تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

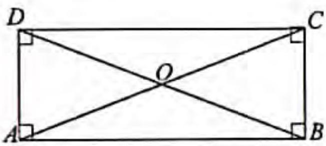
$ABCD$ مستطيل مركزه النقطة O

1) اشرح لماذا $\vec{AO}=\vec{OC}$ ؟

2) انقل ثم أكمل مايلي

$\vec{DO}=......$ ، $\vec{CO}=......$ ، $\vec{BO}=......$

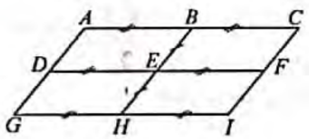
الحل



1) $\vec{AO}=\vec{OC}$ لأن مركز المستطيل $ABCD$ هو منتصف القطعة $[AC]$

2) $\vec{DO}=\vec{OB}$ ، $\vec{CO}=\vec{OA}$ ، $\vec{BO}=\vec{OD}$

تطبيق 2



على هذا الشكل توجد قطع مستقيمة لها نفس الطول.

1) عين متوازيات اضلاع من هذا الشكل

2) انقل ثم أكمل الجمل التالية

C هي صورة .... بالانسحاب الذي يحول G إلى I

.... هي صورة E بالانسحاب الذي يحول G إلى H

الحل

1) $ABED$ ، $ABHG$ ، $DEHG$
$BCFE$ ، $EFIH$ ، $BCIH$
$ACFD$ ، $DFIG$ ، $ACIG$

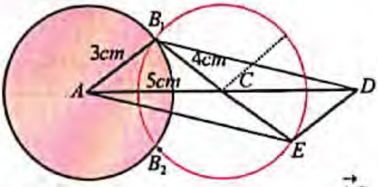
2) C هي صورة A بالانسحاب الذي يحول G إلى I
F هي صورة E بالانسحاب الذي يحول G إلى H

تطبيق 3

1) انشئ مثلث ABC بحيث $AB=3cm$ و $AC=5cm$ و $BC=4cm$
2) انشئ النقطة D بحيث $\vec{CD}=\vec{AC}$ ثم النقطة E نظيرة B بالنسبة الى C
3) ماهي طبيعة الرباعي $ABDE$ ؟ مبررا إجابتك

الحل

1) نرسم قطعة $[AC]$ مستقيمة طولها $5cm$ نرسم دائرة مركزها A وطول نصف قطرها 3 نرسم دائرة مركزها C وطول نصف قطرها 4 تقطع الدائرة الأولى في نقطتين B_1 و B_2 عندئذ يكون $AB_1=AB_2=3cm$ و $CB_1=CB_2=4cm$
إذن $B=B_1$ أو $B=B_2$

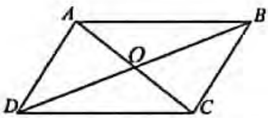


2) $\vec{CD}=\vec{AC}$
النقطة D هي صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$

3) تعيين طبيعة الرباعي $ABDE$
- بما ان D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$ فإن C منتصف القطعة $[AD]$
- بما ان E نظيرة B بالنسبة الى C فإن C منتصف $[BE]$
إذن القطران $[BE]$ و $[AD]$ في الرباعي $ABDE$ لهما نفس المنتصف
إذن الرباعي $ABDE$ متوازي اضلاع

تطبيق 4

$ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه النقطة O
انقل ثم اكمل مايلي
$\vec{AB}=......$ ، $\vec{AD}=......$ ، $\vec{AO}=......$
$\vec{OB}=......$ $\vec{OC}=......$ ، $\vec{OD}=......$



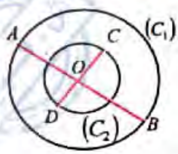
الحل

$\vec{AB}=\vec{DC}$ ، $\vec{AD}=\vec{BC}$ ، $\vec{AO}=\vec{OC}$ ، $\vec{OB}=\vec{DO}$ ، $\vec{OC}=\vec{AO}$ ، $\vec{OD}=\vec{BO}$

تطبيق 5

(C_1) و (C_2) دائرتان متمركزتان في النقطة O (لهما نفس المركز)
بحيث $[AB]$ قطر (C_1) و $[CD]$ قطر (C_2)
- برهن أن $\vec{AC}=\vec{DB}$ ثم $\vec{DA}=\vec{BC}$

الحل

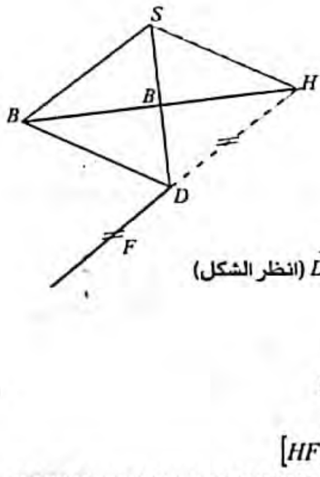


- $[AB]$ قطر للدائرة (C_1) و O مركزها
إذن O منتصف القطعة $[AB]$
- $[CD]$ قطر للدائرة (C_2) و O مركزها
إذن O منتصف القطعة $[CD]$
إذن القطران $[AB]$ و $[CD]$ لهما نفس المنتصف و عليه الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع
إذن $\vec{AC}=\vec{DB}$ و $\vec{DA}=\vec{BC}$

تطبيق 6

BSD مثلث و I منتصف القطعة $[SD]$ و H نظيرة B بالنسبة إلى I
1) ارسم الشكل ثم بين ان $\vec{HD}=\vec{SB}$
2) انشئ النقطة F صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{SB}$
3) برهن ان النقطة D هي منتصف القطعة $[HF]$

الحل



1) بما ان H نظيرة B بالنسبة إلى I
فإن I منتصف $[BH]$
إذن
القطران $[BH]$ و $[SD]$ لهما نفس المنتصف
و عليه فالرباعي $BSHD$ متوازي الأضلاع
إذن $\vec{HD}=\vec{SB}$

2) F صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{SB}$ يعني ان $\vec{DF}=\vec{SB}$ (انظر الشكل)

3) إثبات ان النقطة D هي منتصف القطعة $[HF]$
لدينا $\vec{DF}=\vec{SB}$ .... (1)
$\vec{HD}=\vec{SB}$ .... (2) (لأن $SHDB$ متوازي الأضلاع)
من (1) و (2) نجد $\vec{DF}=\vec{HD}$ .... (3)
من المساواة (3) نستنتج ان النقطة D هي منتصف القطعة $[HF]$

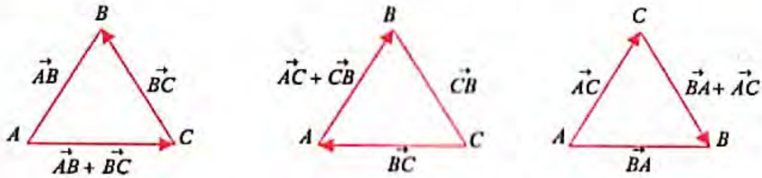
تطبيق 7

ABC مثلث كيفي
1) مثل مجموع الشعاعين في كل حالة من الحالات التالية
$\vec{AB}+\vec{BC}$ ، $\vec{AC}+\vec{CB}$ ، $\vec{BA}+\vec{AC}$

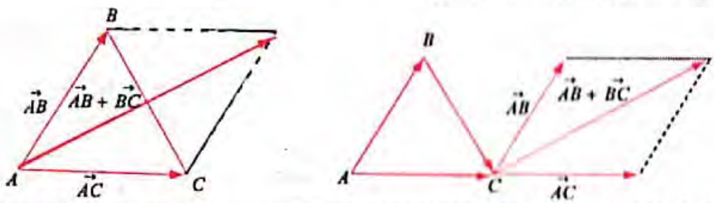
2) مثل انطلاقا من النقطة A ممثل الشعاع $\vec{AB}+\vec{AC}$ ثم انطلاقا من النقطة C .

الحل

1) $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$ ، $\vec{AC}+\vec{CB}=\vec{AB}$ ، $\vec{BA}+\vec{AC}=\vec{BC}$



2) لتمثيل ممثل الشعاع $\vec{AB}+\vec{AC}$ انطلاقا من النقطة A نستعمل قاعدة متوازي الأضلاع ننشئ ممثلا للشعاع $\vec{AB}$ من النقطة C ، ثم ممثلا للشعاع $\vec{AC}$ من النقطة C و بعد ذلك نطبق قاعدة متوازي الأضلاع



تطبيق 8

في كل حالة من الحالات الآتية املأ الفراغات بحيث تكون المساواة صحيحة

ا) $\vec{IJ}+......=\vec{IE}$ ب) $........+\vec{CA}=\vec{RA}$

ج) $........+\vec{AB}=\vec{AS}$ د) $\vec{AB}+......=\vec{O}$

الحل

ا) $\vec{IJ}+\vec{JE}=\vec{IE}$ (علاقة شال)

ب) $\vec{RC}+\vec{CA}=\vec{RA}$

ج) $\vec{BS}+\vec{AB}=\vec{AS}$ لأن

$\vec{BS}+\vec{AB}=\vec{AB}+\vec{AS}=\vec{AS}$ (علاقة شال)

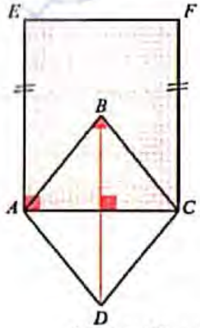
د) $\vec{AB}+\vec{BA}=\vec{O}$ (الشعاعان المتعاكسان)

تطبيق 9

الشكل $ABCD$ معين

E و F صورتان على التوالي للنقطتين A و C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DB}$

- ما هي طبيعة الرباعي $AEFC$ ؟



الحل

بما ان E و F صور A و C على التوالي بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DB}$ فإن

$\vec{AE}=\vec{DB}$ و $\vec{CF}=\vec{DB}$

و منه نستنتج

$\vec{AE}=\vec{CF}$

إذن الرباعي $AEFC$ متوازي اضلاع

بما ان المستقيم (AE) عمودي على (AC)

و (CF) عمودي على (AC) فإن $\hat{A}=\hat{C}=90°$

إذن الرباعي $AEFC$ مستطيل. (غير ممكن ان يكون مربع لأن $AE=DB$ و $DB \neq AC$)

تطبيق 10

(γ) دائرة مركزها النقطة O و قطرها $[BC]$ ، A نقطة من الدائرة .

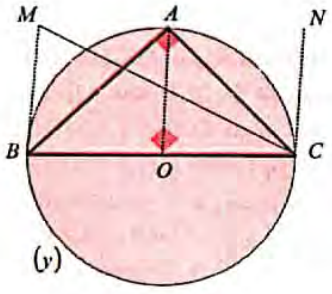
1) ماهي طبيعة المثلث ABC ؟

2) ا) انشئ النقطة M بحيث $\vec{CM}=\vec{CO}+\vec{CA}$

ب) انشئ النقطة N بحيث $\vec{ON}=\vec{OA}+\vec{OC}$

3) ا) برهن ان النقطة A منتصف $[MN]$

ب) برهن ان المثلث MON قائم



الحل

1) المثلث الذي رؤوسه تقع على دائرة و بحيث أحد اضلاعه قطرا لهذه الدائرة يكون قائما و منه المثلث ABC قائم في A

2) ا) لتمثيل الشعاع $\vec{CO}+\vec{CA}$ نستعمل قاعدة متوازي الأضلاع

ب) لتمثيل الشعاع $\vec{OA}+\vec{OC}$ نستعمل قاعدة متوازي الأضلاع. (انظر الشكل)

3) ا) إثبات ان النقطة A منتصف $[MN]$

بما ان $MAOB$ متوازي الأضلاع فإن (1) .... $\vec{MA}=\vec{BO}$

بما ان $ANCO$ متوازي الأضلاع فإن (2) .... $\vec{AN}=\vec{OC}$

بما ان $[BC]$ قطرا للدائرة التي مركزها O فإن (3) .... $\vec{BO}=\vec{OC}$

من (1) و (2) و (3) نجد

$\vec{MA}=\vec{AN}$ و هذه المساواة تعني ان A منتصف القطعة $[MN]$

ب) إثبات ان المثلث MON قائم

بما ان $(AB)\perp(AC)$ و $(AC)//(MO)$ و $(AB)//(NO)$

فإن $(NO)\perp(MO)$ و عليه المثلث MON قائم في O

تطبيق 11

$ABCD$ متوازي الأضلاع و النقطة O مركزا له ،(BC) و(AC) مستقيمان متعامدان فيه .

1) أرسم الدائرة التي تشمل النقط O ، B ، C محددا مركزها I .

2) أنشئ النقطتين M و P بحيث $\vec{OM}=\vec{OB}+\vec{OC}$ و $\vec{BP}=\vec{BC}+\vec{OD}$

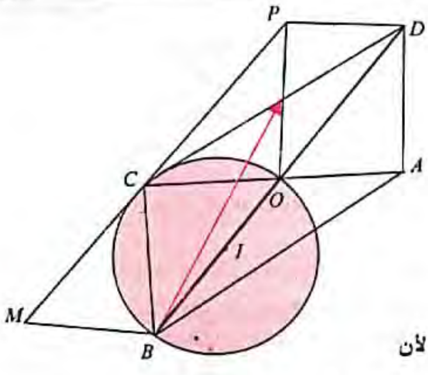
3) باستعمال الانسحابات

أ) بأي انسحاب تكون O صورتها C و B صورتها M ؟

ب) برهن بهذا الانسحاب ان النقطة D صورتها P

ج) بين أن النقط P ، C ، M على استقامة واحدة

الحل



1) بما أن وتر المثلث BCO هو قطرا للدائرة فإن مركز الدائرة هو منتصف القطعة $[OB]$

2) لتمثيل الشعاع $\vec{OB}+\vec{OC}$ نستعمل قاعدة متوازي الأضلاع ، نفس الشيء بالنسبة إلى الشعاع $\vec{BC}+\vec{OD}$

3) أ) الانسحاب الذي يحول النقطة O إلى C و يحول النقطة B إلى M شعاعه هو $\vec{AO}$ لأن $\vec{AO}=\vec{OC}$ و $COBM$ متوازي اضلاع

ب) بما ان الرباعي $CPDO$ متوازي اضلاع فإن $\vec{DP}=\vec{OC}$ و بما ان $\vec{AO}=\vec{OC}$ فإن $\vec{DP}=\vec{AO}$ إذن P هي صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AO}$

ج) إثبات ان النقط P ، C ، M في استقامة واحدة

بما أن $\vec{CM}=\vec{OB}$ و $\vec{CP}=\vec{BC}$ فإن $\vec{CM}=-\vec{CP}$

المساواة $\vec{CM}=-\vec{CP}$ تعني ان C منتصف $[MP]$

إذن النقط P ، C ، M تقع على استقامة واحدة

تطبيق 12

$ABCD$ شكل مستطيل بحيث $AB = 3cm$ و $BC = 1{,}2cm$

E نقطة من القطعة $[AB]$ بحيث $EB = 0{,}6cm$ و F منتصف القطعة $[DC]$

1) احسب القيمة المضبوطة لـ EC و DE

اشرح لماذا $EC = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ و $DE = \dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

2) ما هي طبيعة المثلث CDE ؟ برر إجابتك

3) G هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FC}$

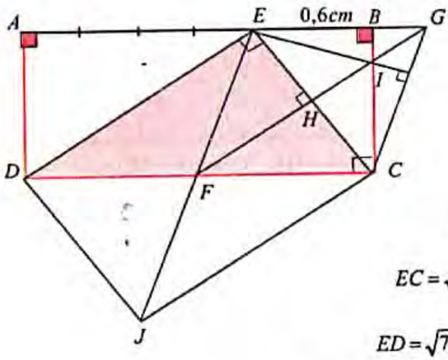
ما هي طبيعة الرباعي $EGFD$ ؟ و ما هي طبيعة الرباعي $EGCF$ ؟

4) المستقيم (FG) يقطع $[EC]$ في H و $[BC]$ في I برهن ان المستقيمين (EI) و (CG) متعامدان

5) J نقطة بحيث $\vec{CJ} = \vec{ED}$

- ماهي طبيعة الرباعي $DECJ$ ؟
- هل النقط E ، F ، J على استقامة واحدة ؟

الحل



1) المثلث EBC قائم في B حسب نظرية فيثاغورث

$EC^2 = EB^2 + BC^2$

$= 0{,}36 + 1{,}44 = 1{,}8$

إذن $EC = \sqrt{1{,}8}cm$

- المثلث EAD قائم في A حسب نظرية فيثاغورث

$ED^2 = AE^2 + AD^2$

$= (2{,}4)^2 + (1{,}2)^2 = 5{,}76 + 1{,}44 = 7{,}2$

إذن $ED = \sqrt{7{,}2}cm$

$$EC = \sqrt{1{,}8} = \sqrt{\frac{18}{10}} = \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$ED = \sqrt{7{,}2} = \sqrt{\frac{72}{10}} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

2) طبيعة المثلث CDE

لدينا $EC^2 = \dfrac{9}{5}$ و $ED^2 = \dfrac{36}{5}$ و منه $EC^2 + ED^2 = \dfrac{9}{5} + \dfrac{36}{5} = \dfrac{45}{5} = 9$

و لدينا $DC^2 = 3^2 = 9$

إذن $DC^2 = EC^2 + ED^2$ و حسب النظرية العكسية لفيثاغورث

فإن المثلث CDE قائم في E

3) بما ان G هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FC}$

فإن $\vec{EG} = \vec{FC}$ و عليه فالرباعي $EGCF$ متوازي اضلاع

- بما ان $\vec{DF}=\vec{FC}$ و $\vec{EG}=\vec{FC}$ فإن $\vec{EG}=\vec{DF}$ و منه الرباعي $EGFD$ متوازي اضلاع.

4) بما ان (EC) عمودي على (JC) و $(FG)//(JC)$ فإن $(EC)\perp(FG)$
إذن I هي نقطة تقاطع العمودين النازلين من G و C
إذن المستقيم (EI) هو العمود النازل من I على (CG) و عليه $(CG)\perp(EI)$

5) بما ان $\vec{CJ}=\vec{ED}$ فإن الرباعي $DECJ$ متوازي اضلاع.
و بما ان $(CE)\perp(DE)$ فإن $DECJ$ مستطيل.
بما ان $DECJ$ مستطيل و $[EJ]$ قطر له و F منتصف $[DC]$ فإن F منتصف $[EJ]$
و بالتالي النقط E ، F ، J على استقامة واحدة.

تمارين و مسائل

1

1) أرسم المثلث ABC
2) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$ انشئ B' صورة B و C' صورة C
3) أرسم صورة المثلث ABC بهذا الانسحاب
4) عين شعاعين يساويان الشعاع $\vec{AC}$

2

فليكن الشكل ABC مثلثا . انشئ النقط D , E , F بحيث
$\vec{BD}=\vec{CB}$ ، $\vec{EC}=\vec{CB}$ ، $\vec{AF}=\vec{ED}$

3

$ABCD$ متوازي اضلاع مركزه النقطة O . انقل ثم اكمل مايلي
$\vec{AB}=....$ ، $\vec{AD}=....$ ، $\vec{AO}=....$
$\vec{OB}=....$ ، $\vec{OC}=....$ ، $\vec{OD}=....$

4

1) انشئ مثلث ABC بحيث $AB=3\,cm$ و $AD=4\,cm$ و $BD=6\,cm$
2) انشئ النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BD}$
3) انشئ النقطة F بحيث $\vec{BF}=\vec{AB}+\vec{BD}$
4) برهن أن النقطة D منتصف القطعة $[EF]$

5

ABC مثلث متقايس الساقين في A بحيث $AB=3{,}5\,cm$ و $BC=5{,}2\,cm$
H نقطة تقاطع العمود النازل من A على $[BC]$ و M منتصف القطعة $[AB]$
1) برهن ان H منتصف القطعة $[BC]$
2) احسب الطول AH
3) انشئ D نظيرة M بالنسبة إلى النقطة H
ما هي طبيعة الرباعي $BMCD$ (برر إجابتك)
4) برهن أن $\vec{AM}+\vec{BD}=\vec{MD}$

6

1) انشئ المثلث ABC بحيث $AB=4\,cm$ و $AC=5\,cm$ و $BC=6\,cm$
2) انشئ النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BC}$
3) برهن ان للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$ نفس المركز ثم حدد موضع I

4) انشئ النقطة M بحيث $\vec{AM}=\vec{AB}+\vec{AI}$

5) انقل ثم اكمل المساوتين التاليتين $\vec{CD}=\vec{B......}$ و $\vec{MC}=\vec{.....I}$

7

في الشكل المقابل $ABCF$ و $FEDC$ متوازيا أضلاع بحيث النقطتان C و F منتصفا القطعتين $[BD]$ و $[AE]$ على الترتيب.

باستعمال فقط النقاط الموجودة في الشكل اعط

1) شعاعا يساوي $\vec{CB}$

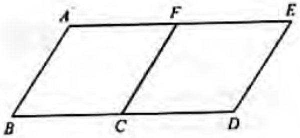
2) شعاعا يساوي $\vec{CE}$

3) شعاعا ليس له نفس الاتجاه مع الشعاع $\vec{CB}$

4) صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AF}$

5) شعاعا يساوي $\vec{CF}+\vec{FE}$

6) شعاعا يساوي الشعاع $\vec{BA}+\vec{BC}$



8

$BCDE$ متوازي أضلاع A نقطة برهن ان

$\vec{AB}+\vec{AD}=\vec{AC}+\vec{AE}$

9

$ABCD$ متوازي الأضلاع قطراه $[AC]$ ، $[BD]$

1) انشئ النقطتين N , M بحيث $\vec{AM}=3\vec{AD}$ ، $\vec{BN}=\frac{1}{2}\vec{AB}$

2) عبر عن $\vec{CM}$ و $\vec{CN}$ بدلالة $\vec{AB}$ ، $\vec{AD}$

3) برهن ان النقط C , M , N على استقامة واحدة

10

ABC مثلث كيفي ، M نقطة تقع خارج المثلث ABC

1) انشئ النقطتين D , E بحيث $\vec{MD}=\vec{MB}+\vec{AC}$ و $\vec{ME}=\vec{MA}+\vec{BC}$

2) بين أن النقطة C منتصف القطعة المستقيمة $[ED]$

11

لنعتبر متوازي الأضلاع $ABCD$ قطراه $[BD]$ و $[AC]$

1) انشئ النقطتين F , E بحيث $\vec{AE}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ و $\vec{AF}+3\vec{CF}=\vec{0}$

2) بين ان $\vec{AE}=\vec{FC}=\frac{1}{2}\vec{EF}$

3) بين ان $\vec{DE}=\vec{FB}$

4) بين ان $\vec{EL}=3\vec{DE}$ حيث L هي نقطة تقاطع (DE) مع (CB)