تطبيق 1

1) بيّن ان الجداء $(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$ عدد ناطق

2) إجعل مقام النسبة $\frac{2}{3+\sqrt{3}}$ ناطقا

الحل

1) الجداء $(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$ من الشكل $(a+b)(a-b)$ و الذي يساوي a^2-b^2
حيث $a=3$ و $b=\sqrt{3}$ إذن $(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})=3^2-(\sqrt{3})^2=9-3=6$

2) نكتب $\frac{2}{3+\sqrt{3}}=2\times\frac{1}{3+\sqrt{3}}$

و من السؤال (1) لدينا $\frac{6}{3+\sqrt{3}}=3-\sqrt{3}$ و بالقسمة على 6 نجد $\frac{1}{3+\sqrt{3}}=\frac{3-\sqrt{3}}{6}$

إذن $\frac{2}{3+\sqrt{3}}=2\times\left(\frac{3-\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

طريقة أخرى

إذا كانت نسبة مقامها من الشكل $a+\sqrt{b}$ فإن لجعل مقام هذه النسبة ناطقا نضرب ونقسم النسبة في مرافق $a+\sqrt{b}$ و مرافق العبارة $a+\sqrt{b}$ هو $a-\sqrt{b}$ و العكس صحيح

إذن مرافق $3+\sqrt{3}$ هو $3-\sqrt{3}$ و عليه

$$\frac{2}{3+\sqrt{3}}=\frac{2}{3+\sqrt{3}}\times\frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{2(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2(3-\sqrt{3})}{3^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2(3-\sqrt{3})}{9-3}=\frac{2(3-\sqrt{3})}{6}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$$

تطبيق 2

A عبارة جبرية بحيث $A=(3x-1)(x+2)-(2x+1)^2$

1) انشر ثم بسط العبارة A

2) احسب قيمة A من اجل $x=\sqrt{2}$ و $x=-2+\sqrt{2}$

الحل

1) $(3x-1)(x+2)=(3x)(x)+3x\times 2-x-2 \quad =3x^2+6x-x-2 \quad =3x^2+5x-2$

$(2x+1)^2$ من الشكل $(a+b)^2$ مع $a=2x$ و $b=1$ إذن

و عليه $(2x+1)^2=(2x)^2+2(2x)(1)+1 \quad =4x^2+4x+1$

$A=(3x^2+5x-2)-(4x^2+4x+1)=3x^2+5x-2-4x^2-4x-1$

$=(3x^2-4x^2)+(5x-4x)+(-2-1)=(3-4)x^2+(5-4)x-3 \quad =-x^2+x-3$

2) حساب قيمة A من اجل $x=\sqrt{2}$

$A=-(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}-3=-2+\sqrt{2}-3=-5+\sqrt{2}$

حساب قيمة A من اجل $x=-2+\sqrt{2}$

$A=-(-2+\sqrt{2})^2+(-2+\sqrt{2})-3 \quad =-\left[(-2)^2+2(-2)(\sqrt{2})+(\sqrt{2})^2\right]-2+\sqrt{2}-3$

$=-(4-4\sqrt{2}+2)-5+\sqrt{2} \quad =-11+5\sqrt{2}$

تطبيق 3

A و B عددان ناطقان بحيث $A=\sqrt{52-14\sqrt{3}}$ و $B=7-\sqrt{3}$

احسب A^2 و B^2 ثم قارن بين A و B.

الحل

$A^2=\left(\sqrt{52-14\sqrt{3}}\right)^2=52-14\sqrt{3}$.....(1)

$B^2=(7-\sqrt{3})^2=7^2-2(7)(\sqrt{3})+(\sqrt{3})^2 \quad =49-14\sqrt{3}+3 \quad =52-14\sqrt{3}$ .....(2)

من (1) و (2) نستنتج ان $A^2=B^2$ و عليه $A=B$ او $A=-B$

و بما ان A و B إشارتاهما موجبتان فإن $A=B$

تطبيق 4

تحقق ان العبارتين A و B متساويتان في كل حالة من الحالات الآتية

1) $A=6(1+2x)-34$ و $B=3(4x-10)+2$

2) $A=9x^2-\frac{16}{25}$ و $B=\left(3x+\frac{4}{5}\right)\left(3x-\frac{4}{5}\right)$

3) $A=(2x-1)(8x+4)$ و $B=4(4x^2-1)$

الحل

1) $A=6(1+2x)-34=6+12x-34 \quad =12x-28$.....(1)

$B=3(4x-10)+2=12x-30+2=12x-28$.....(2)

من (1) و (2) نستنتج ان $A=B$

2) $A=9x^2-\frac{16}{25}=(3x)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\left(3x-\frac{4}{5}\right)\left(3x+\frac{4}{5}\right)=B$

3) $A=(2x-1)(8x+4)=(2x-1)(4)(2x+1)=4(2x-1)(2x+1)=4\left[(2x)^2-1^2\right]=4\left[4x^2-1\right]=B$

تطبيق 5

حلل العبارات الجبرية التالية

1) $2x^2+4x$ ، 2) $(2x-5)(2x+1)-3(2x+1)$ ، 3) $2xy+4x+3x^2$

4) $\frac{6}{7}x^2-\frac{9}{7}x$ ، 5) $\frac{5}{3}x^2y+\frac{2}{3}yx^2$ ، 6) $5x^2+4\sqrt{5}x+4$

الحل

1) $2x^2+4x=2x(x)+2(2x)=2x(x+2)$

2) $(2x-5)(2x+1)-3(2x+1)=(2x+1)[2x-5-3]=(2x+1)(2x-8)$

3) $2xy+4x+3x^2=x[2y+2+3x]$

4) $\frac{6}{7}x^2-\frac{9}{7}x=\frac{2\times3}{7}\times x\times x-\frac{3\times3}{7}\times x=\left(\frac{3}{7}x\right)(2x)-\left(\frac{3}{7}x\right)(3)=\left(\frac{3}{7}x\right)(2x-3)$

5) $\frac{5}{3}x^2y+\frac{2}{3}yx^2=\left(\frac{1}{3}xy\right)(5x)+\left(\frac{1}{3}xy\right)(2y)=\left(\frac{1}{3}xy\right)(5x+2y)$

6) $5x^2+4\sqrt{5}x+4=\left(\sqrt{5}x\right)^2+2\left(\sqrt{5}x\right)(2)+2^2=\left(\sqrt{5}x+2\right)^2$

تطبيق 6

اتمم الفراغات في كل ما يلي

1) $x^2+2(3x)+9=(\ldots\ldots+\ldots\ldots)^2$

2) $9x^2+42x+49=(\ldots.)^2+2(\ldots.)(\ldots.)+(\ldots.)^2=(\ldots\ldots+\ldots\ldots)^2$

3) $2x^2-7=(\ldots.)^2-(\ldots.)^2=(\ldots\ldots+\ldots\ldots)(\ldots\ldots-\ldots\ldots)$

الحل

1) $x^2+2(3x)+9=(x+3)^2$

2) $9x^2+42x+49=(3x)^2+2(3x)(7)+7^2=(3x+7)^2$

3) $2x^2-7=\left(\sqrt{2}x\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2=\left(\sqrt{2}x+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}x-\sqrt{7}\right)$

تطبيق 7

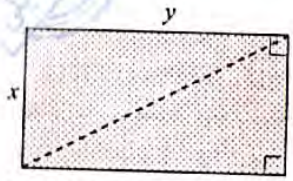
مستطيل بعداه x و y و محيطه $14\ cm$ و مساحته $12\ cm^2$

1) احسب $(x+y)^2$

2) بين ان $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ ثم استنتج قيمة x^2+y^2

3) استنتج طول قطر هذا المستطيل.

الحل



1) محيط المستطيل الذي بعداه x و y هو $P=2(x+y)$
يعني $2(x+y)=14$ و منه $x+y=7$ $P=16$

2) $(x+y)^2=7^2=49$
$(x+y)^2-2xy=[x^2+2xy+y^2]-2xy=x^2+y^2$
إذن $x^2+y^2=49-2S$
حيث S هي مساحة المستطيل الذي بعداه x و y
إذن $x^2+y^2=49-2\times 12=25$
قيمة القطر هي $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{25}=5cm$

تطبيق 8

A عبارة جبرية حيث $A=(2x-5)^2-(-5x-5)(x-5)$

1) انشر $(2x-5)^2$ و $(-5x-5)(x-5)$

2) بين أن $A=(3x)^2$

3) أوجد قيم x بحيث $A=25$

الحل

1) $(2x-5)^2=(2x)^2+2(2x)(-5)+(-5)^2$
$=2^2\times x^2+4x\times(-5)+25=4x^2-20x+25$
$(-5x-5)(x-5)=(-5x)(x)+(-5x)(-5)-5(x)+(-5)(-5)$
$=-5x^2+25x-5x+25=-5x^2+20x+25$

2) $A=(2x-5)^2-(-5x-5)(x-5)$
$=(4x^2-20x+25)-(-5x^2+20x+25)$
$=4x^2-20x+25+5x^2-20x-25$
$=(4x^2+5x^2)+(20x-20x)+(25-25)$
$=9x^2=(3x)^2$

3) $A=25$ تعني $(3x)^2=25$ و منه $3x=5$ أو $3x=-5$
أي $x=\frac{5}{3}$ أو $x=-\frac{5}{3}$
و بالتالي قيم x المطلوبة هي $\frac{5}{3}$ و $-\frac{5}{3}$

تطبيق 9

1) انشر ثم بسط العبارة A حيث $A=(x+3)^2-(x+2)(x-3)$

2) إعتمادا على السؤال الأول احسب $(1003)^2-1002\times 997$

الحل

1) $A=(x+3)^2-(x+2)(x-3)=x^2+2(x)(3)+3^2-(x^2-3x+2x-6)$
$=x^2+6x+9-(x^2-x-6)=x^2+6x+9-x^2+x+6=7x+15$

2) بوضع $x=1000$ في العبارة A نجد
$A=(1000+3)^2-(1000+2)(1000-3)$
$=10003^2-1002\times997 \quad =7\times1000+15 \quad =7000+15=7015$

تحليق 10

فلاح لديه قطعة ارض مستطيلة الشكل عرضها $6xm$ و طولها $(11x+10)m$
اراد ان يبني منزلين لهما نفس المساحة و يترك مساحة مخصصة لغرس الأشجار.

1) اعط عبارة المساحة S المخصصة لغرس الأشجار بدلالة x علما ان بعدا قاعدة المنزل هما x و $x+4$
2) انشر العبارة S
3) حلل العبارة S
4) احسب S من اجل $x=10$

الحل

1) مساحة الأرض هي S_T حيث $S_T=6x(11x+10)m^2$
مساحة المنزل هي $S_M=x(x+4)$
إذن مساحة المنزلين هي $2S_M=2x(x+4)$
المساحة المخصصة لغرس الأشجار هي S حيث $S=S_T-2S_M=6x(11x+10)-2x(x+4)$

2) ننشر العبارة S
$S=6x(11x+10)-2x(x+4)=(6x)(11x)+60x-2x^2-8x$
$=(66x^2-2x^2)+60x-8x=64x^2+52x$

3) تحليل العبارة S
$S=6x(11x+10)-2x(x+4)=3(2x)(11x+10)-2x(x+4)$
$=2x(33x+30-x-4)=2x(32x+26)$
$=2x\times2(16x+13)=4x(16x+13)$

4) من اجل $x=10$ نجد
$S=4\times10(16\times10+13)$
$=40(160+13)=40\times173$
$=6920m^2$

تمارين و مسائل

٦

1

نعتبر العبارات الجبرية التالية

$$A=\frac{3}{5}x\left(x-\frac{15}{4}\right)\quad ،\quad B=\frac{9}{4}x\left(\frac{4}{15}x-1\right)\quad ،\quad C=\frac{1}{5}\left(3x^2-3\right)-3\left(\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}\right)$$

انشر ثم بسط كل عبارة من العبارات السابقة ـ مادا تستنتج؟

2

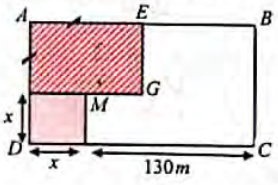
انشر ثم بسط كل عبارة من العبارات التالية

أ) $\left(x+\frac{3}{5}\right)(3x+2)$ ؛ ب) $\left(\frac{1}{5}x+1\right)\left(2x-\frac{1}{3}\right)$ ،

جـ) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(2x-\frac{1}{3}\right)+2\left(x-\frac{1}{2}\right)$ ، د) $(a-2)\left(\frac{2}{3}a+3\right)$

هـ) $5(x+2)+2(3x-5)$ ، و) $\frac{1}{2}(4t-2)+2(3t+1)$

3



حقل على شكل مستطيل $ABCD$

E و F نقطتين من $[AB]$ و $[AD]$

على الترتيب بحيث $AF=AE=30\text{ m}$

و $FMND$ مربع طول ضلعه x حيث $x\langle 30$

A المساحة ب m^2 للحيز $EBCNMG$

1) احسب A من اجل $x=10$ ، $x=20$ ، $x=30$

2) أ) اوجد طريقتين مختلفتين للتعبير عن A بدلالة x

ب) انشر ثم بسط كل عبارة من العبارتين التي وجدتهما.

4

انشر ثم بسط العبارات التالية

$$A=(2x-5)^2+(x-3)(x+1)$$
$$B=-4(t+1)^2+(3t+2)^2$$
$$C=2x(x+3)-(x+4)^2$$
$$D=3(x+1)^2-2(x+1)+4x^2$$
$$E=\left(6x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(8x+\frac{1}{4}\right)$$

6

E عبارة جبرية حيث $E=(3x-1)(x+2)+(3x-1)(2x-3)$

1) عين العامل المشترك للجداءين $(3x-1)(x+2)$ و $(3x-1)(2x-3)$

2) انقل ثم أكمل مايلي $E=(3x-1)[(.....)+(.....)]$

3) أحسب E من أجل $x=2$ و $x=\frac{1}{3}$

7

A عبارة جبرية حيث

$A=(3x+1)(2x-1)+(3x+1)(5x-3)+4$

1) أنشر ثم بسط العبارة A

2) حلل A إلى جداء عوامل

3) باختيار الصيغة الأنسب لـ A

أحسب A من أجل $x=0$ ، $x=-\frac{1}{3}$ ، $x=\frac{5}{2}$

8

انقل ثم أكمل الفراغات في كل مما يلي

أ) $(x+...)^2=...+10x+...$ ،

ب) $(...-...)^2=9x^2+...+25$

جـ) $(6x-...)(...+...)=...-25$

9

1) أنشر ثم بسط العبارة A حيث

$A=(x+4)(x+8)$

2) حلل العبارة B حيث $B=(x+6)^2-4$

3) ABC مثلث قائم في A ، x عدد حقيقي موجب ، حيث $BC=x+6$ و $AB=2$

أعط شكلا يوضح المعطيات ثم بين أن $AC^2=x^2+12x+32$

10

1) أ) أنشر ثم بسط العبارة التالية

$(x-5)^2-(x-4)(x-7)$

ب) استنتج بدون استعمال الآلة الحاسبة $9995^2-9997.9993$

2) بدون استعمال الآلة الحاسبة أحسب $125120^2-125121.125.118$

11

نعتبر العبارة $A=(2x+1)^2-(x-3)(2x+1)$

1) أنشر ثم بسط العبارة A

2) حلل A إلى جداء عوامل

3) أحسب A من أجل $x=-\frac{1}{2}$

12

1) أ) أنشر ثم بسط العبارة $D=(2x+5)(3x-1)$

ب) أنشر ثم بسط العبارة $E=(x-1)^2+x^2+(x+1)^2$

جـ) أوجد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية بحيث مجموع مربعاتها يساوي 4802

2) أ) حلل العبارة $F=(x+3)^2-(2x+1)(x+3)$

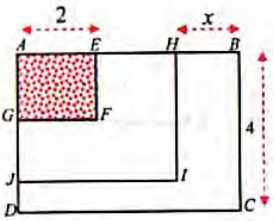
ب) حلل العبارة $G=4x^2-100$

ج) عين عدد طبيعي بحيث مربع ضعفه يساوي 100

11

1) في الشكل المجاور $AEFG$ ، $AHIJ$ و $ABCD$ مربعات

احسب AH بدلالة x ثم استنتج مساحة $AHIJ$ ثم حدد من بين العبارات الثلاثة التالية تلك التي تمثل مساحة الجزء الملون



$M=(4-x)^2-2^2$

$N=(4-x-2)^2$

$P=(4^2-x^2-2^2)$

2) انشر ثم بسط $Q=(4-x)^2-4$

3) حلل Q إلى جداء عوامل

4) احسب Q من أجل $x=2$ ماذا تمثل هذه النتيجة على الشكل

12

1) باستعمال الآلة الحاسبة احسب مايلي

أ) $49^2-48^2-46^2+47^2$

ب) $73^2-72^2-70^2+71^2$

ج) $121^2-120^2-145^2+144^2$

2) أ) اقترح عبارة من نفس الشكل 1) ثم احسبها.

ب) ما هي العلاقة العامة التي يمكن تطبيقها في الحسابات السابقة.

13

1) أ) تحقق من صحة كل مساواة من المساويات التالية

$2.3.4+4=3^2$

$3.4.5+4=4^2$

$4.5.6+5=5^2$

ب) أعط بدون حساب قيمة $49.50.51+50$ ثم تحقق بالآلة الحاسبة.

جـ) ماهي العلاقة التي يمكن استخراجها من الحسابات السابقة.

2) برهن على صحة العلاقة التي وجدتها في السؤال (1- جـ) ثم برهن على صحة هذه العلاقة.