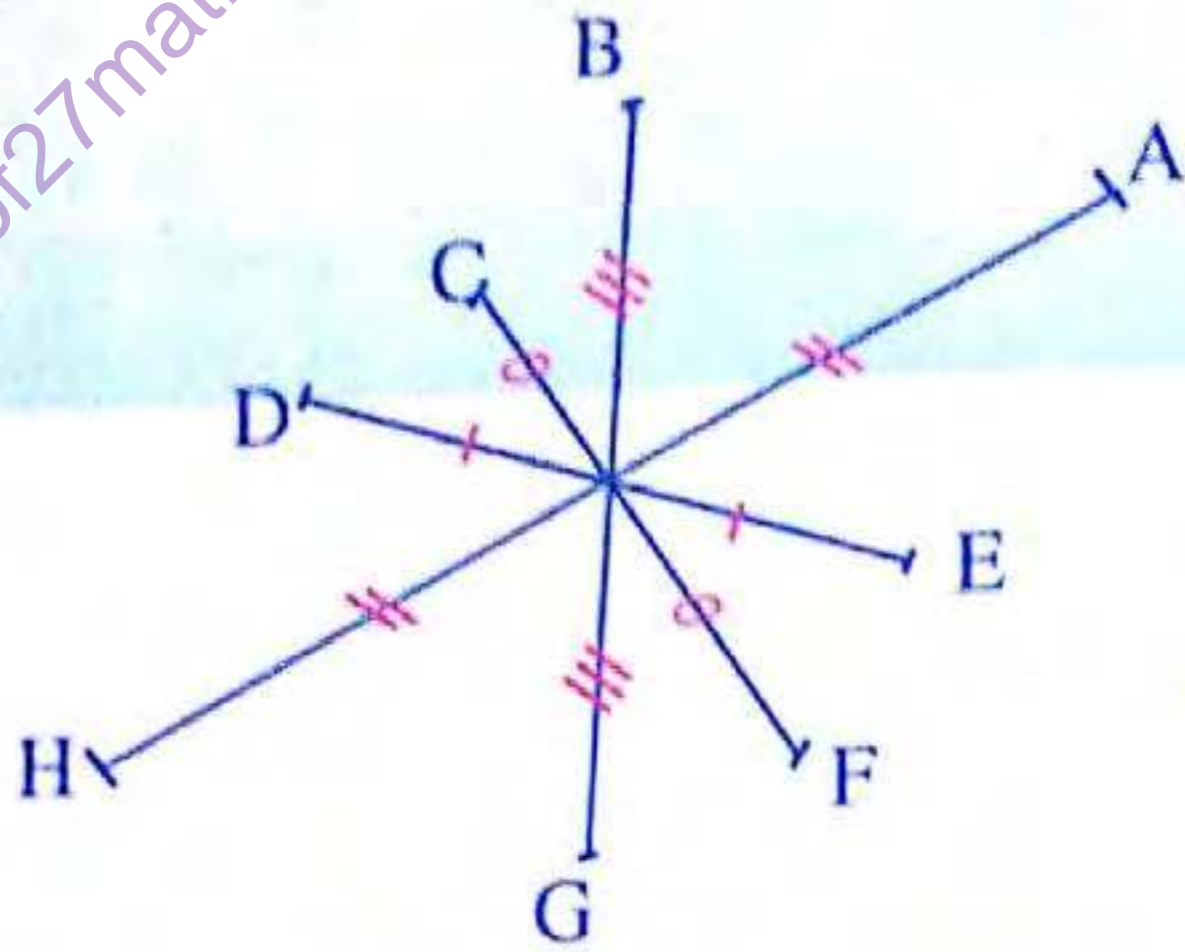


## متوازي الأضلاع



### التمرين 1

باستعمال التشفير المبين على الشكل ،  
اذكر جميع متوازيات الأضلاع  
التي رؤوسها هي نقط من هذا الشكل.

### التمرين 2

1 ارسم مثلثاً  $EFG$  ، ثم عيّن النقطة  $M$  منتصف  $[EG]$  والنقطة  $H$  نظيرة  $F$   
بالنسبة إلى  $M$  .

2 برهن أن الرباعي  $EFGH$  متوازي أضلاع .

### التمرين 3

$ABCD$  متوازي أضلاع ،  $M$  نقطة من  $[AD]$  ، المستقيم الذي يشمل  $A$   
ويوازي  $(CM)$  يقطع  $(BC)$  في  $N$  .

1 ارسم شكلاً يترجم هذه المعطيات .

2 برهن أن الرباعي  $AMCN$  متوازي أضلاع .

3 بين أن القطع  $[MN]$  ،  $[AC]$  ،  $[BD]$  لها نفس المنتصف .

### التمرين 4

1 ارسم شكلاً يترجم المعطيات الآتية .

$EFGH$  معين ، القطران  $[HF]$  ،  $[EG]$

يتقاطعان في النقطة  $P$  ،  $N$  هي منتصف  $[AB]$  .

2 عين النقطة  $M$  نظيرة  $N$  بالنسبة إلى  $P$  ، ثم بين أن  $ENFM$  مستطيل .

3 بين أن :  $EH = MN$

### التمرين 5

1 ارسم دائرة ذات المركز  $O$  ، ثم ارسم قطرين لها  $[BD]$  ،  $[AC]$  غير  
متعامدين .

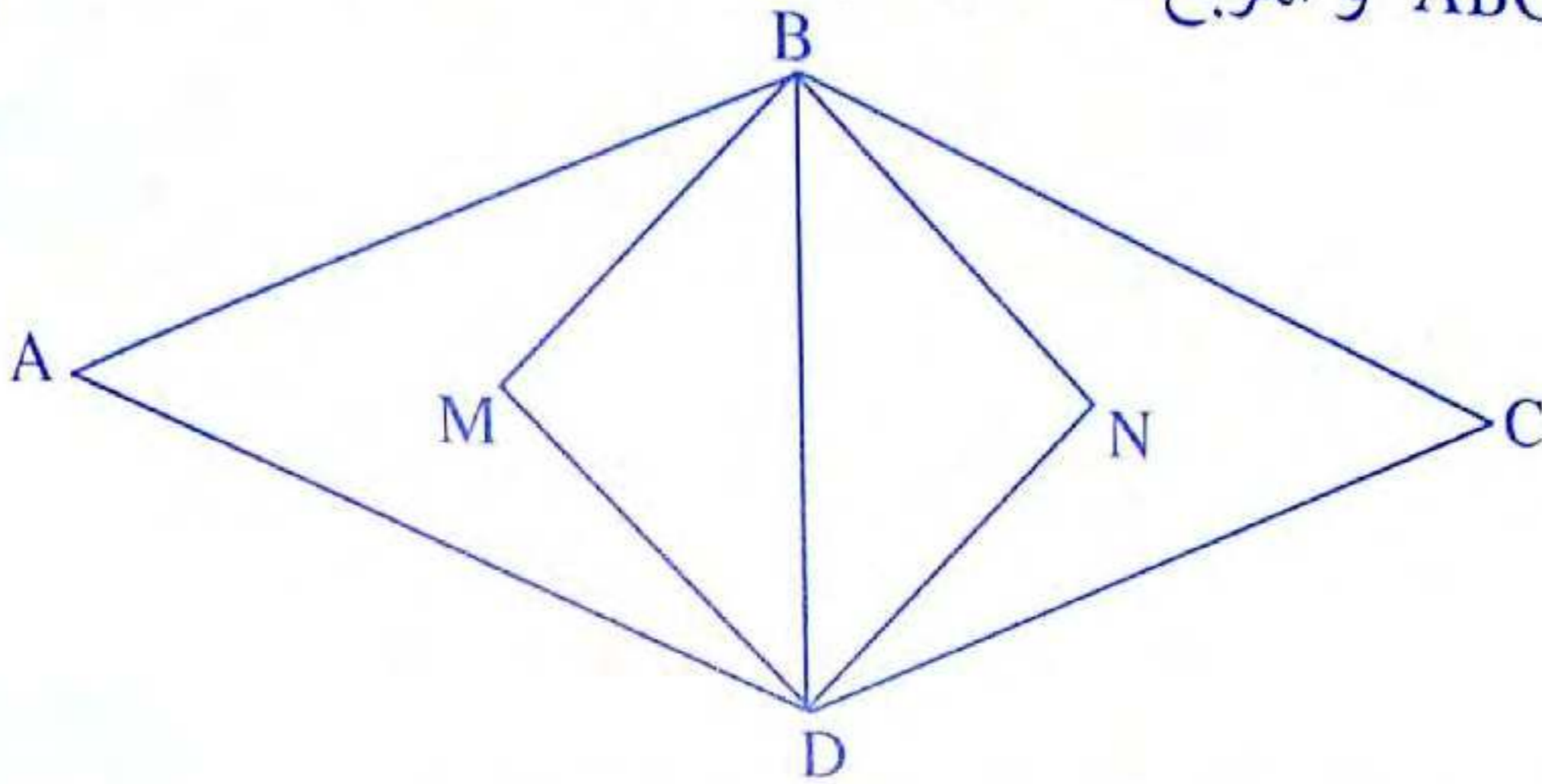
2 لماذا الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع ؟ ولماذا هو مستطيل ؟

## 6 التمرين

- 1 ارسم مثلثا ABC متساوي الساقين في A ، ثم عيّن النقطة M . بحيث يكون الرباعي ABMC متوازي أضلاع .
- 2 اثبت أن ABMC معين .

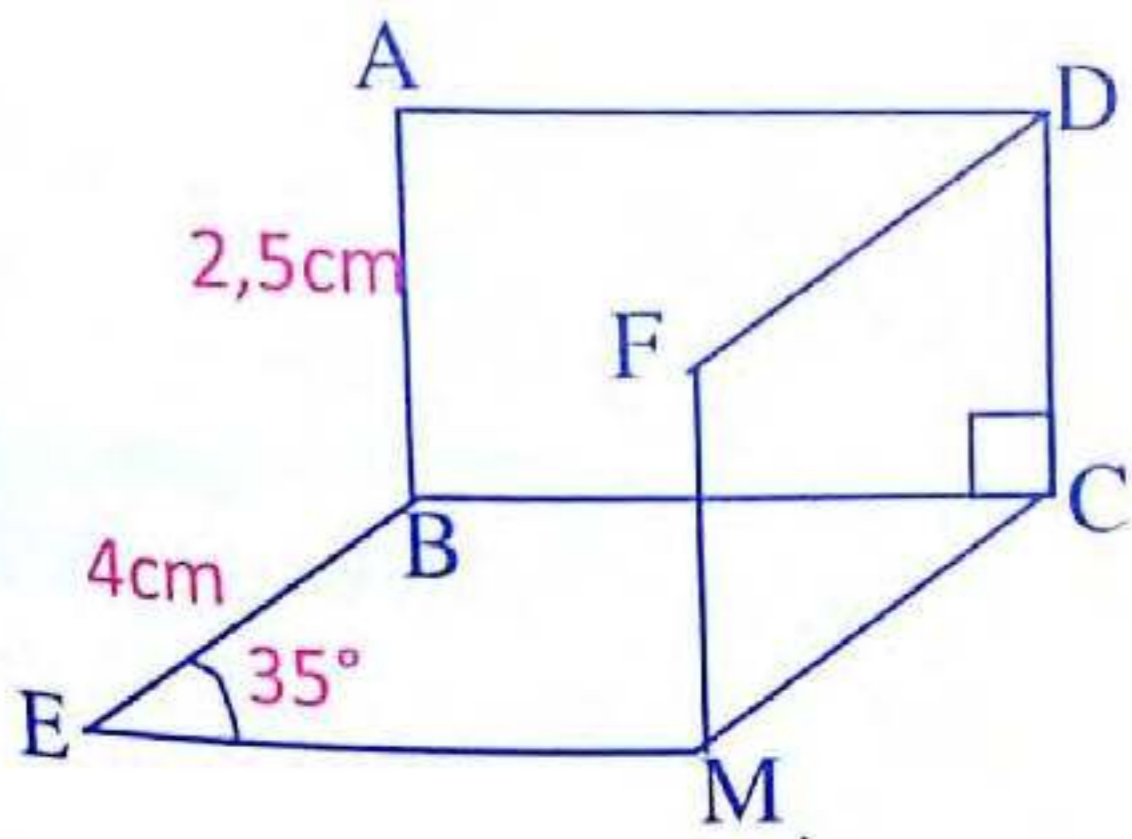
## 7 التمرين

المعين ABCD و المربع BMDN يشتركان بالقطر [BD]



اثبت أن النقط A ، M ، N ، C على استقامة واحدة .

## 8 التمرين



الشكل الآتي يتكوّن المستطيل ABCD ومتوازيي الأضلاع BCME ، MCDF باستعمال المعلومات المبيّنة على الشكل، احسب مع الشرح ما يلي :

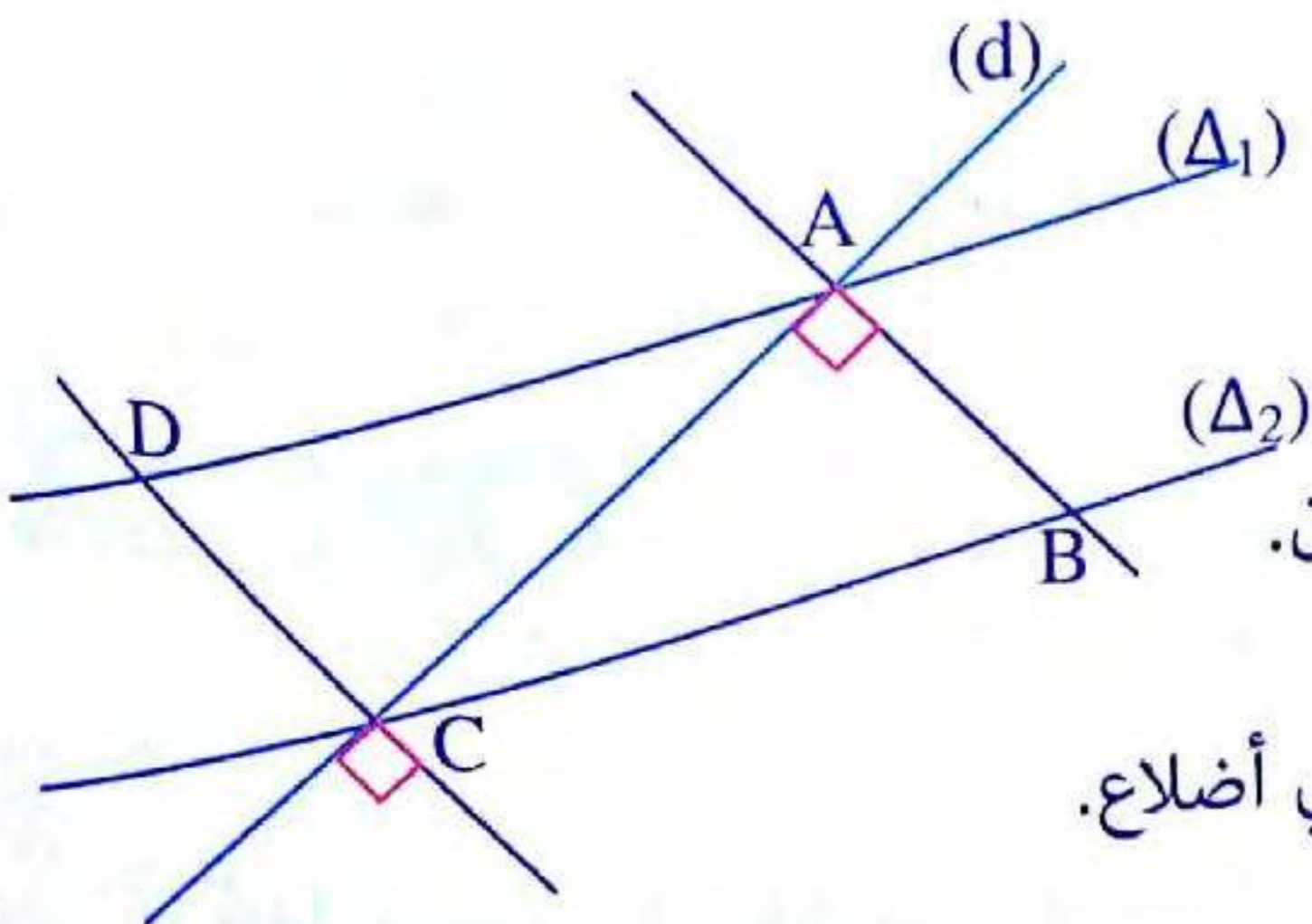
- 1 محيط متوازي الأضلاع MCDF .
- 2 قيس الزاوية ( $\widehat{DFM}$ )

## 9 التمرين

في الشكل المقابل:

المستقيمان ( $\Delta_1$ ) و ( $\Delta_2$ ) متوازيان .

- 1 بيّن أن  $(AB) \parallel (DC)$
- 2 بيّن أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع .



## التمرين 10

ABCD متوازي أضلاع.

1 احسب الطولين BC و DC.

2 احسب قياس كل من الزاويتين  $\hat{A}$  و  $(BCD)$ .

## التمرين 11

ABC ، ACM مثلثان متقايسا الأضلاع يشتركان بالضلع [AC].

1 ارسم شكلا وفق هذه المعطيات .

2 بين أن الرباعي ABCM معين .

3 احسب أقياس زواياه .

## التمرين 12

ارسم مثلثا EFG حيث :

$$EF = 2,5\text{cm} , FG = 3\text{cm} , EG = 4\text{cm}$$

عين النقطة M منتصف [EG] ، النقطة H نظيرة F بالنسبة إلى M

1 ارسم شكلا يترجم هذه المعطيات .

2 بين أن الرباعي EFGH متوازي أضلاع .

3 بين أن محيط EFGH يساوي 11cm .

## التمرين 13

EFG مثلث كفي ، O منتصف [FG] . النقطة H نظيرة E بالنسبة إلى O .

1 أ . ارسم الشكل بيد حرّة .

ب . ما هي طبيعة الرباعي EFHG ؟

2 في كل حالة مما يلي كيف نختار المثلث ABC لكي يكون الرباعي EFHG :

أ) مستطيل ؛ ب) معين ؛ ج) مربع .

## التمرين 14

ABCD متوازي أضلاع ( كل الأطوال معبر عنها بالسنتيمتر )

1 عين قيمة  $x$  بحيث يكون نصف

- محيط متوازي الأضلاع هو 17cm .  
 1 من أجل أي قيمة لـ  $x$  يكون متوازي الأضلاع ABCD معين ؟  
 2 احسب محيط هذا المعين .

### التمرين 15

لاحظ الشكل المقابل .

- 1 احسب مساحة متوازي الأضلاع EFGH .  
 2 احسب FG إذا علمت أن  $EM = 6\text{cm}$   
 3 احسب محيط متوازي الأضلاع EFGH .

### التمرين 16

في الشكل ، ABCD مستطيل و BDEF متوازي أضلاع  
 برهن أن :  $AC = EF$

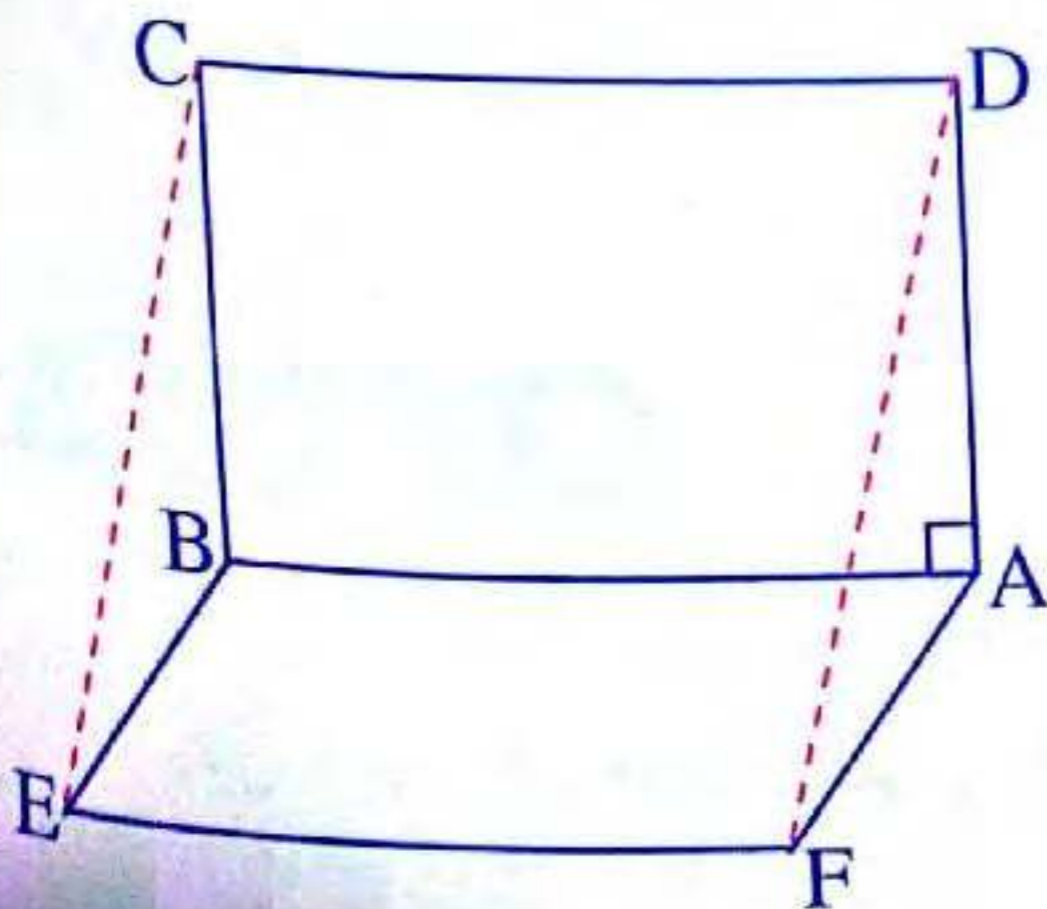
### التمرين 17

(xAy) زاوية قياسها  $50^\circ$  - عين نقطة O على الضلع (Ay)

ثم النقطة B نظيرة A بالنسبة الى O .

(d) هو المستقيم العمودي على (Ay) في O ويقطع (Ax) في M

- 1 حدد قياس الزاوية (AMO) ؟  
 2 ما هي طبيعة المثلث AMB ؟ وماذا يمثل المستقيم (MO) بالنسبة إليه ؟  
 3 أنشئ D نظيرة M بالنسبة الى O ، ما طبيعة الرباعي AMBN ؟



### التمرين 18

الشكل المقابل هو مخطط لقطعة أرض مكونة من المستطيل ABCD و متوازي الأضلاع ABEF حيث :  $AB = 125\text{ m}$   
 $AD = 80\text{ m}$  ،  $AF = 70\text{ m}$

① بين أن الرباعي EFDC متوازي أضلاع.

② أحيطت قطعة الأرض هذه بسيياج ثمن الديكامتر (dam) منه 420DA

(أ) احسب طول السياج معبراً عنه بالمتر ثم بالديكامتر.

(ب) احسب ثمن السياج .

③ احسب تكلفة وضع السياج إذا كانت أجرة العامل 20DA للمتر الواحد.

19

## التمرين

أرسم المستطيل ABCD بحيث  $AB = 4\text{cm}$  ،  $AD = 3\text{cm}$

عين E منتصف [DC] ، عين H نظيرة A بالنسبة لـ E .

① بين أن الرباعي ACHD متوازي الأضلاع ، استنتج أن C منتصف [BH] ،

ثم احسب BH

② ما نوع الرباعي ABHD ؟ احسب مساحته .

20

## التمرين

ABCD مستطيل حيث:  $AB = 5\text{cm}$  ،  $AD = 3\text{cm}$  .

منصف الزاوية ( $\hat{A}$ ) يقطع [CD] في F ، منصف الزاوية ( $\hat{C}$ ) يقطع

[AB] في E .

① ارسم شكلاً يترجم هذه المعطيات .

② برهن أن  $\widehat{AFD} = \widehat{ECF}$

③ بين أن  $(AF) \parallel (CE)$  .

④ بين أن الرباعي AEFC متوازي أضلاع .

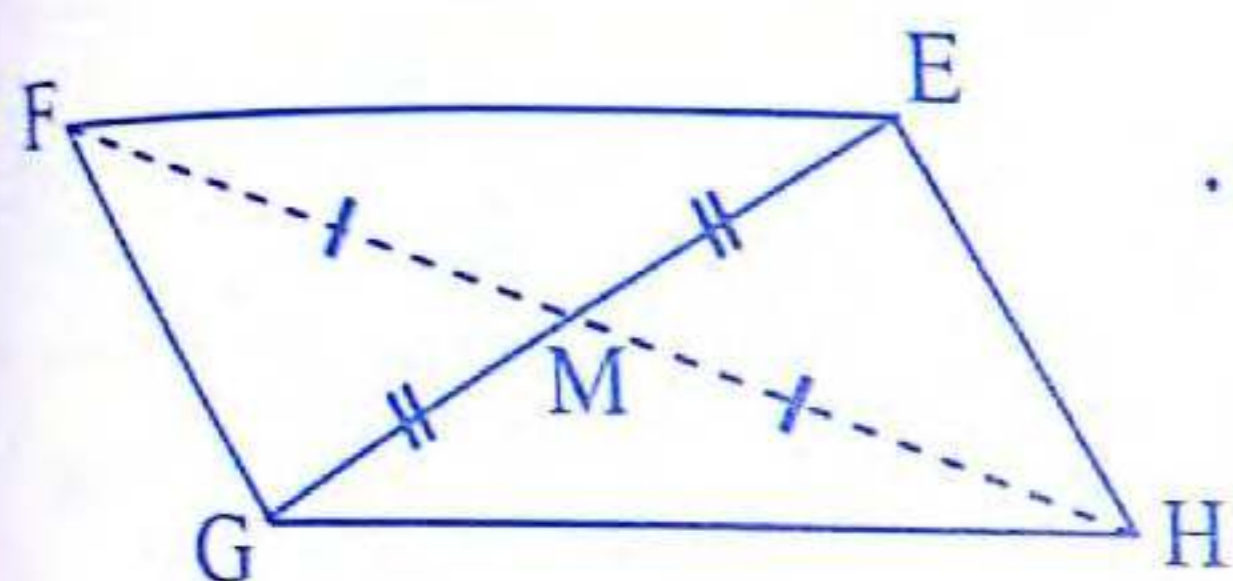
⑤ احسب الطول CF ثم استنتج مساحة متوازي الأضلاع AEFC .

# الجدول

## التمرين 1

بالإعتماد على خاصية القطرين ، فإن متوازيات الأضلاع هي:  
 $ABHG$  ،  $ACHF$  ،  $ADHE$  ،  $BCGF$  ،  $BDGE$  ،  $CDFE$

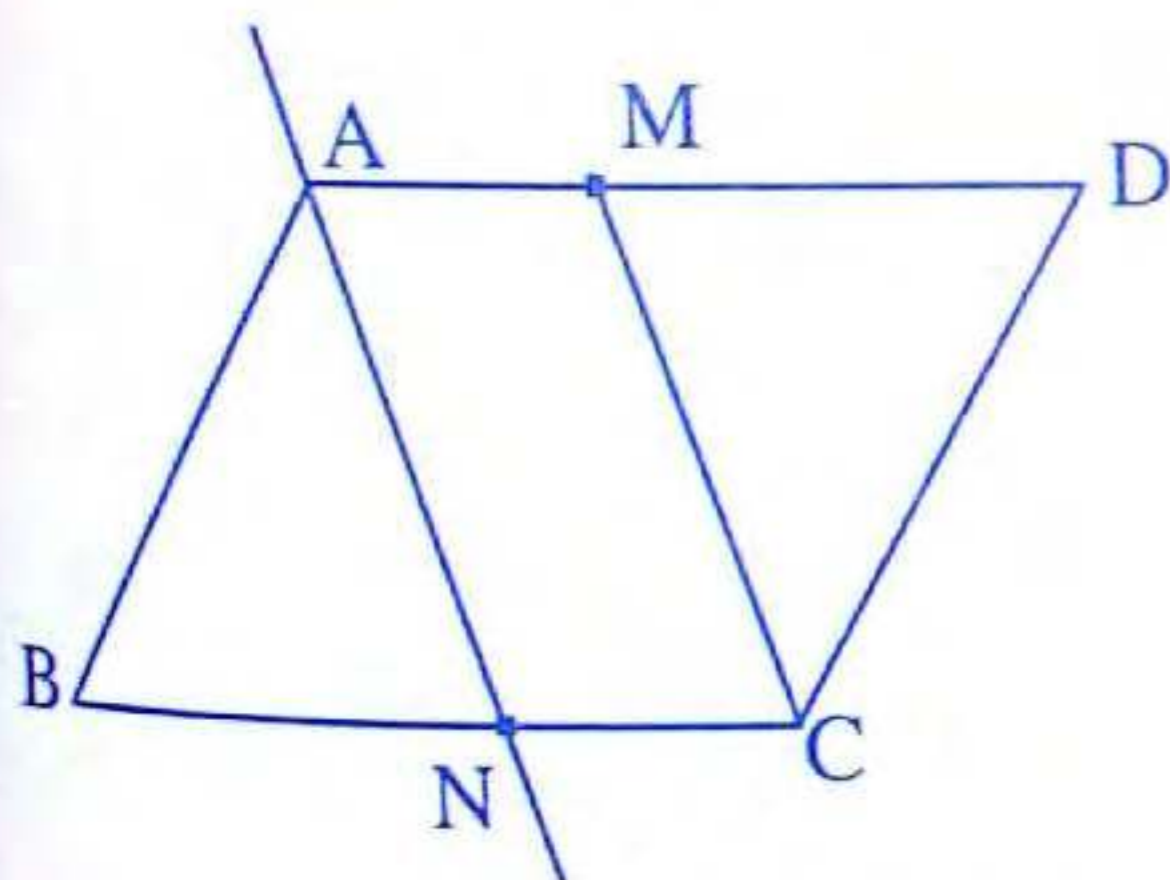
## التمرين 2



- ① رسم الشكل حسب المعطيات .
- ② نبرهن أن الرباعي EFGH متوازي أضلاع .  
 بما أن H نظيرة F بالنسبة إلى M  
 فإن M منتصف [FH] .  
 ونعلم أن M منتصف [EG] .

الرباعي EFGH قطراه [EG] و [FH] لهما نفس المنتصف M  
 فهو متوازي أضلاع ( خاصية القطرين ) .

## التمرين 3



- ① رسم الشكل الذي يترجم المعطيات .
- ② نبرهن أن AMCN متوازي أضلاع  
 بما أن ABCD متوازي أضلاع

فإن :  $(AD) \parallel (BC)$

لدينا :  $N \in (BC)$  و  $M \in (AD)$  ، إذن :  $(NB) \parallel (DM)$

و نعلم أن  $(AN) \parallel (MC)$

إذن الرباعي AMCN متوازي أضلاع .

- ③ نبين أن القطع [MN] ، [AC] ، [BD] لها نفس المنتصف .

■ بما أن ABCD متوازي أضلاع ،

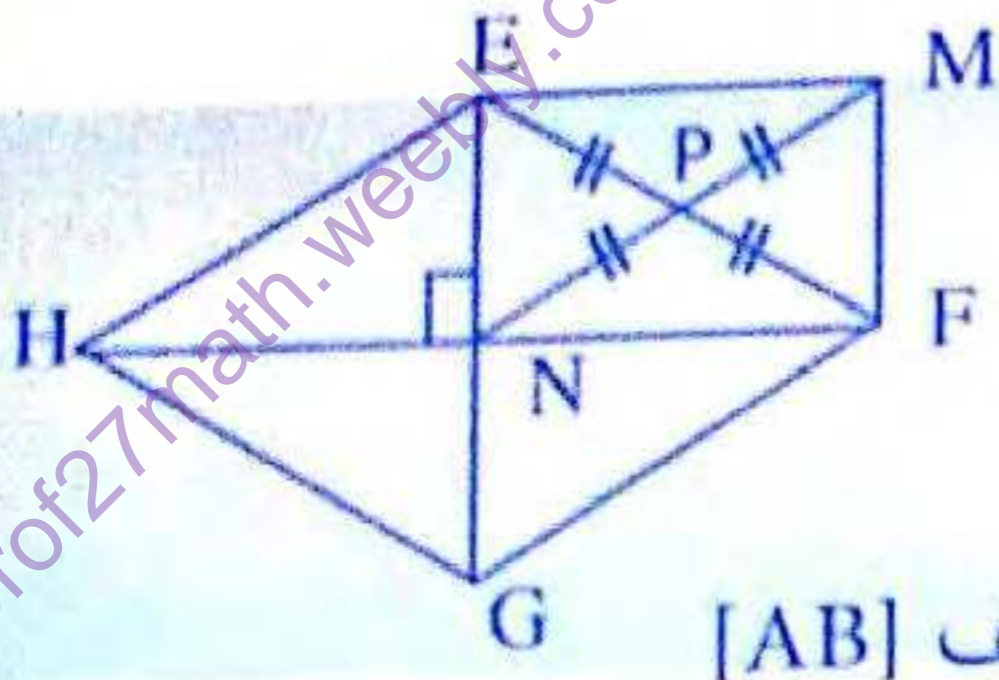
فإن [BD] ، [AC] لها نفس المنتصف ..... ①

■ بما أن AMCN متوازي أضلاع ،

فإن [MN] ، [AC] لها نفس المنتصف ..... ②

من ① و ② نستنتج أن [MN] ، [AC] ، [BD] لها نفس المنتصف

## التمرين 4



1 رسم الشكل حسب المعطيات .

2 نبين أن ENFM مستطيلا .

بما أن M نظيرة O بالنسبة إلى I

فإن : I منتصف [OE] ، ونعلم أن I منتصف [AB]

الرباعي ABOE قطراه [AB] و [OE] لهما نفس المنتصف I، فهو متوازي أضلاع .

ونعلم أن  $\hat{AOB} = 90^\circ$  ، قطرا المعين متعامدان .

إذن، متوازي الأضلاع ABOE فيه زاوية قائمة ، فهو مستطيل .

3 نبين أن :  $AD = OE$  .

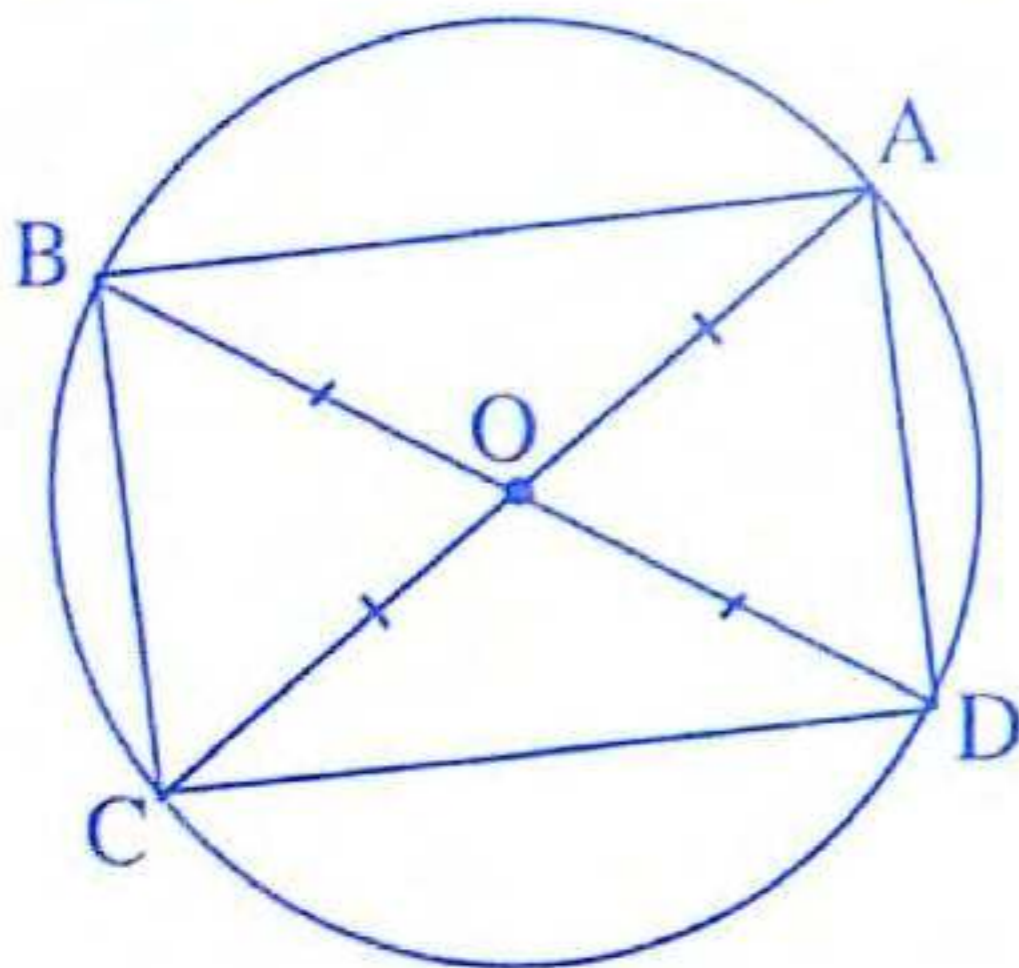
بما أن ABOE مستطيل، فإن :  $(AE) \parallel (OB)$  و  $AE = OB$

لكن :  $OB = DO$

نستنتج أن :  $(AE) \parallel (DO)$  و  $AE = DO$

إذن ، الرباعي ABCD متوازي أضلاع ، ومنه :  $AD = OE$

## التمرين 5



1 رسم الشكل حسب المعطيات .

2 لماذا ABCD متوازي أضلاع؟

بما أن [AC] و [BD] قطرين للدائرة

فإن O منتصف كل من [AC] و [BD]

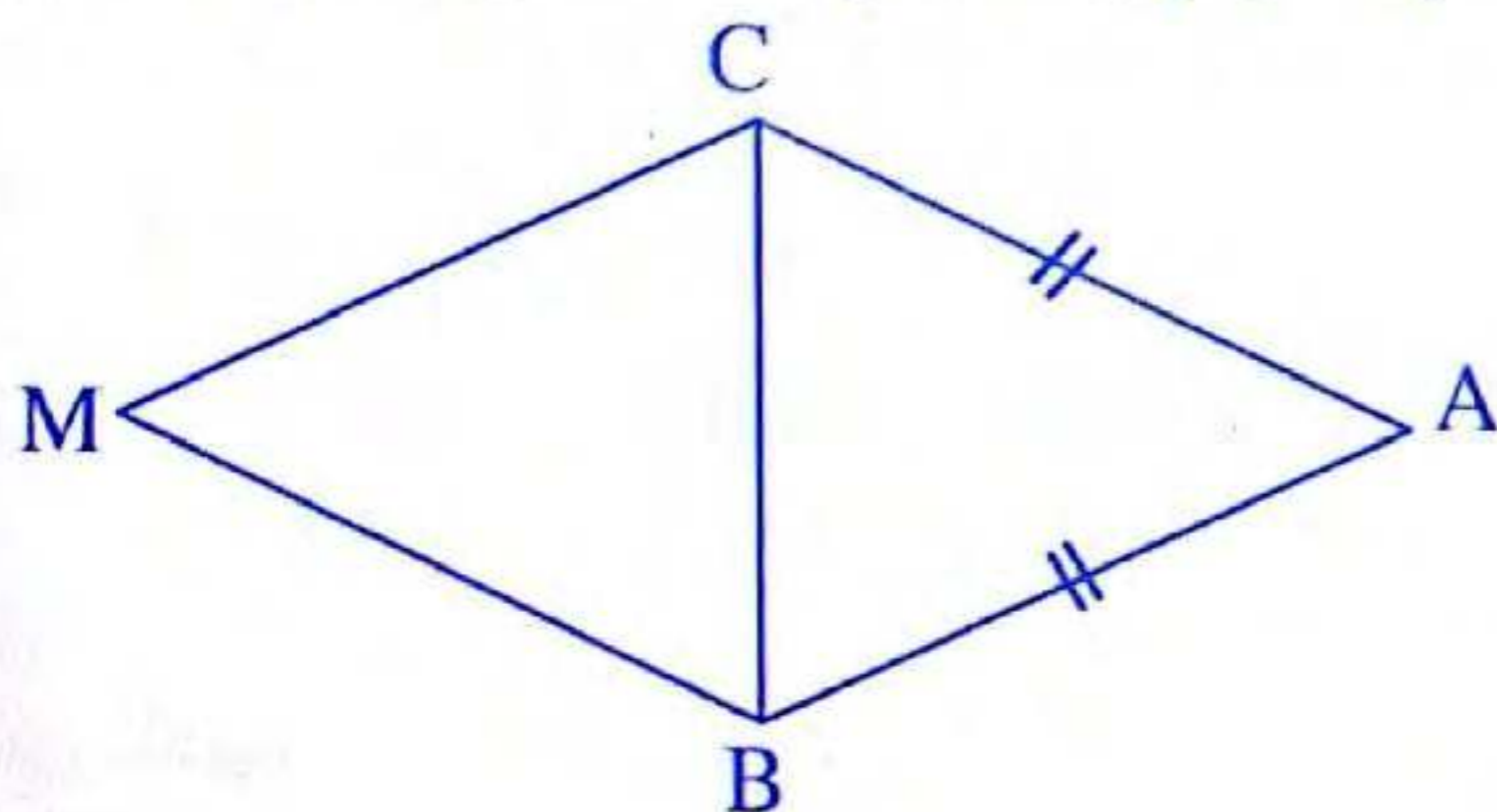
إذن ABCD متوازي أضلاع .

لماذا ABCD مستطيل؟

بما أن [AC] و [BD] قطرين للدائرة ، فإن :  $AC = BD$

متوازي الأضلاع ABCD قطراه [AC] و [BD] لهما نفس الطول فهو

مستطيل .



## التمرين 6

1 رسم الشكل حسب المعطيات .

2 نبين أن ABMC معين .

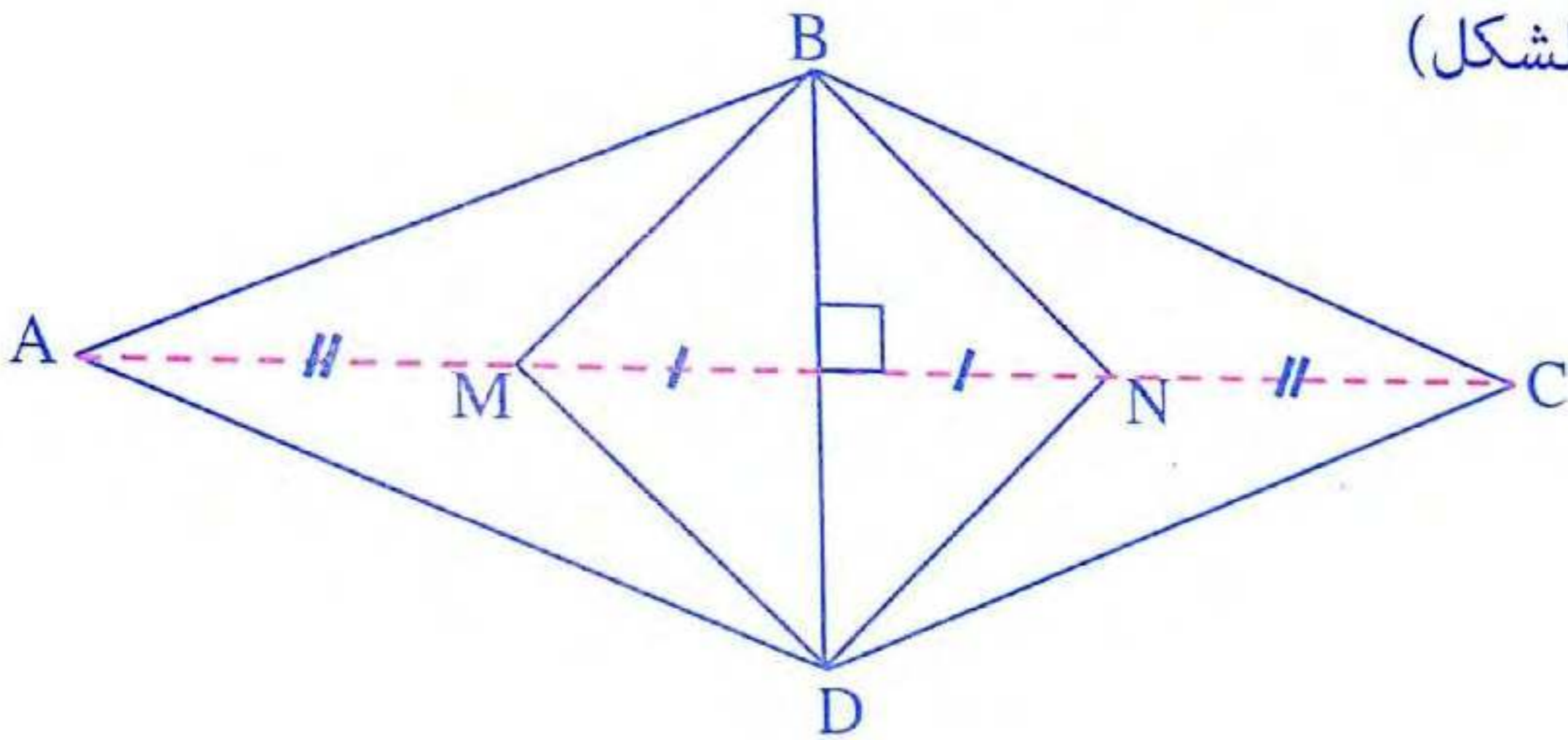
بما أن ABMC متوازي أضلاع

و أن  $AB = AC$  ( ضلعان متتاليان لهما نفس الطول ) إذن الرباعي  $ABMC$  معين.

### 7 التمرين

- نريد إثبات أن النقط  $A, M, N, C$  على استقامة واحدة.
- بما أن  $ABCD$  معين فإن  $(AC)$  محور القطر  $[BD]$ .
- و بما أن  $BMDN$  مربع فإن  $(MN)$  محور القطر  $[BD]$ .
- نعلم أن لكل قطعة مستقيم محور واحد فقط
- إذن  $A, M, N, C$  تنتمي محور  $[BD]$  فهي إذن على استقامة واحدة.

( أنظر الشكل )



### 8 التمرين

1 حساب  $P$  محيط متوازي الأضلاع  $MCDF$

لدينا:  $P = 2 ( DC + CM )$

بما أن  $ABCD$  مستطيل فإن:  $DC = AB = 2,5\text{cm}$

و بما أن  $BCME$  متوازي أضلاع فإن:  $CM = BE = 4\text{cm}$

ومنه:  $P = 2 ( 2,5 + 4 ) = 2 \times 6,5$

إذن:  $P = 13\text{ cm}$

2 حساب قياس الزاوية  $(\widehat{DFM})$

في الشكل لدينا:  $(\widehat{DFM}) = (\widehat{DCM})$  (زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع)

لكن:  $\widehat{DCM} = \widehat{DCB} + \widehat{BCM} = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ$

إذن:  $\widehat{DFM} = 125^\circ$



- 1 نبيّن أنّ  $(AB) \parallel (DC)$   
 بما أنّ  $(AB) \perp (d)$  و  $(DC) \perp (d)$   
 فإن  $(AB) \parallel (DC)$  (خاصية التعامد والتوازي)  
 2 نبيّن أنّ  $ABCD$  متوازي أضلاع.

الرباعي  $ABCD$  فيه  $(AD) \parallel (BC)$  و  $(AB) \parallel (DC)$   
 إذن  $ABCD$  متوازي أضلاع.

## التمرين 10

- 1 حساب الطولين  $BC$  و  $CD$

بما أنّ  $ABCD$  متوازي أضلاع فإنّ:  $BC = AD$  و  $DC = AB$

لكن  $AD = 4\text{cm}$  و  $AB = 2,5\text{cm}$

إذن  $BC = 4\text{cm}$  و  $DC = 2,5\text{cm}$

- 2 حساب كل من  $\hat{A}$  و  $\widehat{BCD}$

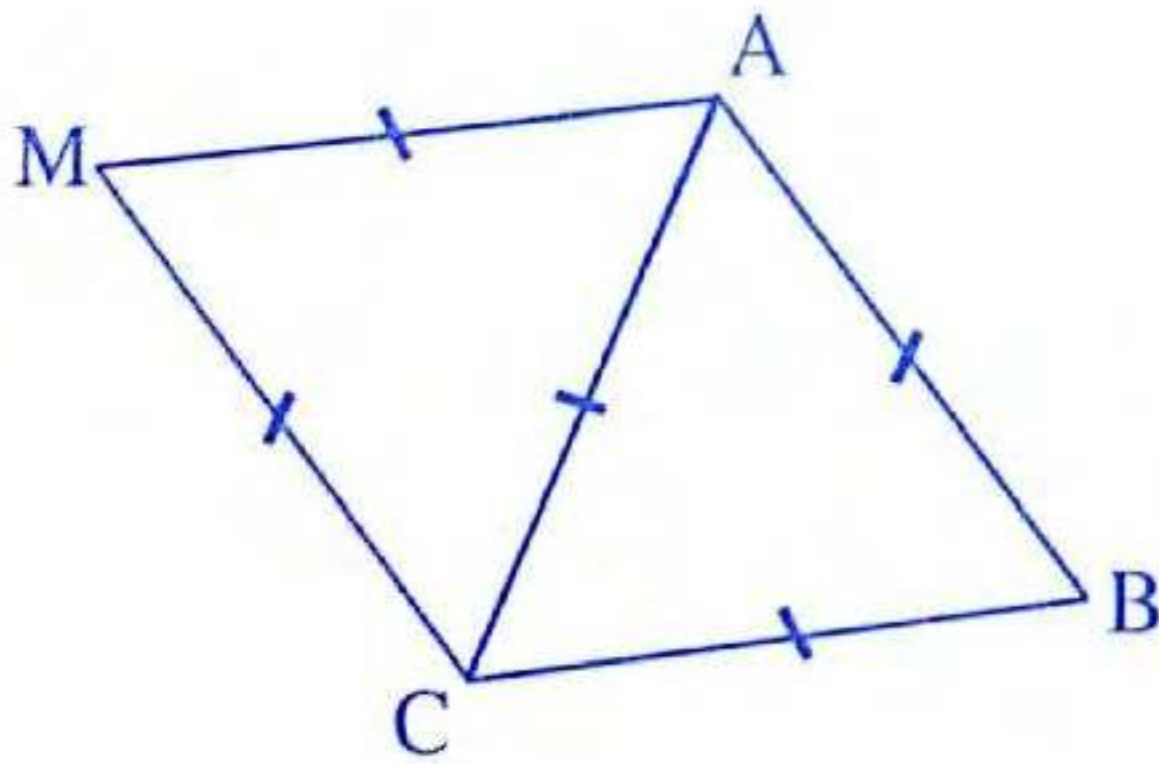
بما أنّ  $ABCD$  متوازي أضلاع فإنّ:  $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$

أي:  $\hat{A} + 70^\circ = 180^\circ$  ومنه  $\hat{A} = 110^\circ$

لدينا أيضا  $\widehat{BCD} = \hat{A}$  زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع

نستنتج أنّ  $\widehat{BCD} = 110^\circ$

## التمرين 11



- 1 رسم شكلا وفق هذه المعطيات .

- 2 نبيّن أنّ الرباعي  $ABCM$  متوازي أضلاع

$ABC$  مثلث متقايس الأضلاع ،

إذن:  $AB = BC = AC$  ..... ①

$ACM$  مثلث متقايس الأضلاع ،

إذن:  $AM = MC = AC$  ..... ②

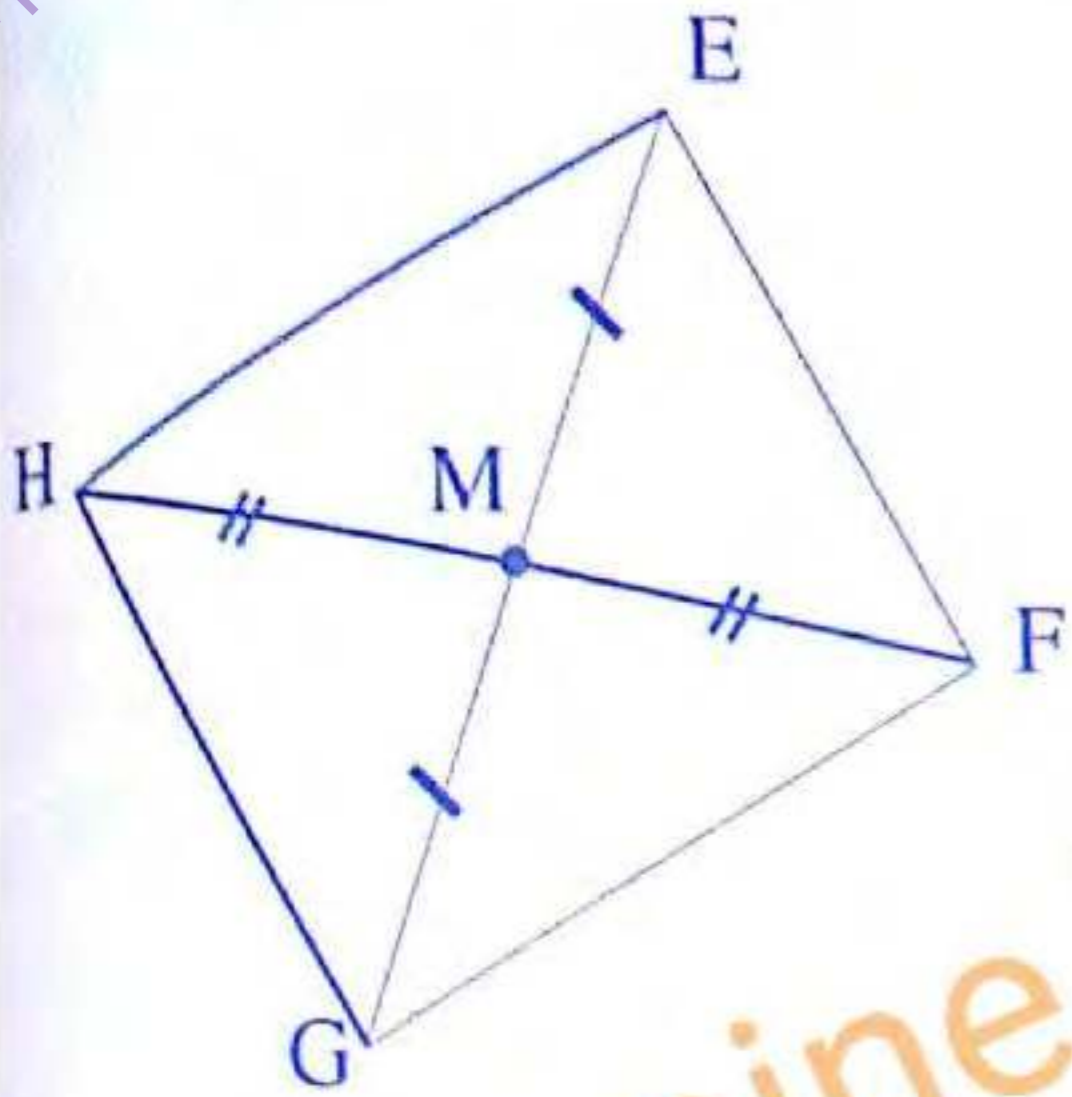
من ① و ② نستنتج أنّ:  $AB = BC = AM = MC$

الرباعي  $ABCM$  أضلاعه لها نفس الطول ، فهو معيّن .

- 3 حساب أقياس زوايا الرباعي  $ABCM$  .

المثلثان  $ABC$  و  $AMC$  متقايسا الأضلاع ،  
 إذن :  $\hat{ABC} = \hat{BAC} = \hat{BCA} = 60^\circ$  و  $\hat{AMC} = \hat{MAC} = \hat{MCA} = 60^\circ$   
 لدينا :  $\hat{BAM} = \hat{BAC} + \hat{MAC} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$  أي :  $\hat{BAM} = 120^\circ$   
 إذن :  $\hat{ABC} = \hat{AMC} = 60^\circ$  و  $\hat{BAM} = \hat{BCM} = 120^\circ$

### التمرين 12



1 رسم الشكل حسب المعطيات

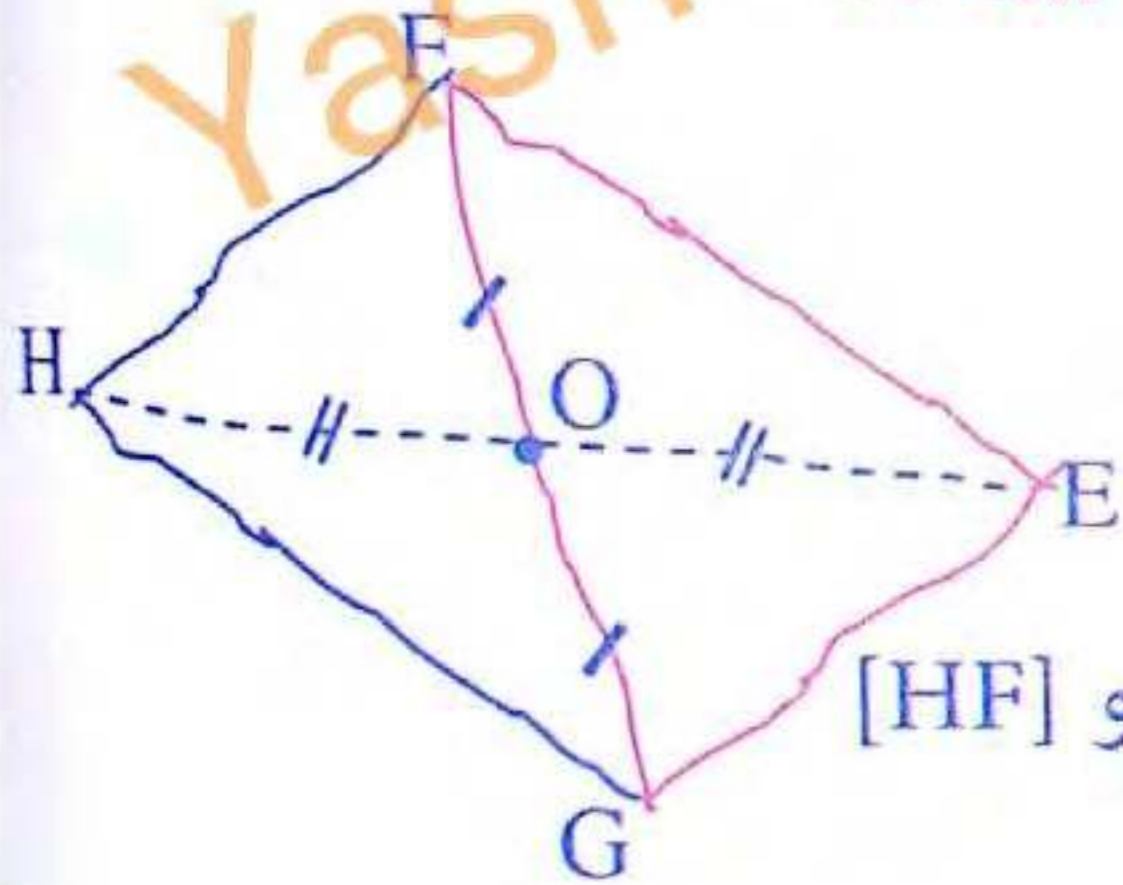
2 الرباعي EFGH قطراه [EG] و [HF] لهما نفس المنتصف M فهو متوازي أضلاع.

3 نبين أن محيطه يساوي 11cm .

لدينا :  $P = 2 ( EF + FG )$

أي :  $P = 2 ( 2,5 + 3 ) = 2 \times 5,5$  ، إذن  $P = 11 \text{ cm}$

### التمرين 13



1 رسم الشكل بيد حرّة .

2 طبيعة الرباعي EFHG؟

بما أن O منتصف كل من القطرين [HF] و [EG] فإن الرباعي EFHG متوازي أضلاع.

3 ■ لكي يكون EFHG مستطيلا،

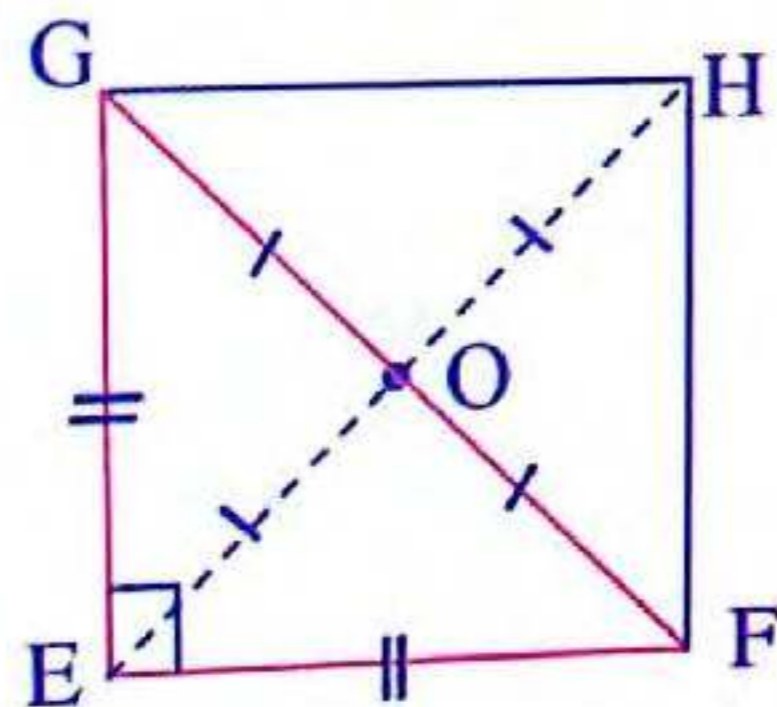
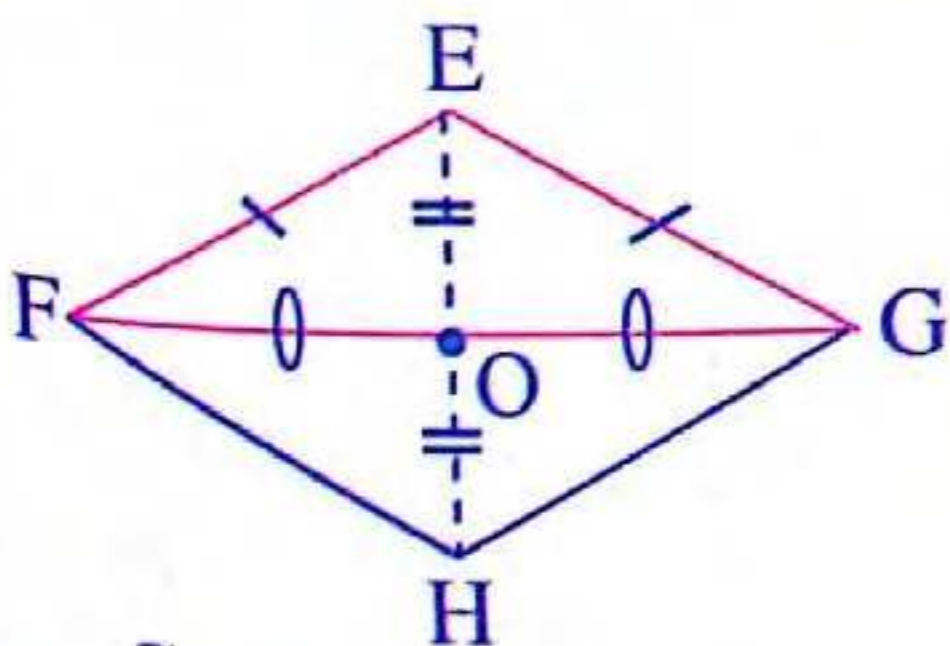
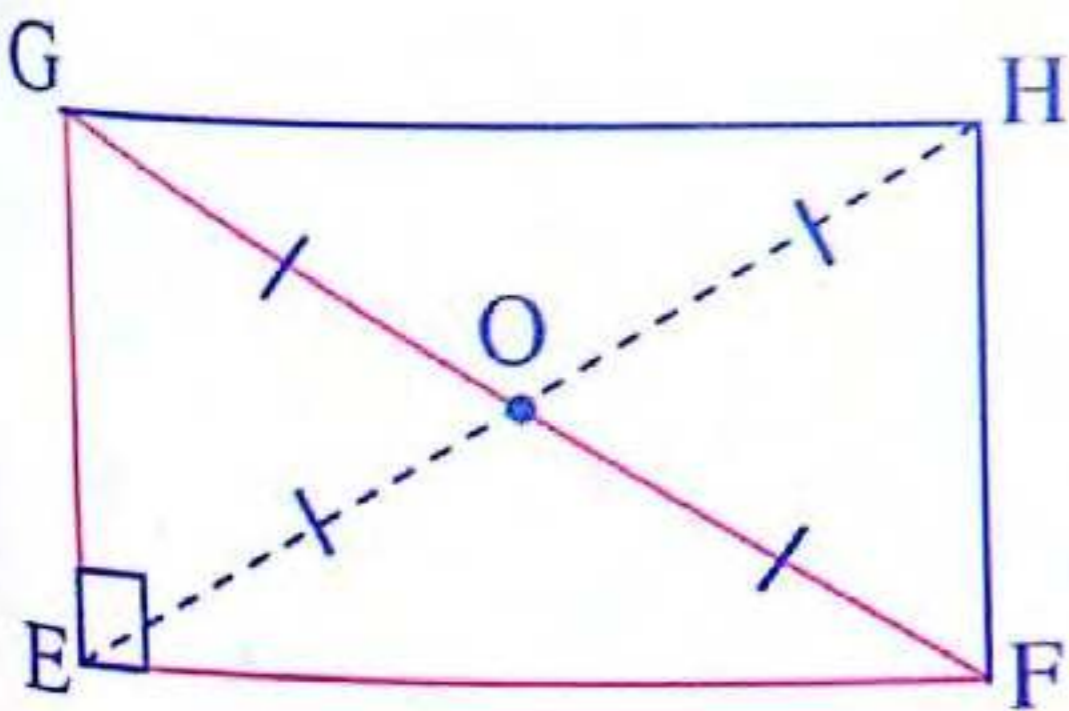
يكفي أن يكون المثلث EFG قائما في E.

■ لكي يكون EFHG معينًا ، يكفي أن

يكون المثلث EFG متساوي الساقين في E.

■ لكي يكون EFHG مربعًا، يكفي أن يكون

المثلث EFG قائما في E و متساوي الساقين.



1 تعيين قيمة  $x$  بحيث يكون نصف المحيط مساويا  $20\text{cm}$ .  
 لدينا :  $x + 1 + 7 = 20$  أي :  $x = 20 - 8 = 12$   
 ومنه :  $x = 12$  أي :  $x = 6$

2 تعيين قيمة  $x$  بحيث يكون متوازي الأضلاع ABCD معينًا.  
 أي :  $x + 1 = 7$  ومنه :  $x = 6$  أي :  $x = 3$   
 3 حساب محيط المعين.

لدينا :  $P = 4 \times 7$  أي :  $P = 28 \text{ cm}$ .

1 حساب  $A$  مساحة متوازي الأضلاع EFGH.  
 لدينا :  $A = 9 \times 5$  أي :  $A = 45 \text{ cm}^2$

2 حساب FG.

نعلم أيضا أن المساحة  $A$  هي أيضا :  $EM \times FG = A$   
 علما أن :  $EM = 6\text{cm}$  و  $A = 45\text{cm}^2$   
 ومنه :  $FG = 45 \div 6$  أي :  $FG = 7,5 \text{ cm}$   
 إذن :  $FG = 7,5 \text{ cm}$

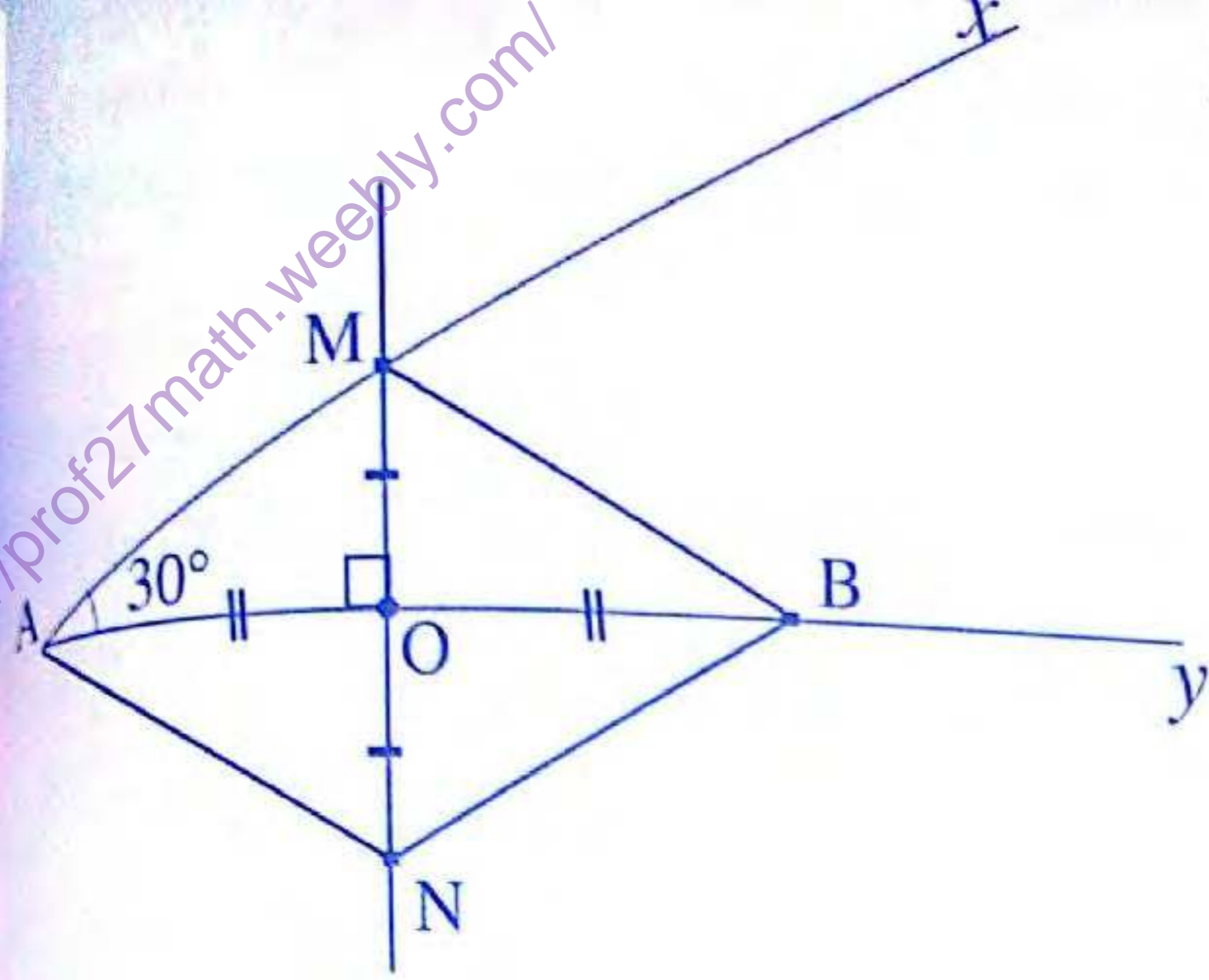
المطلوب : إثبات أن  $AC = EF$ .

- البرهان : ■ بما أن ABCD مستطيل ، فإن :  $AC = DF$  .... ①  
 لأن قطري المستطيل لهما نفس الطول.  
 ■ بما أن BDEF متوازي أضلاع ، فإن :  $DF = EF$  .... ②  
 لأن كل ضلعين متقابلين لهما نفس الطول.  
 من ① و ② نستنتج أن  $AC = EF$ .

رسم الشكل حسب المعطيات.

1 حساب  $(\widehat{AMO})$

المثلث AOM قائم في O،



$$\begin{aligned} \widehat{AMO} + \widehat{OAM} &= 90^\circ \text{ إذن:} \\ \widehat{AMO} + 30^\circ &= 90^\circ \text{ أي:} \\ \widehat{AMO} &= 30^\circ - 90^\circ \\ \widehat{AMO} &= 60^\circ \text{ إذن:} \end{aligned}$$

2 طبيعة المثلث AMB ؟

بما أن O منتصف [AB]

و  $(MO) \perp (AB)$

فإن (MO) محور [AB]

ومنه المثلث AMB متساوي الساقين في M .

3 طبيعة الرباعي AMBN ؟

في الرباعي AMBN ، القطران [AB] و [MN] متناصفان و متعامدان

إذن AMBN معين.

Yasmine Hind

78

التمرين

1 نبين أن EFDC متوازي أضلاع.

البرهان: بما أن ABCD مستطيل فإن :

$$\textcircled{1} \dots (AB) // (CD) \text{ و } AB = CD \dots \textcircled{1}$$

وبما أن ABEF متوازي أضلاع فإن :

$$\textcircled{2} \dots (AB) // (EF) \text{ و } AB = EF \dots \textcircled{2}$$

من  $\textcircled{1}$  و  $\textcircled{2}$  نستنتج أن:  $(CD) // (EF)$  و  $CD = EF$

إذن الرباعي EFDC متوازي أضلاع (من خواص الأضلاع)

2 أ. حساب طول السياج (P محيط قطعة الأرض).

$$\text{لدينا: } P = AD + DC + BC + BE + EF + AF$$

$$\text{أي: } P = 80 + 125 + 80 + 70 + 125 + 70$$

$$\text{ومنه: } P = 550 \text{ m} = 55 \text{ dam}$$

إذن طول السياج هو 55 dam.

ب. حساب ثمن السياج .

لدينا:  $55 \times 23100 = 420$  ، إذن ثمن السياج هو  $23100DA$

③ تكلفة وضع السياج = ثمن الشراء + المصاريف

لدينا:  $550 + 23100 \times 34100 = 11000 + 550 = 20$

إذن التكلفة هي  $34100DA$  .

### التمرين 19

رسم الشكل حسب المعطيات .

① نبين أن  $ACHD$  متوازي الأضلاع ،

الرباعي  $ACHD$  قطراه  $[DC]$  و  $[AH]$

لهما نفس المنتصف  $E$  ، فهو متوازي أضلاع .

ومنه  $AD = CH$  و  $(AD) \parallel (CH)$

لكن :  $AD = BC$  و  $(AD) \parallel (BC)$

نستنتج أن  $(CH) \parallel (BC)$  ، إذن  $C \in [BH]$

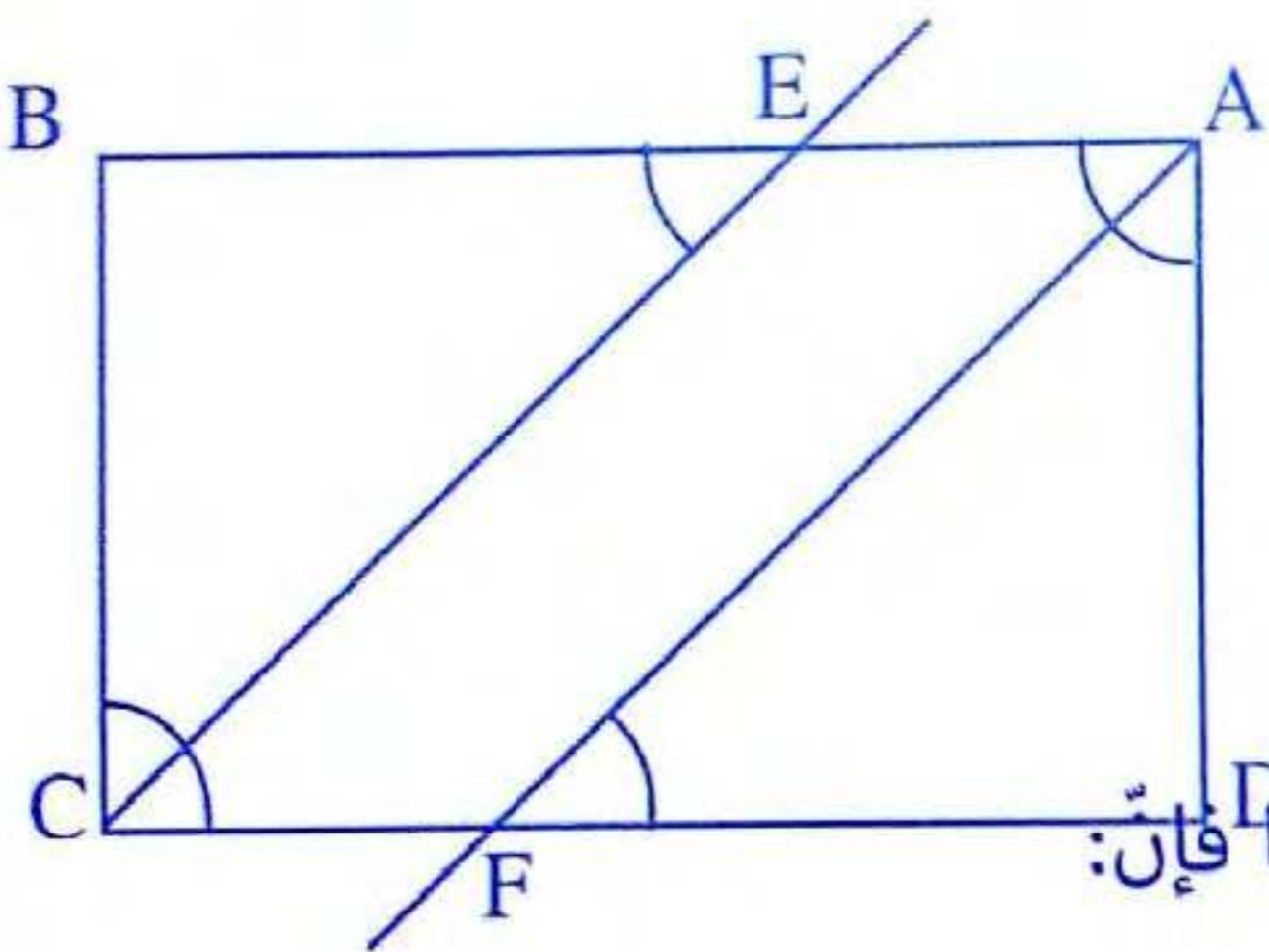
و أن  $BC = CH$  ، إذن  $C$  منتصف  $[BH]$  .

ومنه :  $BH = 2BC$  ، أي :  $BH = 6cm$  .

② حساب مساحة الشكل  $ABHD$  .

الرباعي  $ABHD$  شبه منحرف قائم في  $A$  و  $B$  ، لأن  $(AD) \parallel (BH)$  .

لدينا :  $A = 18$  ، أي :  $A = \frac{(AD+BH) \times AB}{2} = \frac{(3+6) \times 4}{2}$



### التمرين 20

① رسم الشكل حسب المعطيات .

② بما أن  $[AF]$  منتصف  $\hat{A}$

فإن  $\widehat{EAF} = \widehat{FAD} = 45^\circ \dots (1)$

وبما أن  $(AB) \parallel (CD)$  و  $(AF)$  قاطع لهما فإن :

$\widehat{EAF} = \widehat{AFD}$  بالتبادل الداخلي... ②

من ① و ② نستنتج أن  $\widehat{AFD} = 45^\circ$

و بنفس الطريقة نجد أن  $\widehat{ECF} = 45^\circ$

ومنه :  $\widehat{ECF} = \widehat{AFD}$

3 نبيّن أنّ  $(AF) \parallel (EC)$

بما أنّ المستقيم  $(CD)$  قاطع للمستقيمين  $(AF)$  و  $(EC)$  و  $\widehat{ECF} = \widehat{AFD}$

إذن :  $(AF) \parallel (EC)$  .

4 نبيّن أنّ الرباعي  $AECF$  متوازي أضلاع .

بما أنّ :  $(AF) \parallel (EC)$  و  $(AE) \parallel (CF)$

إذن الرباعي  $AECF$  متوازي أضلاع .

5 ■ حساب الطول  $CF$  .

مما سبق لدينا :  $\widehat{AFD} = \widehat{FAD} = 45^\circ$

إذن المثلث  $DAF$  متساوي الساقين في  $D$  ومنه :  $AD = DF = 3\text{cm}$

ولدينا :  $CF = CD - DF = 5 - 3 = 2\text{cm}$  أي :  $CF = 2\text{cm}$

■ حساب  $A$  مساحة متوازي الأضلاع  $AECF$  .

لدينا :  $A = CF \times AD = 2 \times 3$  ،  $A = 6\text{ cm}^2$  .