تمارين الحسابات على الجذور التربيعية

تمرين 01:

انقل و أكمل ما يلي:

$$\sqrt{9} = ... \quad ; \quad 3^2 = ... \quad ; \quad \sqrt{121} = ... \quad ; \quad \sqrt{49} = ... \quad ; \quad \sqrt{36} =$$

$$\sqrt{10^8} = ... \quad ; \quad 10^8 = \left(10^{..}\right)^2 \quad ; \quad \sqrt{10^6} = ... \quad ; \quad \left(10^3\right)^2 = ...$$

تمرين 02:

من بين الأعداد الآتية اوجد منها التي تساوي 7 والتي تساوي (-7):

$$-\sqrt{(-7)^2} \quad , \quad \left(\sqrt{7}\right)^2 \quad , \quad \sqrt{49} \quad , \quad \sqrt{(-7)^2} \quad , \quad -\sqrt{49}$$

تمرين 03:

احسب واكتب النتائج على أبسط شكل ممكن لكل عدد من الأعداد التالية:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} \; ; \; B = \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{20}} \; ; \; C = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{500}} \; ; \; D = \sqrt{\frac{7}{63}}$$

$$E = \sqrt{\frac{50}{9}} \; ; \; F = 3 \times \sqrt{\frac{25}{144}} \; ; \; G = 4 \times \sqrt{\frac{1}{4}} \; ; \; H = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{64}{81}}$$

$$I = \frac{\sqrt{44}}{2} \; ; \; J = \sqrt{\frac{36}{5}} \times \sqrt{\frac{50}{9}} \; ; \; K = \sqrt{10^{-6}} \; ; \; L = \sqrt{10^{-18}}$$

تمرين 04:

انشر وبسط ما يلي:

$$A = \left(4 + 5\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2} - 3\right)\left(3\sqrt{2} + 5\right)$$

$$B = \left(3 + \sqrt{7}\right)^2 - 4\left(\sqrt{5} - 1\right)\left(\sqrt{5} + 1\right) - 6\sqrt{7}$$

تمرين05:

اكتب الأعداد التالية على الشكل $a\sqrt{b}$ ، حيث a , b عددان طبيعيان ، b أبسط عدد موجب ممكن:

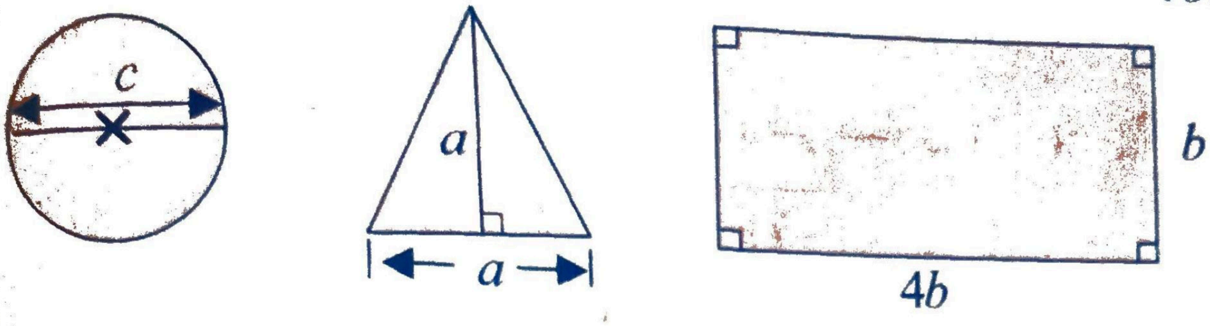
$: \sqrt{5}\times 3\times\sqrt{10}$; $B=\sqrt{\dfrac{36}{5}}\times\sqrt{\dfrac{50}{9}}$; $C=2\sqrt{5}+\sqrt{125}-6\sqrt{45}$

$=5\sqrt{27}+4\sqrt{3}-\sqrt{12}$; $E=\sqrt{1872}-\sqrt{325}+4\sqrt{52}$

$=\sqrt{180}+3\sqrt{20}-3\sqrt{125}$

تمرين 06:

احسب الأطوال a , b , c بحيث يكون للمثلث و القرص و المستطيل نفس الم
$:8cm^2$



تمرين 07:

اختار علي عدد أقل من 20 و أنقص منه 17 فتحصل على عدد x مربعه يساوي 16.

1) حل المعادلة : $x^2=16$.

2) ما هو العدد الذي اختاره علي ؟

تمرين 08:

نعتبر الأعداد: $x=1+\sqrt{2}$, $y=1-\sqrt{2}$, $z=3-\sqrt{2}$

نضع: $A=x+z-y$, $B=xyz$, $C=\dfrac{(x-z)}{y}$

1) بين أن : A , B يمكن كتابتهما على الشكل : $\left(a+b\sqrt{2}\right)$

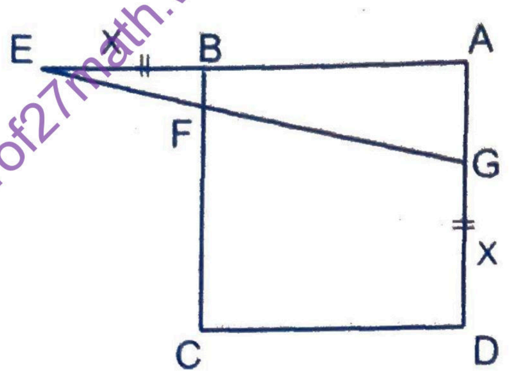
2) بين أن C عدد صحيح.

تمرين 09:

دون استعمال الآلة الحاسبة احسب:

$$\sqrt{57+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}}}}$$

تمرين 10:



$ABCD$ مربع طول ضلعه $10cm$

لتكن G نقطة من $[AD]$ ، E نقطة من نصف المستقيم $[AB)$

كما هو موضح في الشكل المقابل.

1) عبر عن AE ، AG بدلالة x

2) عبر عن EG بدلالة x

3) احسب EG من أجل : $x=0$; $x=10$

4) احسب EG من أجل : $x=2\sqrt{7}$

تمرين 11:

نعتبر الأعداد A , B , C حيث:

$$A=(3\sqrt{5}-6)(3\sqrt{5}+6)$$

$$B=(3\sqrt{7}+5)(2-\sqrt{7})-7$$

$$C=(\sqrt{2}+3)^2+(\sqrt{2}-3)^2$$

1) أحسب وبسط كل عدد من الأعداد السابقة.

2) حل المعادلات التالية:

$$(x+2)^2=4x+4 \quad , \quad x^2+10=3 \quad , \quad x^2-3=10$$

تمرين 12:

وحدة الطول هي cm ، وحدة المساحة هي cm^2

ABC مثلث قائم في A بحيث : $AB=3+\sqrt{7}$; $AC=3-\sqrt{7}$

احسب الطول BC

احسب مساحة المثلث ABC

تمرين 13:

ABC مثلث متقايس الأضلاع ، طول الضلع 4 cm ، AH الارتفاع المتعلق بالضلع [BC] .

1) ارسم الشكل.

2) بين أن H منتصف [BC] ، استنتج الطول BH .

3) احسب AH ، معطيا النتيجة على الشكل $a\sqrt{b}$.

تمرين 14:

1) احسب: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}+1$ ، $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$

2) استنتج أن العدد: $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ حل للمعادلة: $x^2 = x+1$

حلول تمارين الحسابات على الجذور

تمرين 01:

نقل و إكمال:

$\sqrt{36}=6$; $\sqrt{49}=7$; $\sqrt{121}=11$; $3^2=9$; $\sqrt{9}=3$; $\left(10^3\right)^2=10^{3\times2}=10^6$

$\sqrt{10^6}=\sqrt{\left(10^3\right)^2}=10^3$; $10^8=\left(10^4\right)^2$; $\sqrt{10^8}=\sqrt{\left(10^4\right)^2}=10^4$

تمرين 02:

الأعداد التي تساوي 7 هي:

$$\sqrt{(-7)^2}=7 \quad , \quad \sqrt{49}=7 \quad , \quad \left(\sqrt{7}\right)^2=7$$

الأعداد التي تساوي (-7) هي :

$$-\sqrt{49}=-7 \quad , \quad -\sqrt{(-7)^2}=-7$$

تمرين 03:

حساب وكتابة النتائج على أبسط شكل ممكن:

$C=\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{500}}=\sqrt{\frac{125}{500}}=\sqrt{\frac{25\times5}{100\times5}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$	$A=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$
$F=3\times\sqrt{\frac{25}{144}}=3\times\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{144}}=\frac{3\times5}{12}=\frac{5}{4}$	$B=\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{20}}=\sqrt{\frac{180}{20}}=\sqrt{9}=3$
$=\frac{\sqrt{44}}{2}=\frac{\sqrt{4\times11}}{2}=\frac{2\sqrt{11}}{2}=\sqrt{11}$	$D=\sqrt{\frac{7}{63}}=\sqrt{\frac{7}{7\times9}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$

$J=\sqrt{\frac{36}{5}}\times\sqrt{\frac{50}{9}}=\frac{6}{\sqrt{5}}\times\frac{5\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{10}$	$E=\sqrt{\frac{50}{9}}=\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{25\times 2}}{3}=\frac{5\sqrt{2}}{3}$
$H=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{64}{81}}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}}=\frac{1}{2}\times\frac{8}{9}=\frac{4}{9}$	$G=4\times\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{4\times\sqrt{1}}{\sqrt{4}}=\frac{4}{2}=2$
$L=\sqrt{10^{-18}}=\sqrt{\left(10^{-9}\right)^2}=10^{-9}=\frac{1}{10^9}$	$K=\sqrt{10^{-6}}=\sqrt{\left(10^{-3}\right)^2}=10^{-3}=\frac{1}{10^3}$

تمرين 04:

نشر وتبسيط العبارتين الجبريتين:

$$A=\left(4+5\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}-3\right)\left(3\sqrt{2}+5\right)$$

$$A=16+40\sqrt{2}+50+12+10\sqrt{2}-9\sqrt{2}-15$$

$$A=66+40\sqrt{2}-3+\sqrt{2}$$

$$A=63+41\sqrt{2}$$

$$B=\left(3+\sqrt{7}\right)^2-4\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)-6\sqrt{7}$$

$$B=9+6\sqrt{7}+7-4\left[\left(\sqrt{5}\right)^2-1\right]-6\sqrt{7}$$

$$B=16+6\sqrt{7}-4\times 4-6\sqrt{7}$$

$$B=16-16+6\sqrt{7}-6\sqrt{7}=0$$

تمرين 05:

كتابة الأعداد على الشكل $a\sqrt{b}$:

$A=15\sqrt{2}$ ، $B=2\sqrt{10}$ ، $C=-11\sqrt{5}$ ، $D=-13\sqrt{3}$

$$E=\sqrt{144\times 13}-\sqrt{25\times 13}+4\sqrt{4\times 13}$$

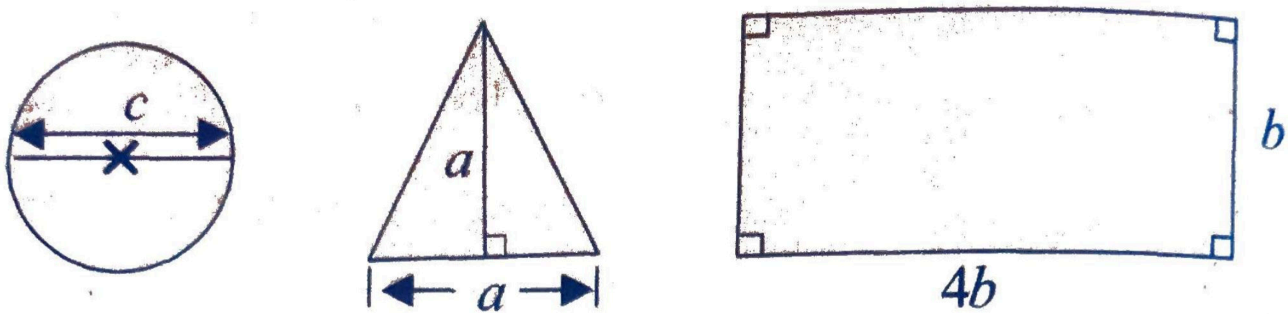
$$E=(12-5+8)\sqrt{13}=15\sqrt{13}$$

$$F=\sqrt{36\times 5}+3\sqrt{4\times 5}-3\sqrt{25\times 5}=-3\sqrt{5}$$

تمرين 06:

حساب الأطوال:

a , b , c بحيث يكون للمثلث والقرص والمستطيل نفس المساحة $8cm^2$:



لتكن A_1 ، A_2 ، A_3 مساحة المثلث ، القرص والمستطيل على التوالي :

$$A_1 = \frac{1}{2}a \times a = \frac{1}{2}a^2 \quad ، \quad A_2 = \pi \times c^2 \quad ، \quad A_3 = 4b^2$$

a , b , c أطوال فهي أعداد موجبة.

ومنه :

$$A_1 = \frac{1}{2}a^2 = 8$$
$$a^2 = 16$$
$$a = 4cm$$

،

$$A_2 = \pi \times c^2 = 8$$
$$c^2 = \frac{8}{\pi}$$
$$c = \sqrt{\frac{8}{\pi}}\ cm$$

،

$$A_3 = 4b^2 = 8$$
$$b^2 = 2$$
$$b = \sqrt{2}\ cm$$

تمرين 07:

اختار علي عدد أقل من 20 وأنقص منه 17 فتحصل على عدد x مربعه يساوي 6

1) حل المعادلة : $x^2 = 16$

للمعادلة $x^2 = 16$ حلين هما : $x = 4$ أو $x = -4$

2) ليكن a العدد الذي اختاره علي

لدينا: $x = a - 17$ (مع $x^2 = 16$).

ومنه: $a = 17 + x$

عندما يكون $x = 4$ نجد : $a = 21$

عندما يكون $x = -4$ نجد : $a = 13$

العدد الذي اختاره علي هو 13 (لأن $x < 20$)

تمرين 08:

1) كتابة A , B على الشكل $a + b\sqrt{2}$:

$$A = x + z - y = 1 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} = 3 + \sqrt{2}$$

$$B = xyz = \left(1 + \sqrt{2}\right)\left(1 - \sqrt{2}\right)\left(3 - \sqrt{2}\right)$$

$$B = [1 - \left(\sqrt{2}\right)^2](3 - \sqrt{2}) = -(3 - \sqrt{2}) = -3 + \sqrt{2}$$

2) نبين أن C عدد صحيح:

$$C = \frac{x - z}{y} = \frac{1 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$$

$$C = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = -2 \times \frac{\left(1 - \sqrt{2}\right)}{1 - \sqrt{2}} = -2$$

إذن : C عدد صحيح.

تمرين 09:

دون استعمال الآلة الحاسبة نحسب:

$$A=\sqrt{57+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}}}}$$

$$A=\sqrt{57+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+1}}}}}}}$$

$$A=\sqrt{57\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+2}}}}}}$$

$$A=\sqrt{57+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+3}}}}}$$

$$A=\sqrt{57+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{21+4}}}}$$

$$A=\sqrt{57+\sqrt{43+\sqrt{31+5}}}$$

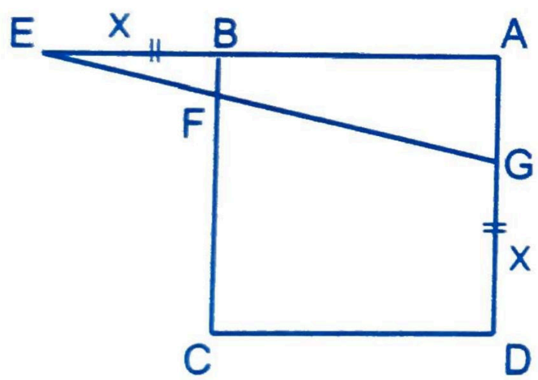
$$A=\sqrt{57+\sqrt{43+6}}$$

$$A=\sqrt{57+7}$$

$$A=\sqrt{64}$$

$$A=8$$

تمرين 10:



1) التعبير عن AE ، AG بدلالة x :

من الشكل لدينا:

$AE=10+x$ و $AG=10-x$

2) التعبير عن EG بدلالة x :

في المثلث القائم AGE ، وحسب نظرية فيثاغورث يكون:

$$EG^2=AE^2+AG^2=(10+x)^2+(10-x)^2$$

$$EG^2=100+20x+x^2+100-20x+x^2$$

$$EG^2=2x^2+200$$

$$EG=\sqrt{2x^2+200}$$

3) حساب EG من أجل $x=0$:

$$EG=\sqrt{2\times 0^2+200}=\sqrt{200}=\sqrt{100\times 2}=10\sqrt{2}$$

حساب EG من أجل $x=10$:

$$EG=\sqrt{2\times(10^2)+200}=\sqrt{2\times 10^2+2\times 10^2}$$

$$EG=\sqrt{4\times 10^2}=2\times 10=20$$

4) حساب EG من أجل $x=2\sqrt{7}$:

$$EG=\sqrt{2\times(2\sqrt{7})^2+200}=\sqrt{2\times 4\times 7+200}$$

$$EG=\sqrt{256}=\sqrt{16^2}=16$$

تمرين 11:

1) حساب وتبسيط الأعداد A , B , C :

$$A=(3\sqrt{5}-6)(3\sqrt{5}+6)=(3\sqrt{5})^2-6^2=45-36=9$$

$$B=6\sqrt{7}-3\sqrt{7}+10-5\sqrt{7}-7=3-2\sqrt{7}$$

$$C=(\sqrt{2})^2+6\sqrt{2}+9+(\sqrt{2})^2-6\sqrt{2}+9=22$$

2) حل المعادلات:

أ)

$$x^2-3=10$$

$$x^2=13$$

$x=\sqrt{13}$ أو $x=-\sqrt{13}$

ب)

$$x^2+10=3$$

$$x^2=-7...(1)$$

المعادلة (1) لا تقبل حلول لأن : $-7<0$

ج)

$$(x+2)^2=4x+4$$

$$x^2+4x+4=4x+4$$

$$x^2=0$$

$$x=0$$

تمرين 12:

$AC = 3 - \sqrt{7}$; $AB = 3 + \sqrt{7}$

1) حساب الطول BC:

المثلث ABC قائم في A ، حسب نظرية فيثاغورث نجد:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = (3+\sqrt{7})^2 + (3-\sqrt{7})^2$

$BC^2 = 9 + 6\sqrt{7} + 7 + 9 - 6\sqrt{7} + 7$

$BC^2 = 32$

$BC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \ \ cm$

2) حساب مساحة المثلث ABC :

لتكن S مساحة المثلث ABC ، ومنه:

$$S = \frac{AB \times AC}{2}$$

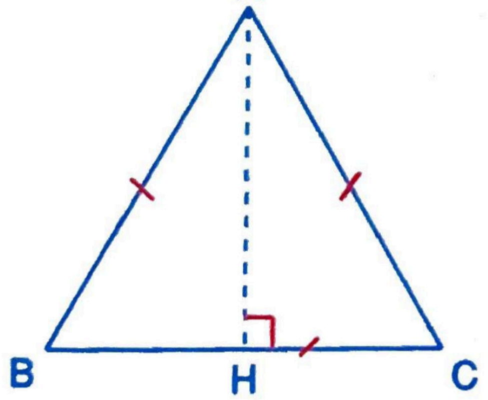
$$S = \frac{\left(3+\sqrt{7}\right)\times\left(3-\sqrt{7}\right)}{2}$$

$$S = \frac{9-7}{2}$$

$$S = \frac{2}{2} = 1 \ \ cm^2$$

تمرين 13:

1) أنظر الشكل المقابل.



2) نبين أن H منتصف [BC]:

بما أن المثلث ABC متقايس الأضلاع فإن الارتفاع AH هومحور للقطعة [BC] ويقطعها في H .

ومنه : H منتصف [BC] .

من السؤال السابق نستنتج أن :

$$BH = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2cm$$

3) حساب AH :

المثلث ABH قائم في H، حسب نظرية فيثاغورث نجد:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 4^2 - 2^2$$

$$AH^2 = 12$$

$$AH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}\ cm$$

التمرين 14:

1) حساب : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}+1$ ، $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}$$

$$= \frac{6+2\sqrt{5}}{4}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \ldots(2)$$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}+1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \ldots(1)$$

2) بوضع $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$:

حسب (1) يكون : $x+1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \ldots(3)$

حسب (2) يكون : $x^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \ldots(4)$

من (3) و (4) نستنتج أن: $x^2 = x+1$

إذن العدد $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ حل للمعادلة $x^2 = x+1$.

العدد $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ يسمى العدد لذهبي