https://prof27math.weebly.com/

تمارين المعادلات و المتراجحات

التمرين 01:

جب عن الأسئلة التالية بصح أم خطأ :

1) إذا كان $a<b$ فإن: $3a-2<3b-2$.

2) إذا كان $a<b$ فإن: $-2-3a<-2-3b$

3) نستطيع حل المعادلة: $2x(x-3)=4x$ بقسمة طرفيها على $2x$.

التمرين 02:

ليكن x عدد .

إذا طرحنا من x العدد 7 و ضربنا النتيجة في 7 نحصل على نفس العدد الذي حصل عليه وذلك إذا طرحنا 11 من x و ضربنا النتيجة في 11.

فما هي قيمة x. ؟

التمرين 03:

عين قيمة العدد الطبيعي a في كل حالة من الحالتين:

1) إذا أضفنا له 1 فإن مربعه يزداد بـ 19.

2) إذا أنقصنا منه 10 فإن مربعه ينقص بـ 320.

التمرين 04:

حل المعادلات التالية:

1) $17=2-3x$

2) $4x-3-(x+1)=5x+2$

3) $2x-7=3x+2$

4) $\frac{3}{2}x+14=2$

5) $\frac{3}{5}\left(\frac{5}{6}x-1\right)=\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}$

https://prof27math.weebly.com/

التمرين 05:

حل المعادلات التالية:

1) $x^2 - 2x + 1 = 9x^2 - 9$

2) $5x(1-3x) - 2(3x-1) = 0$

3) $(3x+1)(2x-4) + x^2 - 2x = 0$

4) $x + \frac{7}{6} = \frac{5}{2x}$

5) $6,5 + x - 13,2 = 5,3$

6) $\frac{7}{3}x^2 + 1 = 2x^2 + \frac{2}{3}$

التمرين 06:

حل المعادلات التالية:

1) $\frac{x-1}{2} + \frac{x+2}{3} = x$

2) $\frac{3x-2}{5} - \frac{-2x+1}{3} = x - \frac{2-x}{15}$

3) $3\sqrt{2}x = 8$

4) $\sqrt{2}(3\sqrt{3}x - 1) = 2\sqrt{6}x + 3\sqrt{2}$

التمرين 07:

حل المعادلات التالية :

1) $(5-4x)(6x+2) = 0$

2) $(x-\sqrt{2})(2x+\sqrt{3}) = 0$

3) $(x^2+2)(x-3) = 0$

4) $4x^2 - 2x = 0$

التمرين 08:

لتكن العبارة A حيث: $A = 4x^2 - 25 + (2x-5)(x+3)$

1) حلل A.

2) حل المعادلة: $A = 0$

التمرين 09:

لتكن العبارة B حيث: $B = (3x-1)^2 - (2x+3)(3x-1)$

1) انشر وبسط B.

2) حلل B.

3) حل المعادلة: $(3x-1)(x-4) = 0$.

احسب B من اجل $x = \sqrt{2}$

https://prof27math.weebly.com/

التمرين 10:

قضيب من الألمنيوم طوله 10 cm في درجة حرارة $0^\circ C$.

الطول x للقضيب بالسنتمتر في درجة حرارة $t^\circ C$ يعطى بالعبارة:

$$x = 10 \times (1 + 0{,}00024t)$$

أعط حصرا لـ x عندما يكون : $0 \leq t \leq 200$

التمرين 11:

حل المتراجحات التالية ومثل حلولها:

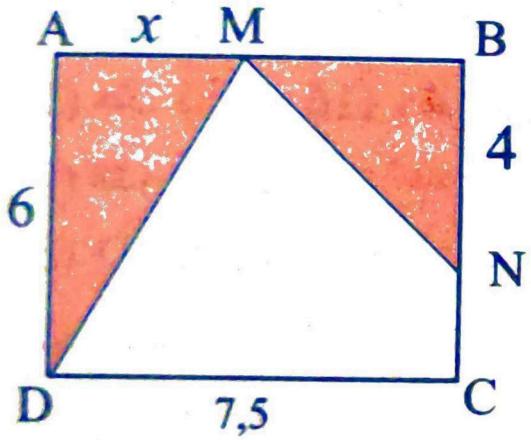
1) $5x - 3 \geq 0$ 2) $-5x + 2 < 4$

3) $\frac{3x-4}{5} \geq -1$ 4) $3(2x-5) < 2x + 5$

التمرين 12:

حل المتراجحة التالية ومثل حلولها $4x - (x+1) < 8x$

التمرين 13:



الشكل المقابل يمثل مستطيل ABCD ، M نقطة من القطعة [AB]

N نقطة من القطعة [BC]

وحدة الطول هي السنتمتر ، ووحدة المساحة هي السنتمتر مربع .

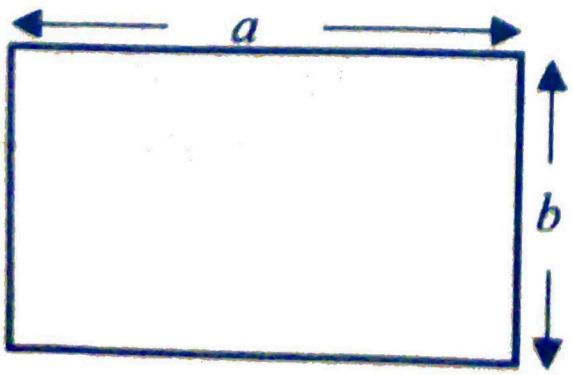
1) بين أن مساحة المثلث AMD هي $3x$.

2) عبر عن الطول MB بدلالة x .

3) بين أن مساحة المثلث MBN تساوي $2x - 15$.

4) ما هي قيمة x التي تكون من أجلها مساحة المثلث AMD تساوي مساحة المثلث MBN؟.

التمرين 14: (المستطيل الذهبي)



نقول عن مستطيل أنه مستطيل ذهبي إذا كان طوله a وعرضه b معرفان بالعلاقة:

$\frac{a-b}{b} = \frac{b}{a}$ حيث: $a > 0$ و $b > 0$

1) بين أنه في مستطيل ذهبي الطول a والعرض b مرتبطان بالعلاقة:

$$a^2 - ab - b^2 = 0$$

https://prof27math.weebly.com/

2) استنتج أن $\frac{a}{b}$ هو حل للمعادلة $x^2 - x - 1 = 0$

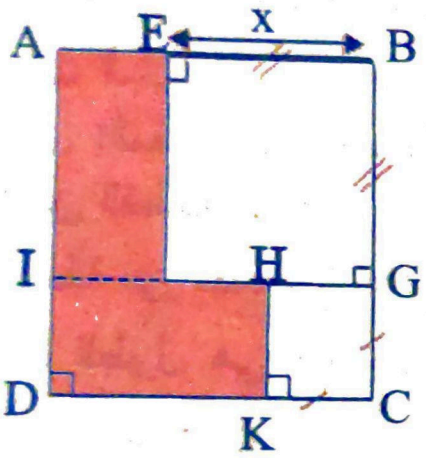
حيث نضع : $\alpha = \frac{a}{b}$.

3) أنشر وبسط العبارة A حيث: $A = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$

استنتج أن المعادلة $x^2 - x - 1 = 0$ لها نفس حلول المعادلة $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$.

4) حل هذه المعادلة و استنتج α , $(\alpha > 0)$

التمرين 15:



نعتبر العبارة A حيث:

$A = 16 - x^2 - (4 - x)^2$.

1) حلل $(16 - x^2)$ ، ثم حلل العبارة A.

2) انشر وبسط A.

3) ABCD مربع طول ضلعه 4 cm، نقسمه حسب الشكل المقابل:

نضع: BE = x.

عبر بطريقتين مختلفتين عن المساحة الملونة.

تحقق من صحة المساواة: $16 - x^2 - (4 - x)^2 = 2x(4 - x)$

4) أحسب A من أجل : $x = 2 + \sqrt{3}$.

5) ليكن: $B = 2x(4 - x) - x^2$

حلل B، واستنتج قيمة x التي من أجلها تكون المساحة الملونة مساوية لمساحة المربع EBGF.

https://prof27math.weebly.com/

حلول تمارين المعادلات والمتراجحات

التمرين 01:

1) صح لأننا ضربنا طرفي المتراجحة: $(a<b)$ في العدد الموجب 3 ثم أضفنا إلى طرفيها العدد -2.

2) خطأ لأننا ضربنا طرفي المتراجحة: $(a<b)$ في عدد سالب.

3) خطأ لأنه يشترط أن يكون $x\neq 0$ حتى نستطيع حل المعادلة: $2x(x-3)=4x$ بقسمة طرفيها على $2x$.

التمرين 02:

x هو حل للمعادلة: $7\times(x-7)=11\times(x-11)$.

$$7\times(x-7)=11\times(x-11)$$
$$7x-49=11x-121$$
$$121-49=11x-7x$$
$$72=4x$$
$$x=\frac{72}{4}=18$$

التمرين 03:

1) $(a+1)^2=a^2+19$

ومنه: $a^2+2a+1=a^2+19$

ومنه: $2a=18$ وبالتالي $a=9$

2) $(a-10)^2=a^2-320$

ومنه: $a^2-20a+100=a^2-320$

ومنه: $-20a=-420$ وبالتالي $a=21$

https://prof27math.weebly.com/

التمرين 04:

حل المعادلات:

(1

$$17 = 2 - 3x$$
$$17 - 2 = -3x$$
$$15 = -3x$$
$$x = \frac{15}{-3} = -5$$

(2

$$4x - 3 - (x + 1) = 3x + 2$$
$$4x - 3 - x - 1 = 5x + 2$$
$$-6 = 2x$$
$$x = \frac{-6}{2} = -3$$

(3

$$2x - 7 = 3x + 2$$
$$-7 - 2 = 3x - 2x$$
$$x = -9$$

(4

$$\frac{3}{2}x + 14 = 2$$
$$\frac{3}{2}x = -12$$
$$x = -\frac{24}{3} = -8$$

(5

$$\frac{3}{5}\left(\frac{5}{6}x - 1\right) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$$

ومنه : $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6}x - \frac{3}{5} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$

ومنه : $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}x = \frac{3}{5} - \frac{1}{2}$

ومنه : $x = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$

و بالتالي : $x = -\frac{3}{5}$

التمرين 05:

1) حل المعادلة: (1) $x^2 - 2x + 1 = 9x^2 - 9$

باستعمال المتطابقات الشهيرة نجد :

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

و $9x^2 - 9 = 9(x^2 - 1) = 9(x - 1)(x + 1)$

ومنه $(x - 1)^2 - 9(x - 1)(x + 1) = 0$

https://prof27math.weebly.com/

بإخراج $(x-1)$ كعامل مشترك نجد:

$$(x-1)\left[(x-1)-9(x+1)\right]=0$$

$$(x-1)(x-1-9x-9)=0$$

$$(x-1)(-8x-10)=0$$

ومنه: إما $x-1=0$ وإما $-8x-10=0$

ومنه: إما $x=1$ وإما $x=-\frac{10}{8}=-\frac{5}{4}$.

إذن للمعادلة (1) حلين هما: $x=1$ ، $x=-\frac{5}{4}$

2) حل المعادلة: $5x(1-3x)-2(3x-1)=0$.... (2)

نلاحظ أن: $1-3x=-(3x-1)$ ، ومنه : $5x\left[-(3x-1)\right]-2(3x-1)=0$

ومنه: $(3x-1)(-5x-2)=0$.

ومنه: إما $3x-1=0$ وإما $-5x-2=0$

ومنه: إما $x=\frac{1}{3}$ وإما $x=-\frac{2}{5}$.

إذن: للمعادلة (2) حلين هما $x=\frac{1}{3}$ ، $x=-\frac{2}{5}$.

3) حل المعادلة: $(3x+1)(2x-4)+x^2-2x=0$.... (3)

نلاحظ أن: $2x-4=2\times(x-2)$ و $x^2-2x=x(x-2)$.

ومنه: $(3x+1)\left[2\times(x-2)\right]+x(x-2)=0$.

وبإخراج: $(x-2)$ عامل مشترك نجد: $(x-2)\left[2(3x+1)+x\right]=0$

ومنه: $(x-2)\left[(6x+2)+x\right]=0$

ومنه: $(x-2)(7x+2)=0$.

ومنه: إما $x-2=0$ وإما $7x+2=0$.

ومنه: إما $x=2$ وإما $x=-\frac{2}{7}$

إذن للمعادلة حلين هما : $x=2$ ، $x=-\frac{2}{7}$

https://prof27math.weebly.com/

$x = \frac{5}{21} - \frac{7}{6} = \frac{10-49}{42}$ ومنه : $x + \frac{7}{6} = \frac{5}{21}$ (4

ومنه : $x = -\frac{39}{42}$

$6,5 + x - 13,2 = 5,3$ (5

ومنه : $x = 5,3 - 6,5 + 13,2 = 12$

$\frac{7}{3}x^2 + 1 = 2x^2 + \frac{2}{3}$ (6

ومنه : $\frac{7}{3}x^2 - 2x^2 = +\frac{2}{3} - 1$

ومنه : $\left(\frac{7}{3} - 2\right)x^2 = \frac{2-1}{3}$

ومنه : $\frac{1}{3}x^2 = -\frac{1}{3}$ ومنه : $x^2 = -1$

فالمعادلة لا تقبل حلول (لأن $-1 < 0$)

التمرين 06:

حل المعادلات التالية :

(1

$\frac{x-1}{2} + \frac{x+2}{3} = x$

$\frac{3\times(x-1)+2(x+2)}{2\times 3} = x$

$3x - 3 + 2x + 4 = 6x$

$4 - 3 = 6x - 3x - 2x$

$x = 1$

(2

$\frac{3x-2}{5} - \frac{-2x+1}{3} = x - \frac{2-x}{15}$

$\frac{3\times(3x-2)-5\times(-2x+1)}{15} = \frac{15x-2+x}{15}$

$9x - 6 + 10x - 5 = 16x - 2$

$3x = 9$

$x = 3$

(3

$3\sqrt{2}x = \sqrt{8}$

$x = \frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{2}}$

$x = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$

(4

$\sqrt{2}(3\sqrt{3}x - 1) = 2\sqrt{6}x + 3\sqrt{2}$

$3\sqrt{6}x - \sqrt{2} = 2\sqrt{6}x + 3\sqrt{2}$

$3\sqrt{6}x - 2\sqrt{6}x = 3\sqrt{2} + \sqrt{2}$

$\sqrt{6}x = 4\sqrt{2}$

$x = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

https://prof27math.weebly.com/

التمرين 07:

(1 $(5-4x)(6x+2)=0$ $5-4x=0$; $6x+2=0$ $x=\frac{5}{4}$; $x=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$	(2 $(x-\sqrt{2})(2x+\sqrt{3})=0$ $x-\sqrt{2}=0$ إما $2x+\sqrt{3}=0$ وإما $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(3 $(x^2+2)(x-3)=0$ $x=3$ لأن $x^2+2\neq 0$	(4 $4x^2-2x=0$ $2x(2x-1)=0$ $x=0$ أو $x=\frac{1}{2}$

التمرين 08:

1) تحليل A: $A=4x^2-25+(2x-5)(x+3)$

لدينا $4x^2-25=(2x-5)(2x+5)$.

باخراج $(2x-5)$ عامل مشترك نجد : $A=(2x-5)\times[(2x+5)+(x+3)]$

ومنه: $A=(2x-5)(3x+8)$

2) نحل المعادلة $A=0$:

$(2x-5)(3x+8)=0$ ومنه : إما $2x-5=0$ وإما $3x+8=0$

ومنه: إما $x=\frac{5}{2}$ وإما $x=-\frac{8}{3}$

إذن للمعادلة $A=0$ حلين هما $x=\frac{5}{2}$ ، $x=-\frac{8}{3}$.

التمرين 09:

1) نشر وتبسيط B:

$B=(3x-1)^2-(2x+3)(3x-1)$

ومنه: $B=9x^2-6x+1-(6x^2+7x-3)$

ومنه: $B=3x^2-13x+4$

https://prof27math.weebly.com/

2) تحليل B:

$B=(3x-1)^2-(2x+3)(3x-1)$.

ومنه: $B=(3x-1)\times[(3x-1)-(2x+3)]$

ومنه: $B=(3x-1)(x-4)$

3) حل المعادلة: $(3x-1)(x-4)=0$.

$(3x-1)(x-4)=0$ ومنه : إما $3x-1=0$ وإما $x-4=0$

ومنه: إما $x=\frac{1}{3}$ وإما $x=4$

إذن للمعادلة $(3x-1)(x-4)=0$ حلين هما : $x=\frac{1}{3}$ ، $x=4$.

4) حساب B من أجل $x=\sqrt{2}$:

لدينا $B=(3x-1)^2-(2x+3)(3x-1)=(3x-1)(x-4)$

$B=\left(3\times\sqrt{2}-1\right)\times\left(\sqrt{2}-4\right)$

من أجل $x=\sqrt{2}$ نجد : $B=6-13\sqrt{2}+4$

$B=10-13\sqrt{2}$

التمرين 10:

حصرا لـ x عندما يكون : $0\le t\le 200$

لدينا: $0\le t\le 200$

ومنه:

$0\le 0{,}00024\,t\le 200\times 0{,}00024$

$1\le 1+0{,}00024\,t\le 1+200\times 0{,}00024$

$10\le 10\times(1+0{,}00024t)\le 10\times(1+200\times 0{,}00024)$

$10\le x\le 10{,}48$

ملاحظة: يمكن كتابة العدد $0{,}00024$ كتابة علمية بالشكل:

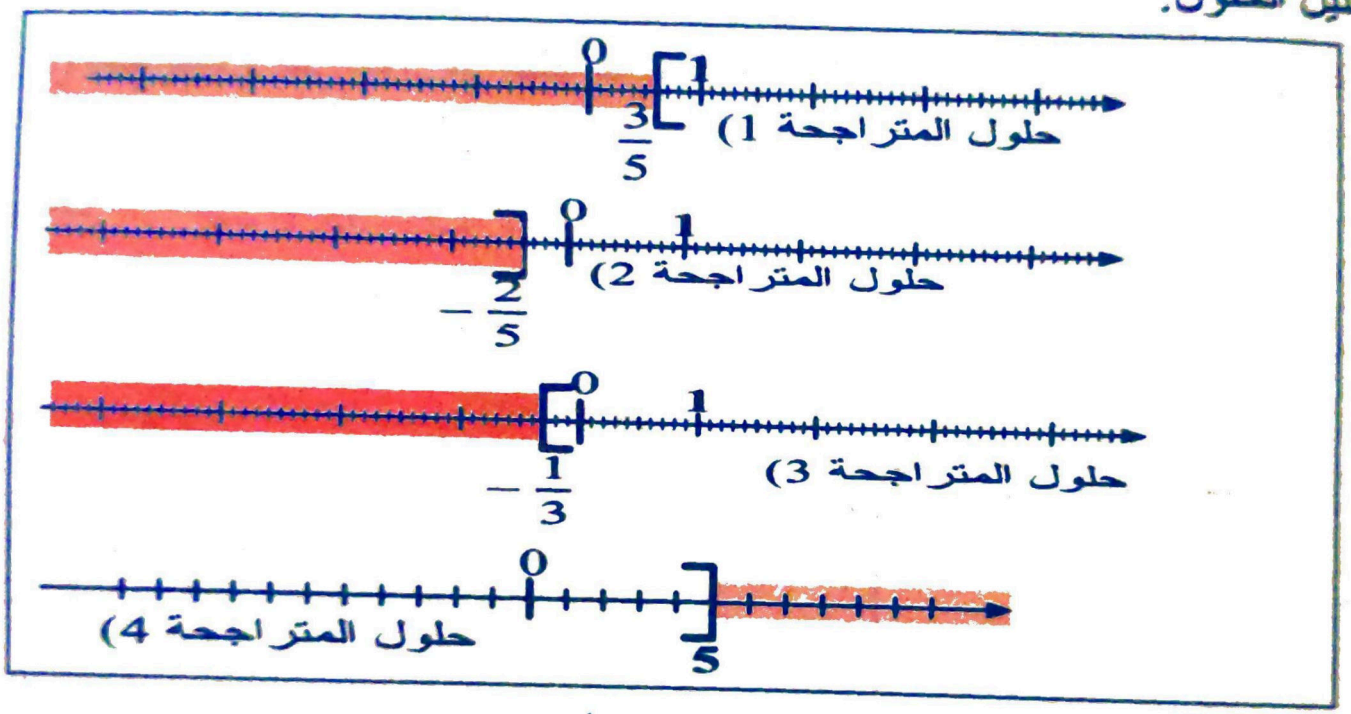
$0{,}00024=2{,}4\times10^{-4}$

https://prof27math.weebly.com/

التمرين 11: حل المتراجحات:

(1 $5x-3\geq 0$ $x\geq \frac{3}{5}$	(2 $-5x+2\leq 4$ $-5x\leq 4-2$ $x\geq -\frac{2}{5}$
(3 $\frac{3x-4}{5}\geq -1$ $3x-4\geq -5$ $3x\geq -1$ $x\geq -\frac{1}{3}$	(4 $3(2x-5)<2x+5$ $6x-15<2x+5$ $6x-2x<20$ $x<5$

تمثيل الحلول:



التمرين 12: 1) حل المتراجحة: $4x-(x+1)<8x$

$4x-(x+1)<8x$

$4x-x-1<8x$

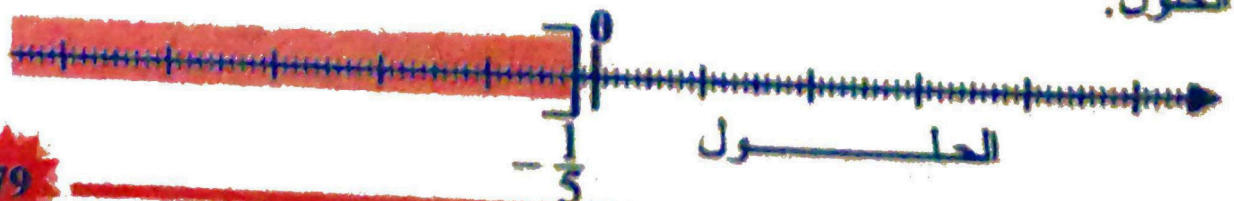
$3x-1<8x$

$3x-8x<1$

$-5x<1$

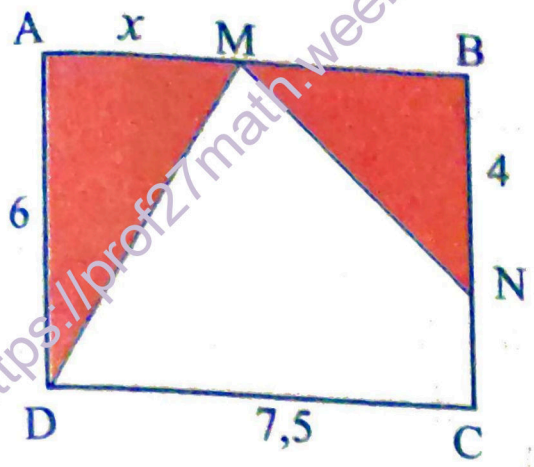
$x>-\frac{1}{5}$

2) تمثيل الحلول:



https://prof27math.weebly.com/

التمرين 13:



1) مساحة المثلث AMD هي:

$$\frac{AM \times AD}{2} = \frac{x \times 6}{2} = 3x\ cm^2$$

2) التعبير عن الطول MB بدلالة x:

$$MB = AB - AM = 7,5 - x$$

3) مساحة المثلث MBN:

$$\frac{MB \times BN}{2} = \frac{(7,5 - x) \times 4}{2}$$

$$= (7,5 - x) \times 2$$

$$= 15 - 2x$$

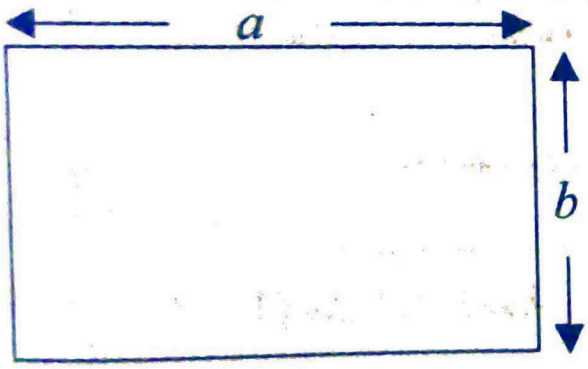
4) إيجاد قيمة x التي تكون من أجلها مساحة المثلث AMD تساوي مساحة المثلث MBN:

لدينا: $15 - 2x = 3x$

ومنه: $15 = 3x + 2x$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

التمرين 14:



1) لدينا: $\frac{a-b}{b} = \frac{b}{a}$

ومنه:

$$a \times (a - b) = b \times b$$

$$a^2 - ab - b^2 = 0 \ldots (1)$$

2) بقسمة طرفي المعادلة (1) على b^2 (لأن $b \neq 0$) نجد:

$$\frac{a^2}{b^2} - \frac{ab}{b^2} - \frac{b^2}{b^2} = 0$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{a}{b}\right) - 1 = 0$$

وهذا يبين أن $\frac{a}{b}$ هو حل للمعادلة : $x^2 - x - 1 = 0$ ، وذلك بوضع $x = \frac{a}{b}$

https://prof27math.weebly.com/

3) نشر وتبسيط العبارة A :

$$A=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{5}{4}=x^2-x-1$$

ومنه نستنتج أن المعادلة $x^2-x-1=0$ لها نفس حلول المعادلة $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$.

4) حل المعادلة:

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$$

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=0$$

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2=0$$

$$\left(x-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\times\left(x-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=0$$

$$x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

بما أن $\alpha>0$ فإن $\alpha=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

التمرين 15:

1) تحليل $(16-x^2)$:

$$(16-x^2)=(4-x)\times(4+x)$$

تحليل العبارة A:

$$A=16-x^2-(4-x)^2$$

$$A=(4-x)\times(4+x)-(4-x)^2$$

$$A=(4-x)\times[(4+x)-(4-x)]$$

$$A=2x(4-x)$$

2) نشر وتبسيط A:

طريقة 1 (بعد تحليل A):

$$A=2x(4-x)=-2x^2+8x$$

https://prof27math.weebly.com/

طريقة 2:

بنشر $(4-x)^2$ نجد: $(4-x)^2 = 16 - 8x + x^2$

إذن:

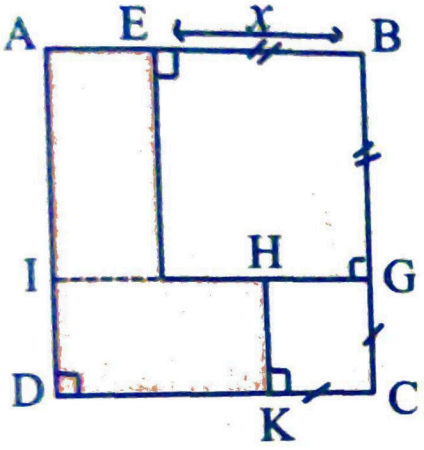
$$A = 16 - x^2 - (16 - 8x + x^2)$$

$$A = 16 - x^2 - 16 + 8x - x^2$$

$$A = -2x^2 + 8x$$

3) التعبير بطريقتين مختلفتين عن المساحة الملونة:

الطريقة الأولى:



لتكن S هي المساحة الملونة:

لدينا مساحة المربع ABCD هي: $4 \times 4 = 16 cm^2$

مساحة EBGF (وهو مربع) هي A_1 حيث:

$$A_1 = x \times x = x^2 \ cm^2$$

مساحة المربع HGCK هي A_2 حيث:

$$A_2 = (4-x) \times (4-x) = (4-x)^2 \ cm^2$$

فتكون المساحة S حيث: $S = A_3 - A_1 - A_2$، (حيث: A_3 هي مساحة المستطيل ABCD).

$$S = 16 - x^2 - (4-x)^2 \ldots\ldots (1)$$

الطريقة الثانية:

مساحة S = مساحة AEFI + مساحة IHKD

AEFI مستطيل مساحته هي : $x \times (4-x)$.

IHKD مستطيل مساحته هي : $x \times (4-x)$.

ومنه: $S = 2x(4-x) \ldots\ldots (2)$

التحقق من صحة المساواة: $16 - x^2 - (4-x)^2 = 2x(4-x)$

من (1) و (2) نستنتج أن: $16 - x^2 - (4-x)^2 = 2x(4-x)$

https://prof27math.weebly.com/

4) حساب S من أجل: $x = 2 + \sqrt{3}$

$$S = 2x(4 - x)$$

$$S = 2\left(2 + \sqrt{3}\right)\left(4 - 2 - \sqrt{3}\right)$$

$$S = 2\left(2 + \sqrt{3}\right)\left(2 - \sqrt{3}\right)$$

ومنه:

$$S = 2\left(2^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2\right)$$

$$S = 2 \times (4 - 3) = 2$$

5) تحليل B:

$$B = 2x(4 - x) - x^2$$

$$B = x[2(4 - x) - x]$$

$$B = x(8 - 3x)$$

استنتاج قيمة x التي من أجلها تكون المساحة الملونة مساوية لمساحة المربع EBGF:

لدينا: $2x(4 - x)$ هي المساحة الملونة S .

x^2 هي مساحة المربع EBGF

المساحتان تكونا متساويتان عندما يكون $B = 0$ ، $x(8 - 3x) = 0$

$$(8 - 3x) = 0$$

$x \neq 0$ ، إذن $(8 - 3x) = 0$ ومنه :

$$3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3}$$