
الشكل المجاور مركب من متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ و نصف الأسطوانة حيث $AB = 8\,\text{cm}$ و $BC = 5\,\text{cm}$ و $BF = 4\,\text{cm}$

1) ارسم مقطع من هذا الشكل بمستو

أ) يوازي الوجه $ABCD$

ب) يوازي الوجه $ABFE$ و المار من منتصف القطعة $[AD]$

2) أحسب في كل حالة من الحالات السابقة مساحة المقطع المحصل عليه.

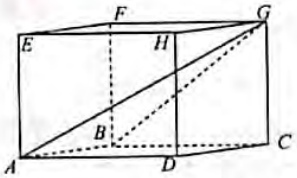


7

$ABCD$ هرم قاعدته مثلث قائم في B حيث $AB = 3\,cm$ و $BC = 4\,cm$
يقطع هذا الهرم بمستو يوازي القاعدة في ربع الارتفاع انطلاقا من D
أرسم شكلا توضح فيه المعطيات ثم احسب مساحة المقطع المحصل عليه

8

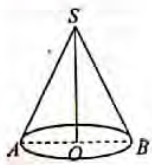
$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات قائم قاعدته مربعة ، نعطي $AD = 3\,cm$
و $CG = 4\,cm$



1) احسب بـ cm^3 حجم الهرم الذي راسه D
و قاعدته $ABCD$
2) احسب DG
3) إذا كان المثلث AGD قائم في D
أ) احسب القيمة المضبوطة للطول AG ثم اعطى
النتيجة مدورة إلى المليمتر
ب) احسب قيس الزاوية $A\hat{G}D$ اعطى النتيجة مدورة إلى الدرجة.

9

مخروط دوراني راسه النقطة S و قاعدته قرص
مركزه النقطة O و نصف قطره $4\,cm$
و ارتفاعه $[SO]$ حيث $SO = 2{,}8\,cm$



1) عين قيس الزاوية $O\hat{S}B$ مدورة إلى الدرجة
2) احسب حجم هذا المخروط
(النتيجة مدورة إلى الوحدة)

10

في الشكل المجاور كرة مركزها O
حيث يقطع مستو هذه الكرة في دائرة (C) مركزها
H و نصف قطرها $4{,}5\,cm$ $(HA = 4.5\,cm)$
علما أن $HO = 2{,}2\,cm$
أرسم المثلث OHA القائم ثم احسب بـ mm الطول OA