التمرين (1):

$EFGH$ متوازي أضلاع ، M منتصف $[EF]$
N منتصف $[HG]$.

1/ أنشئ الشكل بدقة
2/ برهن أن المثلثان HEM و FGN متقايسان
3/ استنتج أن $HN = FN$

التمرين (2):

$ABCD$ متوازي أضلاع ، O هي نقطة تقاطع قطريه ، المستقيم (Δ) يشمل النقطة D . ويوازي المستقيم (AC) فيقطع المستقيم (BC) في النقطة F .

1/ أنشئ الشكل بدقة
2/ أثبت أن النقطة C منتصف $[DF]$
3/ إذا كان $DF = 3{,}6$ ، أحسب الطول OC

التمرين (3):

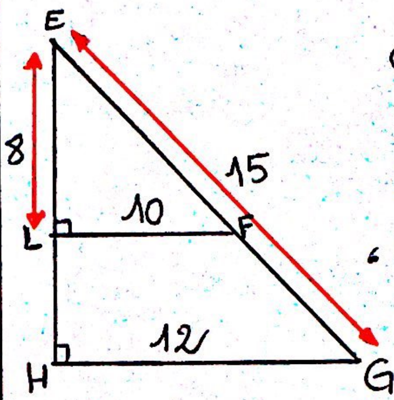
(C) دائرة مركزها النقطة O ونصف قطرها $3cm$ ، E نقطة من الدائرة (C) ، S نظيرة المركز O بالنسبة إلى النقطة E

(Δ_1) و (Δ_2) مستقيمات عموديان على المستقيم (SE) في النقطتين E و S على الترتيب .

K نقطة من المستقيم (Δ_1) حيث: $EK = 4cm$
المستقيم (OK) يقطع المستقيم (Δ_2) في النقطة R .

1/ أنجز الشكل بالمعطيات السابقة وبدقة .
2/ أثبت أن $(EK)//(SR)$
3/ أثبت أن النقطة K منتصف الضلع $[OR]$
4/ أحسب الطول SR .
5/ أحسب مساحة كل من المثلث OSR القائم في الرأس S والدائرة (C).

التمرين (4):



إليك الشكل المقابل

1/ بيّن أنّ $(LF) // (HG)$

2/ أحسب الأطوال FG ، EF ، و EH .

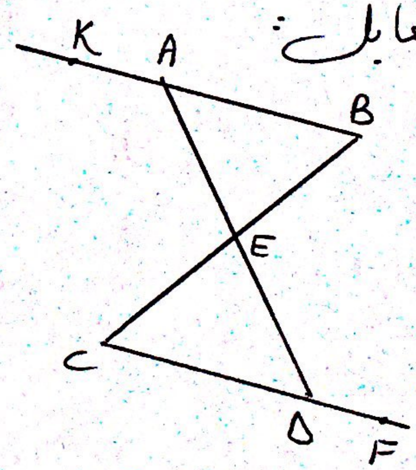
- وحدة الأطوال هي سنتمتر-

التمرين (5):

إليك الشكل المقابل:

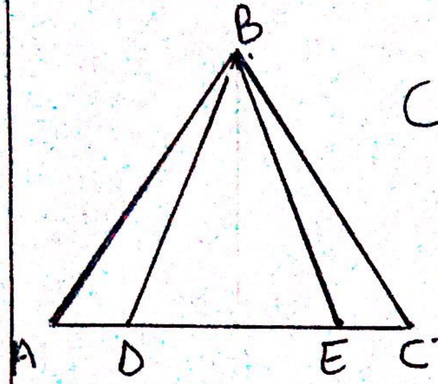
E منتصف $[AD]$

$K\hat{A}E = E\hat{D}F$



-بيّن أنّ المثلثين ABE و CDE متقايسان

التمرين (6):



إليك الشكل المقابل

$AB = BC$ و $AD = CE$

-بيّن أنّ المثلث BDE متساوي الساقين.

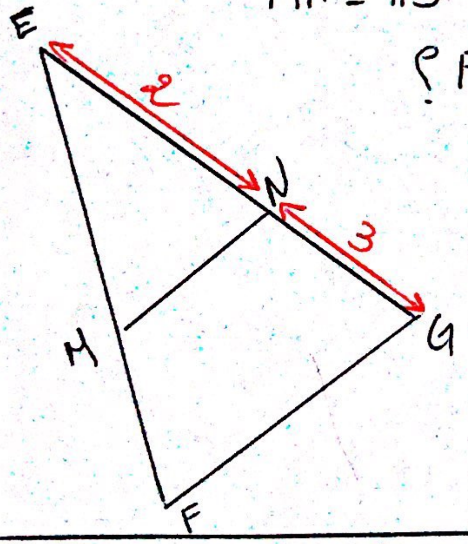
التمرين (7):

لاحظ الشكل جيداً ثمّ أجب .

1 - أحسب النسبة $\frac{MN}{FG}$ حيث $(FG) // (MN)$

2 - إذا علمت أنّ $MN = 1,5$

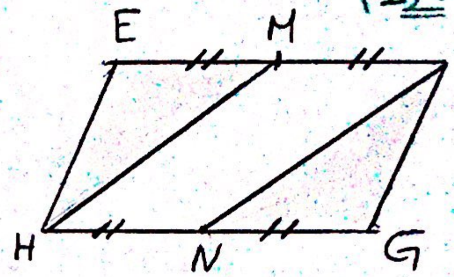
- أحسب الطول FG ؟



- الوحدة هي السنتمتر-

حل التمرين (1):

-1



2- برهان أن المثلثين EMH و NGF متقايسان

لدينا:

① EH = FG (لأن الرباعي EFGH متوازي الأضلاع)

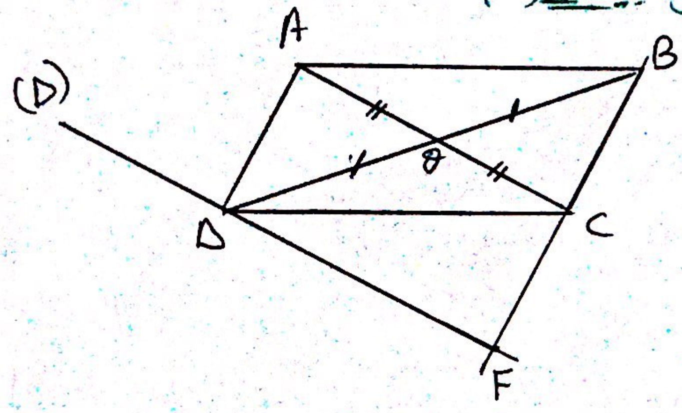
② EM = NG (لأن EF = HG متوازي الأضلاع
و M منتصف [EF]
و N منتصف [HG])

③ HM = FN (لأن MFNH متوازي الأضلاع
- MF = HN
- (MF) // (HN))

من ① و ② و ③ وحسب الحالة III لتقايس المثلثات فإن المثلثين

حل التمرين (2):

-1



2- إثبات أن النقطة C منتصف [BF]

لدينا: في المثلث DBF

① O منتصف [DB] (لأن O نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع ABCD "القطران متناصفان")

② (DF) // (OC)

(من المعطيات (Δ) // (AC) و D و F نقطتين من (Δ) و O نقطة من (AC).

من ① و ② وحسب الخاصية ③ لمستقيم المنتصفين فإن C منتصف [BF]

3 - حساب الطول OC :

لدينا في المثلث DFB

① O منتصف $[DB]$ (من المعطيات)

② C منتصف $[BF]$ (من السؤال ②)

من ① و ② وحسب الخاصية "2" لمستقيم المنتصفين فإنّ :

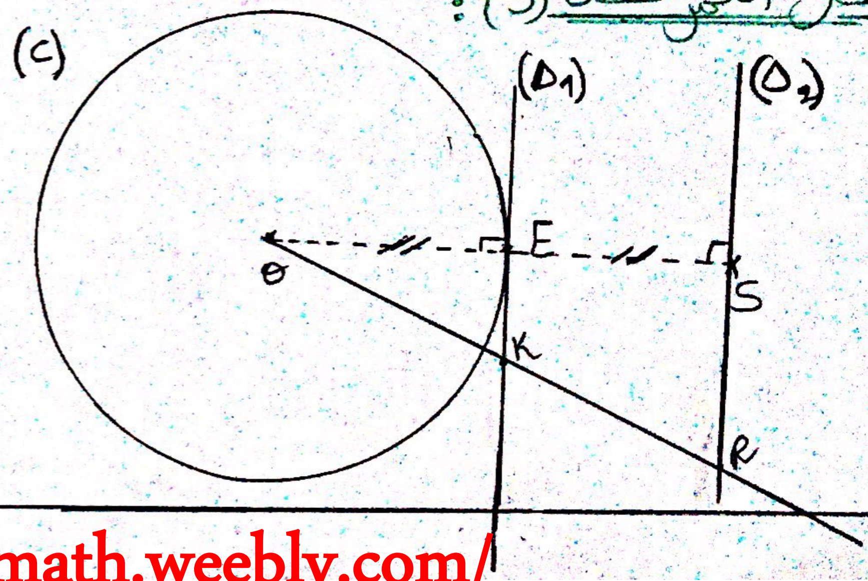
$$OC = \frac{1}{2} DF$$

$$OC = \frac{1}{2} 3,6$$

$$OC = 1,8\ cm$$

حل التمرين (3) :

- 1



2 - إثبات أنّ $(EK) \parallel (SR)$:

- S و R نقطتان من (Δ_2)
- E و K نقطتان من (Δ_1)

لدينا :

① $(\Delta_1) \perp (SE)$ أي : $(EK) \perp (SE)$ (من المعطيات)

② $(\Delta_2) \perp (SE)$ أي : $(SR) \perp (SE)$ (من المعطيات)

من ① و ② وحسب خاصية المستقيمان العموديان عن نفس المستقيم متوازيان .

إذاً $(EK) \parallel (SR)$

3 - إثبات أنّ النقطة K منتصف الضلع $[OR]$:

لدينا :

① E منتصف $[OS]$ (بالتناظر المركزي)

② $(EK) \parallel (SR)$ (من السؤال (2))

من ① و ② وحسب خاصية ③ لمستقيم المتصفين فإنّ : K منتصف $[OR]$.

4 - حساب الطول SR :

لدينا :

① E منتصف [OS] (حسب التناظر المركزي)

② K منتصف [OR] (من السؤال 3)

من ① و ② وحسب الخاصية ② لمستقيم المنتصفين فإنّ :

$SR = 2\,EK$

$SR = 2 \times 4$

$SR = 8\,cm$

5 - حساب مساحة المثلث OSR :

$$S_{OSR} = \frac{d \times \ell}{2}$$

$$S_{OSR} = \frac{8 \times 6}{2} = 24\,cm^2$$

حساب مساحة الدائرة (C) :

$S = r \times r \times \pi$

$S = 3 \times 3 \times 3{,}14$

$S = 28{,}26\,cm^2$

حل التمرين (4) :

1 - تبيان أنّ (LF) // (HG) :

لدينا :

① (EH) ⊥ (LF) في L (من الترميز)

② (EH) ⊥ (HG) في H (من الترميز)

من ① و ② وحسب خاصية المستقيمان العموديان على نفس المستقيم متوازيان فإنّ :

(LF) // (HG)

2 - حساب الأطوال FG ، EF ، EH :

لدينا :

EGH مثلث

F نقطة من [EG]

L نقطة من [EH]

(LF) // (HG) (من السؤال ①)

إذا حسب نظرية طالس فإنّ :

$$\frac{EF}{EG} = \frac{EL}{EH} = \frac{LF}{HG}$$

حل التمرين (5) :

تبيان أن المثلثين ABE و CDE متقايسان:

لدينا :

① $AE = ED$ (من المعطيات، E منتصف [AD])

② $C\hat{E}D = A\hat{E}B$ (متقابلان بالرأس فهما متقايسان)

③ $B\hat{A}E = E\hat{D}C$ (لأن: $K\hat{A}E = E\hat{D}F$ (من المعطيات) و $K\hat{A}B = C\hat{D}F = 180°$ (زاوية مستقيمة)

$$B\hat{A}E = 180° - K\hat{A}E$$
$$= 180 - E\hat{D}F$$
$$= E\hat{D}C$$)

من ① و ② و ③ وحسب الحالة I لتقايس مثلثات فإن المثلثين ABE و CDE متقايسان.

$$\frac{EF}{15} = \frac{8}{EH} = \frac{10}{12}$$

• حساب الطول EF :

$$\frac{EF}{15} = \frac{10}{12}$$

$$EF = \frac{15 \times 10}{12} = \frac{150}{12} = 12{,}5\,cm$$

• حساب الطول EH :

$$\frac{8}{EH} = \frac{10}{12}$$

$$EH = \frac{8 \times 12}{10} = \frac{96}{10} = 9{,}6\,cm$$

• حساب الطول FG :

$$FG = EG - EF$$
$$= 15 - 12{,}5$$
$$= 2{,}5\,cm$$

حل التمرين (6):

تبيان أنّ المثلث DBE متساوي الساقين:

لكي نبين أنّ المثلث DBE متساوي الساقين يكفي إثبات أنّ المثلثين ECB و ADB متقايسان.

* المثلثان ECB و ADB متقايسان:

لدينا:

① $AB = BC$ (من المعطيات)

② $AD = CE$ (من المعطيات)

③ $B\hat{A}D = B\hat{C}E$ (بما أنّ $AB = BC$ فإنّ المثلث ABC متساوي الساقين إذاً $\hat{A} = \hat{C}$)

من ① و ② و ③ وحسب الحالة II لتقايس المثلثات فإنّ المثلثين ECB و ADB متقايسان.

← إذاً ضلعي المثلثين [BE] و [DB] متقايسان أي $BD = BE$ وعليه فإنّ المثلث DBE متساوي الساقين

حل التمرين (7):

1 ـ حساب النسبة $\frac{MN}{FG}$:

لدينا:

- N نقطة من [EG]
- M نقطة من [EF] (من الشكل)
- $(MN) \parallel (FG)$ (من المعطيات)

إذاً حسب نظرية طالس فإنّ:

$$\frac{EN}{EG} = \frac{MN}{FG} = \frac{EM}{EF}$$

$$\frac{MN}{FG} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

(0,4 هي نسبة وليس لها وحدة)

2 ـ حساب الطول FG:

$$\frac{1{,}5}{FG} = \frac{2}{5}$$

$$FG = \frac{5 \times 1{,}5}{2} = 3{,}75\,cm$$

التمرين (8):

أنشئ المثلث ABC القائم في A حيث: $AC = 3cm$ ؛ $AB = 4cm$

2- أنشئ (d) محور الضلع $[AB]$ يقطعه في O ويقطع الضلع $[BC]$ في النقطة M

- بين أن المثلثين OBM و AMO متقايسان.

التمرين (9):

ABC مثلث قائم في A منصف الزاوية $C\hat{B}A$ يقطع الضلع $[AC]$ في النقطة M.

$[NM]$ هو الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث MBC.

- أنشئ الشكل.
- بين أن المثلثين BMN و BMA متقايسان
- استنتج أن $BN = BA$ و $MN = MA$

وضعية إدماجية:

أراد زياد تمثيل فناء منزل عائلته لإنجاز بعض الحسابات وهو على شكل مثلث أبعاده كالتالي: $AB = 20m$ ، $AC = 30m$ ، $BC = 40m$.

1- أعط الأطوال بـ: cm ثم أرسم الشكل، (بحيث تمثل $5m$ في الحقيقة بـ $1cm$ في الرسم).

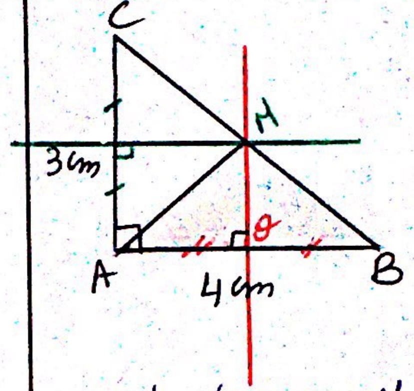
2- النقطة M تمثل النخلة حيث $AM = 10m$ عند ما يوازي ظلها (AB)، يقطع $[BC]$ في النقطة N.

3- أحسب الأطوال MN و BN.

- أراد زياد وضع نافورة بحيث لها نفس البعد عن رؤوس المثلث ABC على ضوء ما درست:
- بما تنصح زياد فعله لتحديد الموقع الأمثل للنافورة.

حل التمرين (8):

-1



2- نبين أن المثلثين OMB و AOM متقايسان:

لدينا:

① $OA = OB$ لأن (OM) هو محور القطعة $[AB]$

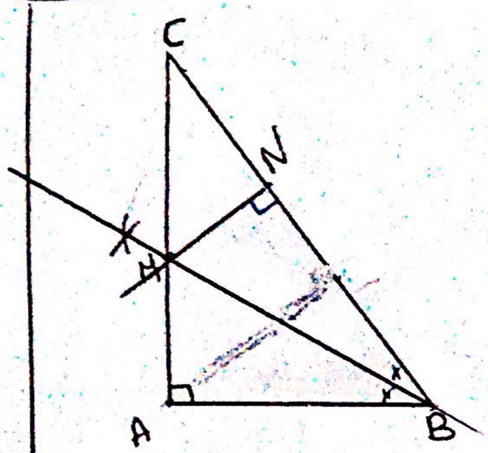
② $[OM]$ ضلع مشترك بين المثلثين MBO و MOA.

③ $MA = MB$ لأن M نقطة من محور الضلع $[AB]$ (فهي متساوية البعد من طرفيها)

من ① و ② و ③ وحسب الحالة III للتقايس المثلثات فإن: المثلثين MBO و AMO متساويين

حل التمرين (9):

-1



2- تبيان أن المثلثين HNB و AMB متقايسان:

لدينا:

MNB مثلث قائم في N ((MN) محور الضلع $[CB]$ فهو يعامده في النقطة N)

ABM مثلث قائم في A (من المعطيات) ومنه:

① $\hat{ABM} = \hat{NBM}$ ((MB) منصف للزاوية $\hat{ABN}$)

② $[MB]$ ضلع مشترك للمثلثين MNB و ABM

من ① و ② وحسب الحالة الخاصة للتقايس مثلثات فإن: المثلثين MNB و ABM متقايسان

3 - إستنتاج أنّ $BN = BA$ و $MN = MA$

بما أنّ المثلثين BMN و BMA متقايسان

أي جميع أضلاع المثلث BMN تقايس أضلاع المثلث BMA .

وعليه فإنّ : $BN = BA$ و $MN = MA$

حل الوضعية الإدماجية :

1 -

$1cm \longrightarrow 5m$

$? \longrightarrow 20m$

$AB = 20m = 4cm$

$1cm \longrightarrow 5m$

$? \longrightarrow 30m$

$AC = 30m = 6cm$

$1cm \longrightarrow 5m$

$? \longrightarrow 40m$

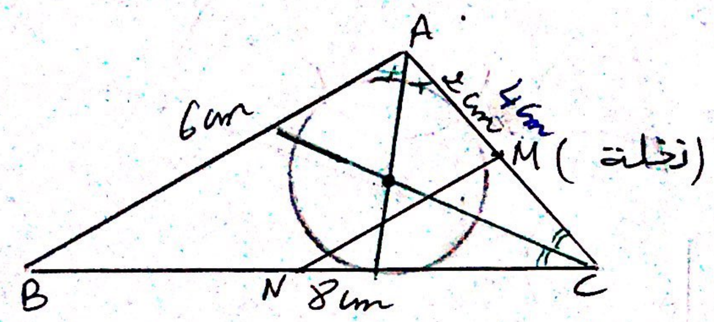
$BC = 40m = 8cm$

$1cm \longrightarrow 5m$

$? \longrightarrow 10m$

$AM = 10m = 2cm$

2 -



3 - حساب الأطوال MN و BN :

• $(AB) \parallel (MN)$

• M نقطة من $[AC]$

• N نقطة من $[BC]$.

ومنه حسب نظرية طالس فإنّ :

$$\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{CN}{8} = \frac{MN}{6}$$

التحويل

$$CN = \frac{8 \times 2}{4} = \frac{16}{4} = 4cm = 20m$$

$$MN = \frac{6 \times 2}{4} = \frac{12}{4} = 3cm = 15m$$

ومنه

$$BN = BC - NC = 8 - 4 = 4cm = 20m$$

4 - نقترح زياد بإنشاء منصفات أضلاع المثلث وإنشاء الدائرة المرسومة داخل المثلث .