

# Yasmine Hind

## التناظر المركزي

### التمرين 1

- 1 أنقل الشكل على ورقة مرصوفة
- 2 بالإعتماد على المرصوفة عيّن النقط  $E'$  ،  $F'$  ،  $G'$  ،  $H'$  نظائر النقط  $E$  ،  $F$  ،  $G$  ،  $H$  بالنسبة إلى  $O$  على الترتيب.

### التمرين 2

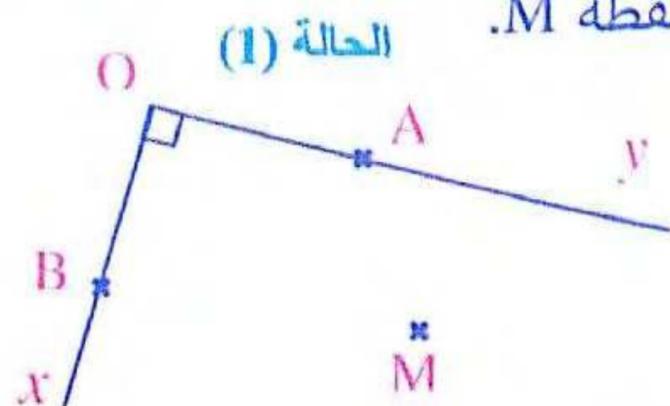
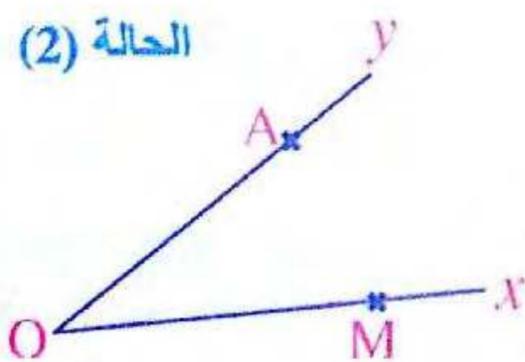
- ارسم مثلثا  $ABC$  متساوي الساقين في  $A$  ،  
 انشئ النقطة  $M$  نظيرة  $A$  بالنسبة إلى  $(BC)$  ،  
 المستقيم  $(AM)$  يقطع  $[BC]$  في  $O$  .
- 1 ما طبيعة الرباعي  $ABMC$  ؟
  - 2 بيّن أن  $O$  هي مركز تناظر  $ABMC$  ؟

### التمرين 3

- 1 ارسم مثلثا  $ABC$  ، انشيء النقطة  $M$  منتصف  $[BC]$
- 2 انشيء النقطة  $E$  نظيرة  $A$  بالنسبة إلى  $M$  .
- 3 ما هي نظيرة كل من  $B$  ،  $C$  بالنسبة إلى  $M$
- 3 ما هو نظير المثلث  $ABC$  بالنسبة إلى  $M$  ؟

### التمرين 4

في الحالتين الآتيتين، انشيء نظيرة الزاوية  $(xOy)$  بالنسبة إلى النقطة  $M$  .



### التمرين 5

في الشكل المقابل :

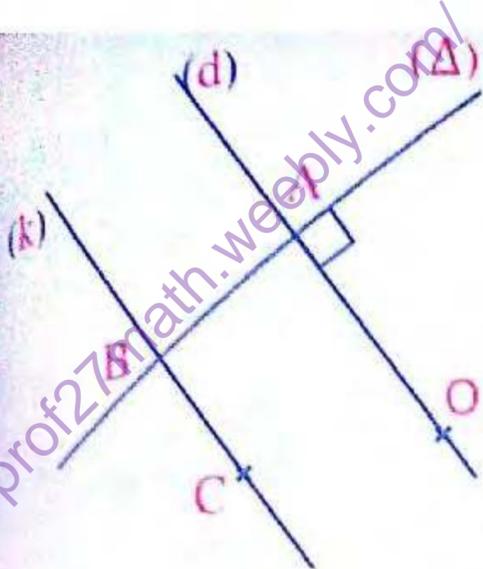
$(d) \parallel (k)$  و  $(d) \perp (\Delta)$ .

1 انشئ المستقيمين  $(k')$  ،  $(\Delta')$

نظيرا  $(k)$  ،  $(\Delta)$  بالنسبة إلى  $O$  على الترتيب.

2 ما هو وضع المستقيمين  $(d')$  و  $(k')$  ثم  $(\Delta')$  و  $(d')$

ثم  $(\Delta')$  و  $(k')$ . برّر أجوبتك .



YH

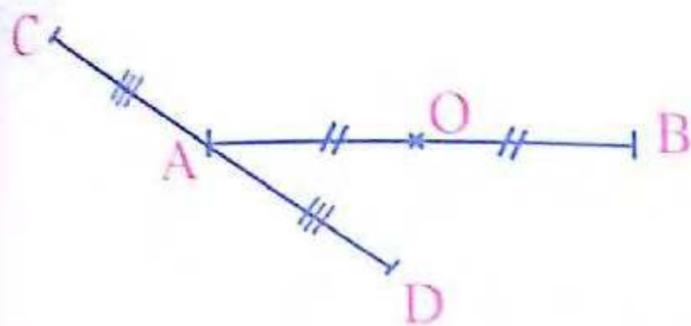
### التمرين 6

1 انقل الشكل المقابل على ورقة بيضاء.

2 ما هي نظيرة النقطة  $A$  بالنسبة إلى  $O$ .

3 انشئ النقطتين  $B'$  ،  $C'$  نظيرتي  $B$  ،  $C$  بالنسبة إلى  $O$ .

4 النقطة  $B$  منتصف  $[C'D']$ . لماذا ؟



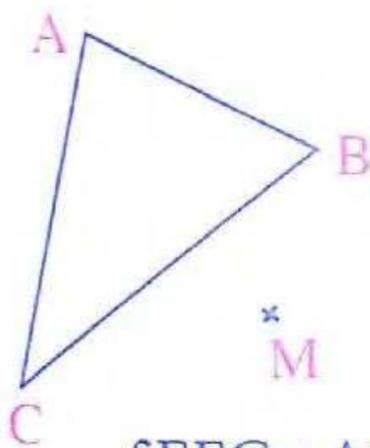
### التمرين 7

1 ارسم مثيلا للشكل المقابل على ورقة بيضاء.

انشئ النقط  $E$  ،  $F$  ،  $G$  نظائر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$

بالنسبة إلى النقطة  $M$  على الترتيب.

2 ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة إلى أضلاع المثلثين  $ABC$  و  $EFG$ ؟



### التمرين 8

$ABC$  مثلث ،  $M$  منتصف  $[AC]$  .

انشيء  $E$  نظيرة  $B$  بالنسبة إلى  $M$  في كل من الحالات الآتية :

1  $AB = BC$  ، ما نوع المثلث  $AEC$ ؟ برّر إجابتك .

2 المثلث  $ABC$  قائم في  $B$  ، ما نوع المثلث  $AEC$ ؟ برّر إجابتك .

3  $AB = BC$  ، ما نوع الرباعي  $ABCE$ ؟ برّر إجابتك .

4 المثلث  $ABC$  قائم في  $B$  و متساوي الساقين ، ما نوع الرباعي  $ABCE$ ؟ برّر إجابتك .

### التمرين 9

1 ارسم دائرة  $(C)$  مركزها  $O$  ،  $[BC]$  قطر لها، ثم عيّن نقطة  $A$

من الدائرة (C) حيث :  $\widehat{BOA} = 60^\circ$ .

2 انشيء النقط  $B'$ ،  $O'$ ،  $C'$  نظائر النقط  $B$ ،  $O$ ،  $C$  بالنسبة إلى  $A$ .  
بين أن  $O'$  منتصف  $[B'C']$ .

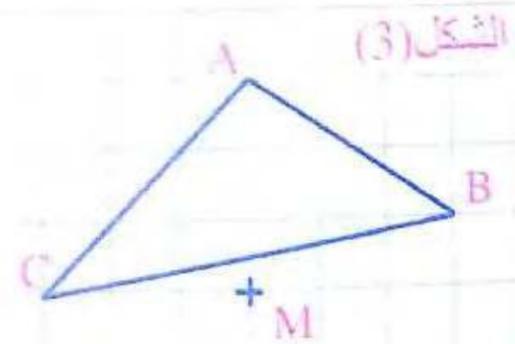
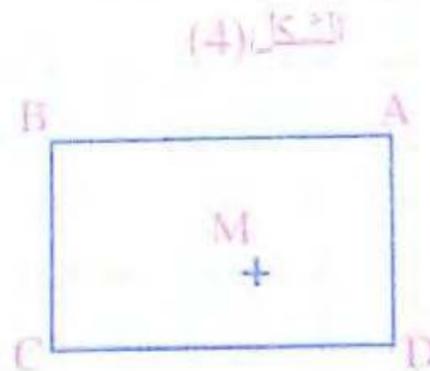
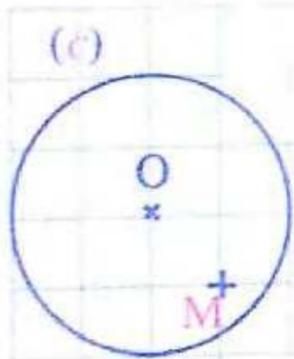
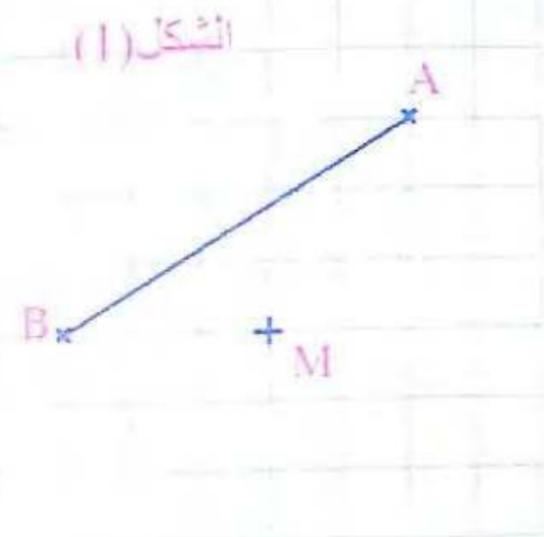
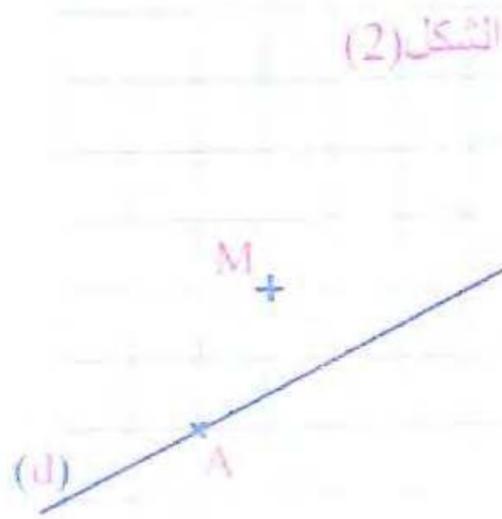
3 ما هو مركز الدائرة ( $C'$ ) نظيرة ( $C$ ) بالنسبة إلى  $O$  ؟  
و ما هو قطرها ؟

4 عيّن قيس الزاوية  $AO'B'$ .

YH

### التمرين 10

أنقل الشكل على ورقة مرصوفة ، ثم ارسم نظيره بالنسبة إلى  $M$ .



### التمرين 11

1 ارسم معلما متعامدا و متجانسا مبدؤه النقطة  $O$  ، ثم عَلم النقط:

$$A(+3; +2) , B(+2; +4) , C(-3; -3) , D(-2; -4)$$

2 تحقق من أن  $A$  و  $C$  متناظرتان بالنسبة إلى  $O$

وكذلك  $B$  و  $D$  متناظرتان بالنسبة إلى  $O$ .

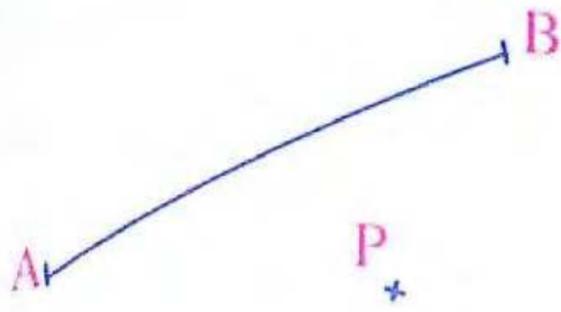
3 ما هي نظيرة كل من النقطتين  $E(-4; 0)$  ،  $F(0; +3)$

النقطتان  $G$  ،  $H$  نظيرتي  $E$  ،  $F$  بالنسبة إلى  $O$  على الترتيب.

عين إحداثي كل من  $G$  ،  $H$  .  
 4 ما هي طبيعة الرباعي  $EFGH$  ؟

### التمرين 12

في الشكل التالي، النقطة  $P$  هي مركز تناظر الرباعي  $ABCD$  الذي اختفى جزء منه .



1 أكتب برنامج إنشاء الرباعي  $ABCD$  .

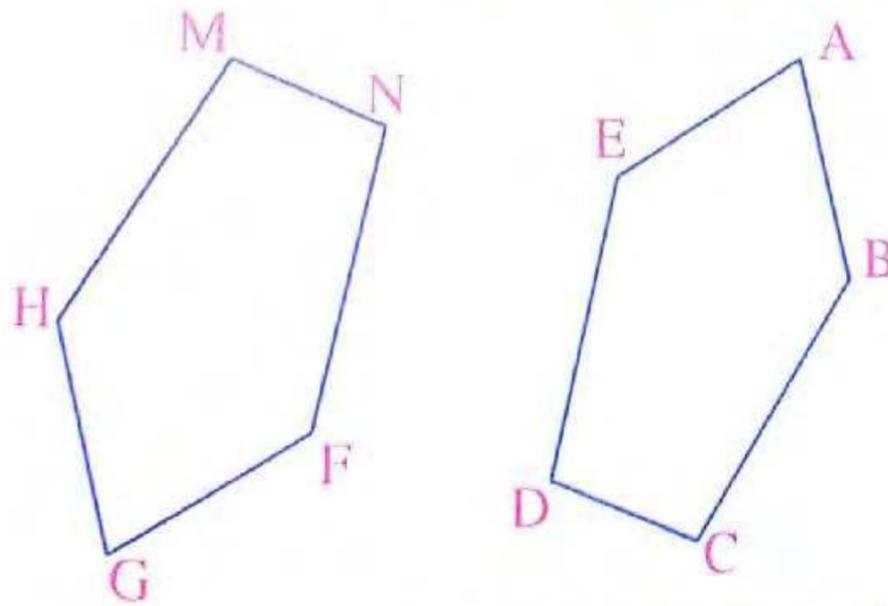
### التمرين 13

$ABCD$  متوازي أضلاع مركز تناظره النقطة  $O$  .  
 انشئ النقط  $A'$  ،  $O'$  ،  $C'$  نظائر النقط  $A$  ،  $O$  ،  $C$  بالنسبة إلى  $B$  .

- 1 أرسم شكلا يترجم هذه المعطيات .
- 2 بين أن النقط  $A'$  ،  $O'$  ،  $C'$  في استقامية .
- 3 بين  $O'$  منتصف  $[A'C']$  .

### التمرين 14

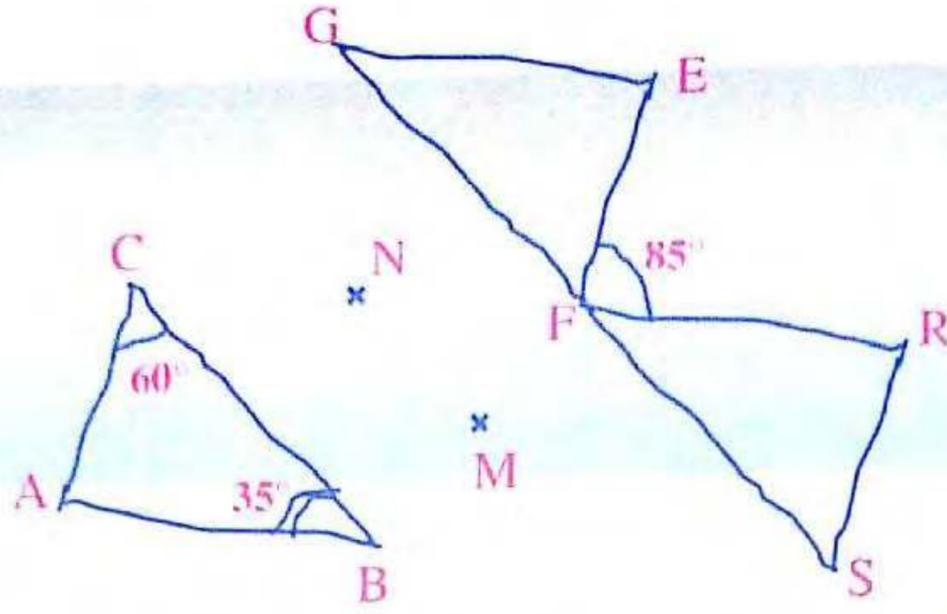
الشكلان متناظران بالنسبة إلى نقطة  $O$  .



- 1 عين النقطة  $O$  باستعمال المسطرة فقط .
- 2 بالنسبة إلى النقطة  $O$  عين نظير كل من :  
 المثلث  $ABC$  ، الرباعي  $MNGH$  ، الرباعي  $ABDE$  .

### التمرين 15

الشكل المقابل مرسوم بيد حرّة ،  
 ■ المثلثان  $EGF$  و  $ABC$  متناظران  
 بالنسبة إلى النقطة  $N$  .



■ المثلثان  $ABC$  و  $RFS$  متناظران بالنسبة إلى النقطة  $M$ .  
بين أن النقط  $G$  ،  $F$  ،  $S$  على استقامة واحدة .

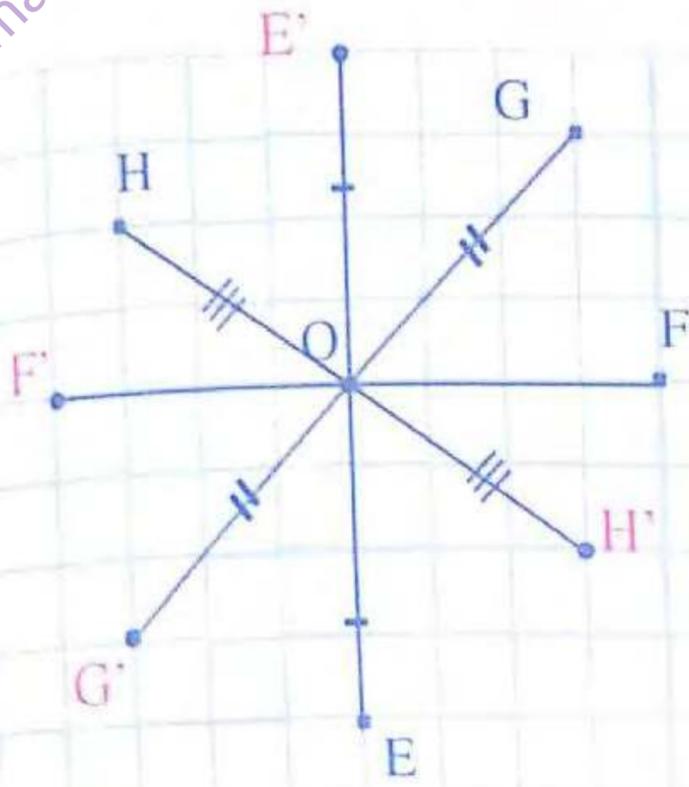
### التمرين 16

- 1 ارسم دائرتين  $(C)$  و  $(C')$  لهما نفس المركز  $O$  ،  
قطران  $[AB]$  ،  $[MN]$  لهما على الترتيب حيث  $M$  ،  $N$  لا  
تنتميان إلى  $[AB]$  .
- 2 بين أن  $AM = BN$  و أن  $\hat{OMA} = \hat{ONB}$

### التمرين 17

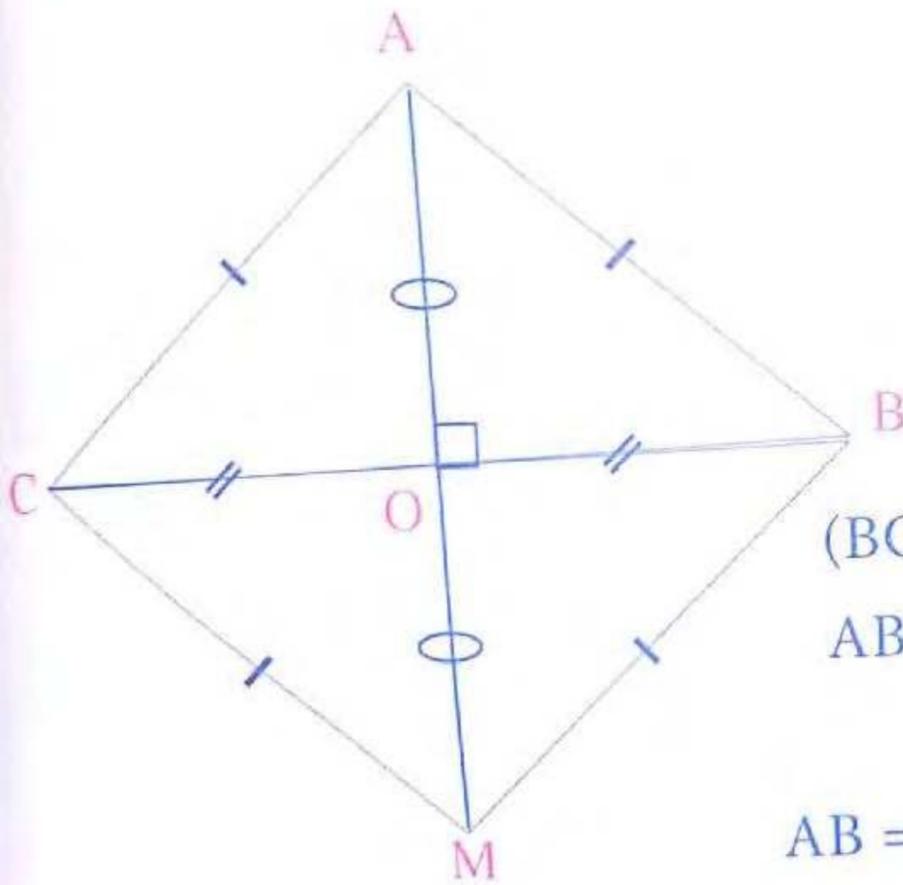
- $OAB$  مثلث قائم في  $O$  ، حيث :  $OB = 2\text{cm}$  ،  $OA = 3\text{cm}$  .  
انشئ النقطتين  $C$  ،  $D$  نظيرتي  $A$  ،  $B$  بالنسبة إلى  $O$  على الترتيب
- 1 ارسم الشكل بدقة .
  - 2 بين أن الرباعي  $ABCD$  معين ، ثم احسب مساحته .

# الحلول



## التمرين 1

- 1 نقل الشكل على مرصوفة.
- 2 نستعمل المسطرة و المدور لإنشاء النقط  $E'$ ,  $F'$ ,  $G'$ ,  $H'$  تذكّر أن  $E'$  نظيرة  $E$  بالنسبة إلى  $O$  يعني  $O$  منتصف  $[EE']$ . (أنظر الشكل)

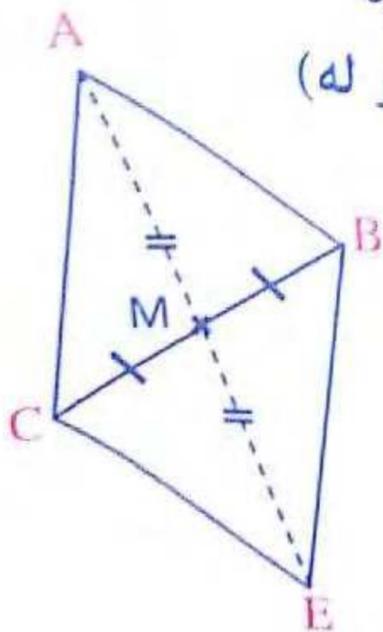


## التمرين 2

رسم الشكل حسب المعطيات.

- 1 طبيعة الرباعي  $ABKC$ ؟  
بما أنّ  $M$  نظيرة  $A$  بالنسبة إلى  $(BC)$  فإن المثلث  $MCB$  نظير المثلث  $ABC$  بالنسبة إلى  $(BC)$  نستنتج أنّ:  $AB = AC = BM = MC$  إذن الرباعي  $ABMC$  معيّن .

- 2 بما أنّ  $ABMC$  معيّن فإنّ النقطة  $O$  هي مركز تناظره (تذكّر أنّ: نقطة تقاطع قطري المعين هي مركز تناظر له)

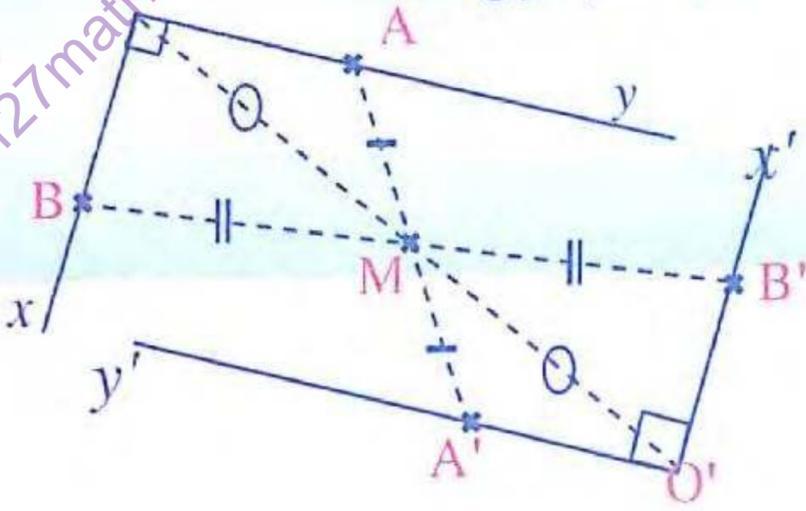


## التمرين 3

- 1 رسم الشكل حسب المعطيات .
- 2 بما أنّ  $M$  منتصف  $[BC]$  فإنّ  $B$  و  $C$  متناظرتان بالنسبة إلى  $M$  .
- 3 نظير المثلث  $ABC$  بالنسبة إلى  $M$  هو

المثلث ECB ، لأنّ النقط E ، C ، B

هي على الترتيب نظائر النقط A ، B ، C بالنسبة إلى M .



#### التمرين 4

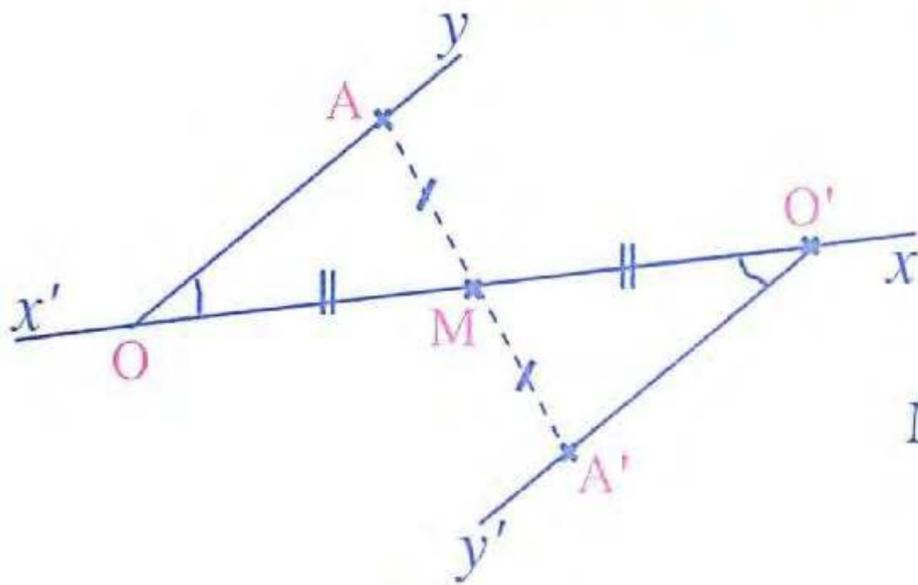
##### الحالة (1)

أنشأنا النقط  $A'$  ،  $B'$  ،  $O'$

نظائر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $O$

بالنسبة إلى  $M$  .

إذن نظيرة الزاوية  $\widehat{xOy}$  بالنسبة إلى  $M$  هي الزاوية  $\widehat{x'O'y'}$  .



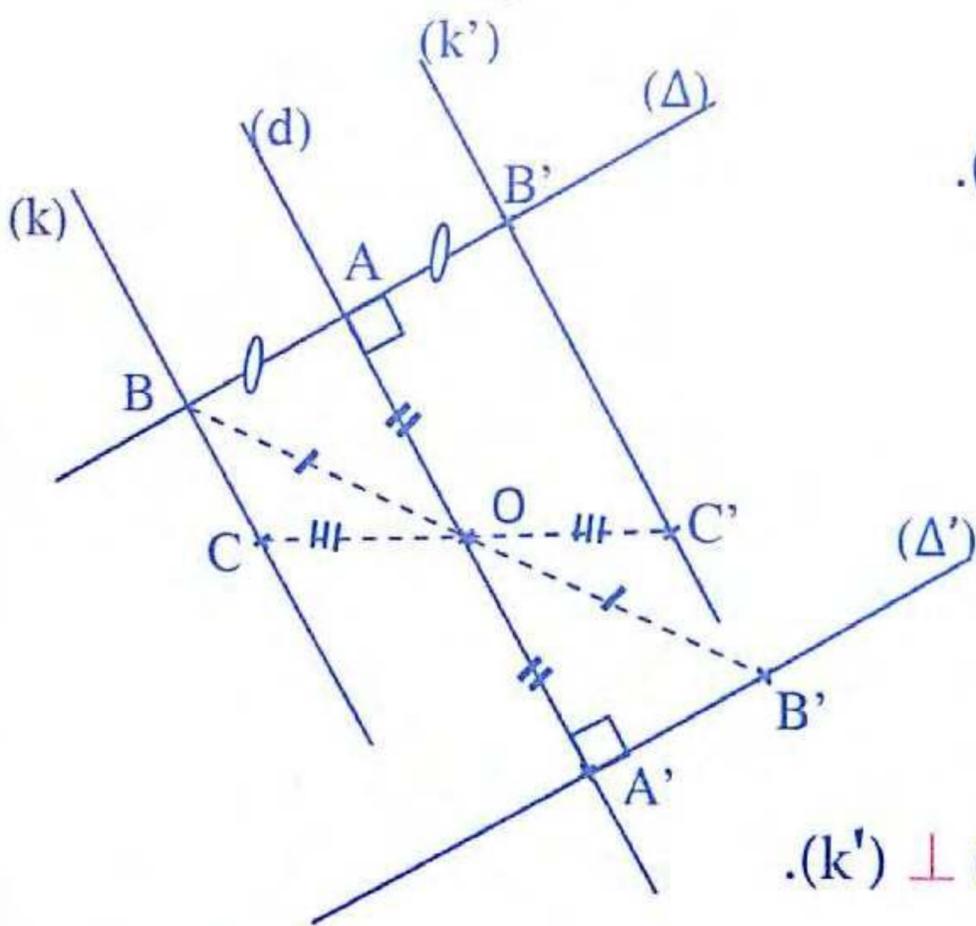
##### الحالة (2)

أنشأنا النقطتين  $A'$  ،  $O'$

نظيرتي  $A$  ،  $O$  بالنسبة إلى  $M$  .

إذن نظيرة  $\widehat{xOy}$  بالنسبة إلى  $M$

هي الزاوية  $\widehat{x'O'y'}$  .



#### التمرين 5

1 إنشاء المستقيمين  $(\Delta')$  و  $(k')$  .

باستعمال الكوس و المسطرة .

2 بما أنّ  $(k) \parallel (d)$

و  $(k')$  نظير  $(k)$  بالنسبة

إلى  $O$  فإنّ  $(k') \parallel (d)$  .

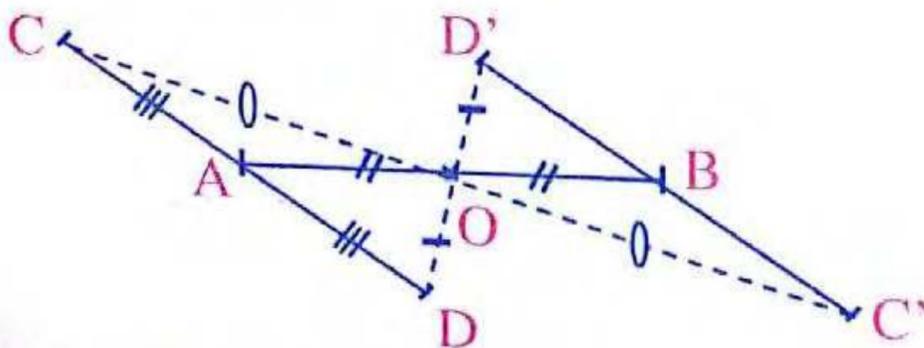
بما أنّ  $(\Delta) \perp (d)$  و  $(\Delta')$

نظير  $(\Delta)$  فإنّ  $(\Delta') \perp (d)$  .

بما أنّ  $(k) \perp (\Delta)$  فإنّ  $(k') \perp (\Delta')$  .

#### التمرين 6

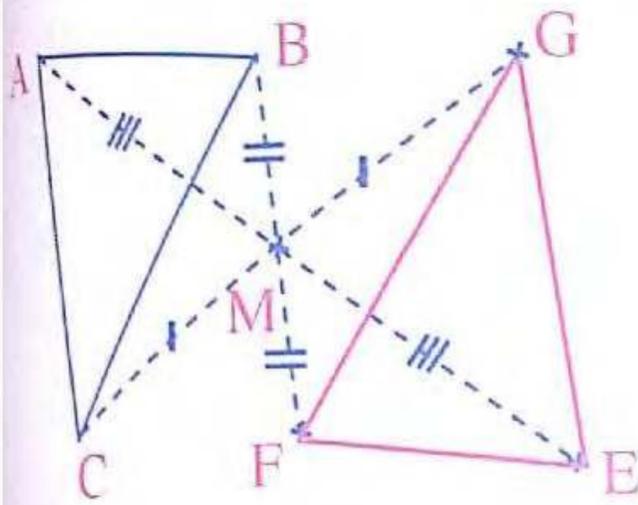
1 رسم مثيل للشكل .



- 2 نظيرة النقطة A هي B لأن O منتصف [AB].  
 3 باستعمال المسطرة والمدور يتم إنشاء النقطتين C' و D'  
 C' نظيرة C بالنسبة إلى O يعني O منتصف [CC']  
 D' نظيرة D بالنسبة إلى O يعني O منتصف [DD']  
 4 النقطة B منتصف [C'D'] لأن:

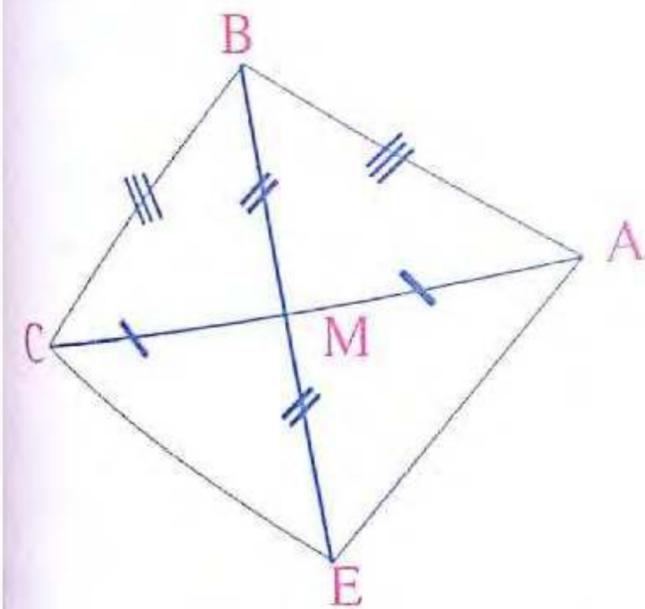
B نظيرة A بالنسبة إلى O و [C'D'] نظيرة [CD]  
 بما أن A منتصف [CD] فإن B منتصف [C'D'].

YH



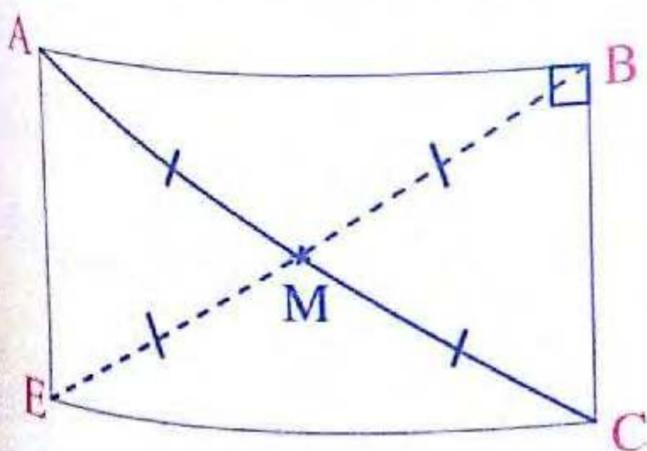
### 7 التمرين

- 1 رسم الشكل حسب المعطيات.  
 2 بما أن النقط E, F, G هي على الترتيب نظائر النقط A, B, C بالنسبة إلى M فإن المثلثين EFG و ABC متناظران بالنسبة إلى M ،  
 إذن:  $EF = AB$  ،  $FG = BC$  ،  $EG = AC$   
 ( لأنّ التناظر المركزي يحفظ الأطوال )

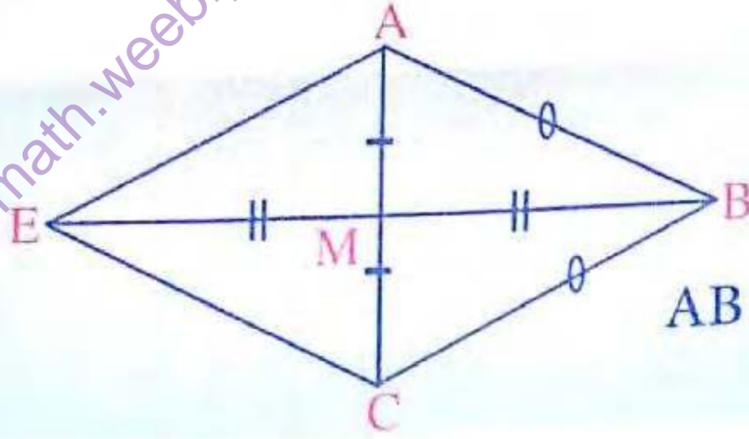


### 8 التمرين

- 1 النقط A, E, C هي على الترتيب نظائر النقط C, B, A بالنسبة إلى M .  
 إذن، المثلث AEC هو نظير المثلث ABC بالنسبة إلى M .  
 و بما أن المثلث ABC متساوي الساقين في B ، فإن المثلث AEC متساوي الساقين في E ( لأنّ E نظيرة B )  
 2 المثلث ABC قائم في B  
 بما أن المثلث AEC نظير المثلث ABC القائم في B فإن المثلث ACE قائم في E .







$$AB = BC \quad ③$$

بما أن المثلث AEC هو نظير

المثلث ABC بالنسبة إلى M

و  $AB = BC = AE = EC$  فإنّ:

إذن الرباعي ABCE معين .

④ المثلث ABC قائم في B و  $AB = BC$

بما أن المثلث AEC نظير المثلث ABC

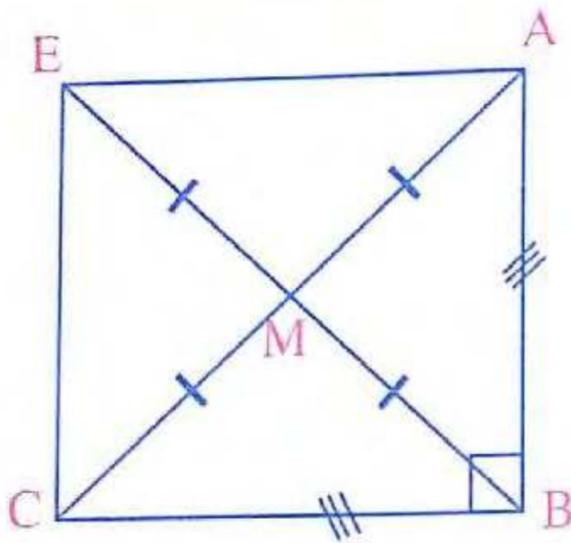
بالنسبة إلى M فإنّ:

$$\widehat{AEC} = \widehat{ABC} = 90^\circ$$

$$AB = BC = AE = EC$$

الرباعي ABCE أضلاعه متقايسة وفيه

زاوية قائمة فهو مربع.



## التمرين 9

① رسم الشكل حسب المعطيات.

(لا تنسى:  $C'$  نظيرة  $C$  بالنسبة إلى A يعني A منتصف  $[CC']$ )

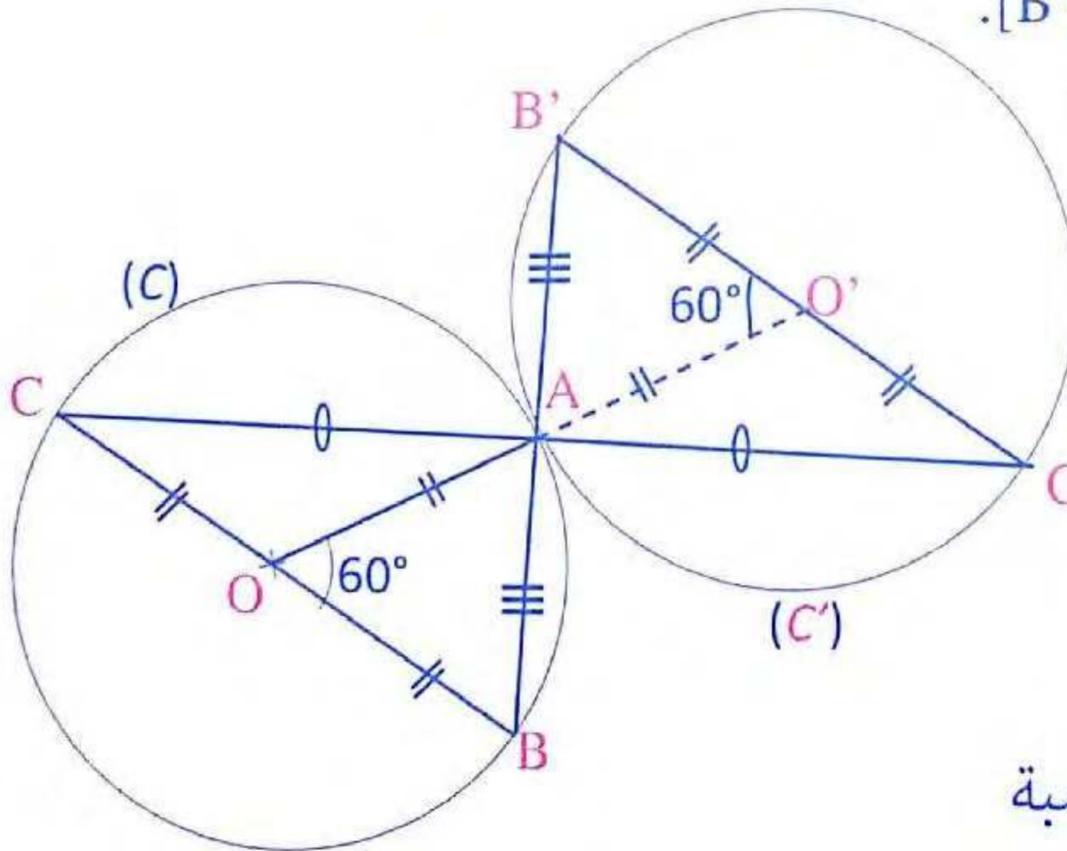
② نبين أنّ  $O'$  منتصف  $[B'C']$ .

بالتناظر الذي مركزه A :

$O'$  نظيرة O

$B'$  نظيرة B

$C'$  نظيرة C



إذن  $[B'C']$  نظيرة  $[BC]$ .

وبما أنّ O منتصف  $[BC]$

فإنّ  $O'$  منتصف  $[B'C']$ .

③ بما أنّ  $O'$  نظيرة O بالنسبة

إلى A فإنّ  $O'$  هي مركز

الدائرة  $(C')$  نظيرة الدائرة (C) و أنّ قطرها هو  $[B'C']$ .

④ الزاوية  $AO'B'$  نظيرة الزاوية  $AOB$  بالنسبة إلى A.

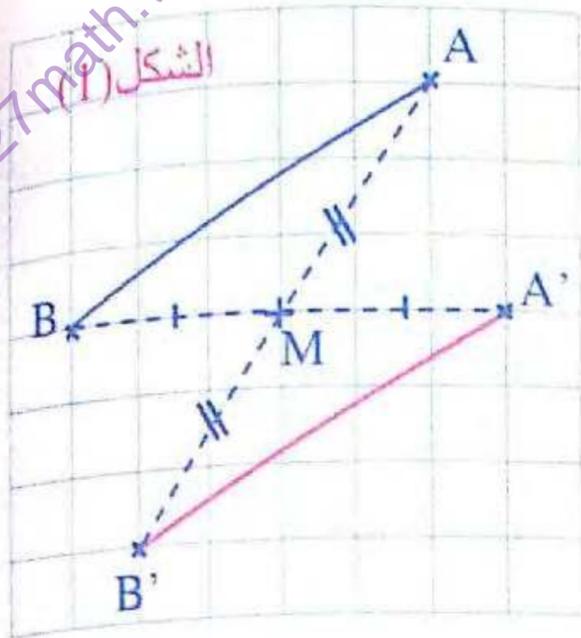
إذن:  $\widehat{AOB} = \widehat{AO'B'}$  (التناظر المركزي يحفظ الأقياس).

نستنتج أن:  $\widehat{AO'B'} = 60^\circ$

YH

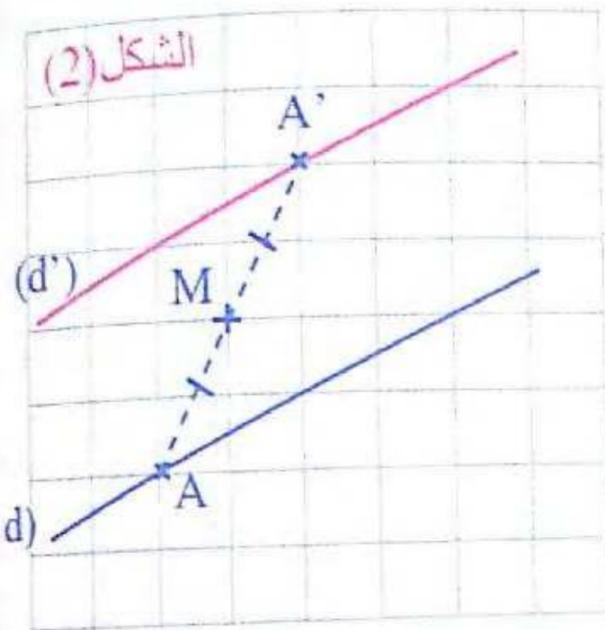
التمرين 10

■ في الشكل (1): القطعة  $[A'B']$  نظيرة القطعة  $[AB]$  بالنسبة إلى النقطة  $M$ .



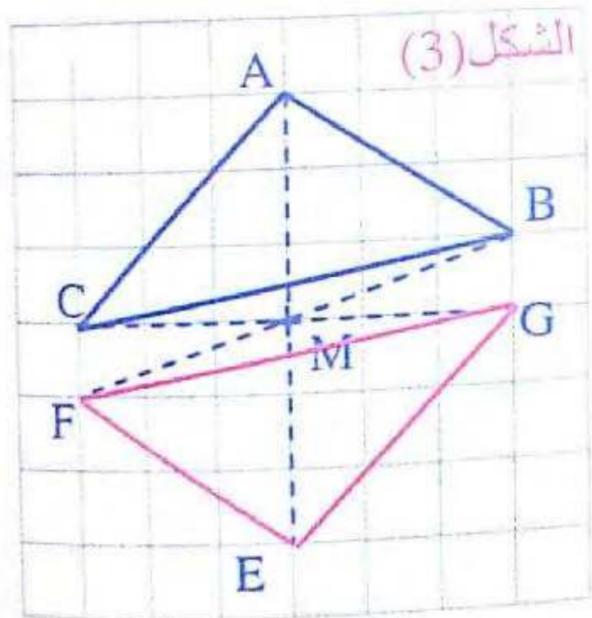
■ في الشكل (2):

المستقيم  $(d')$  نظير المستقيم  $(d)$  بالنسبة إلى  $M$ .

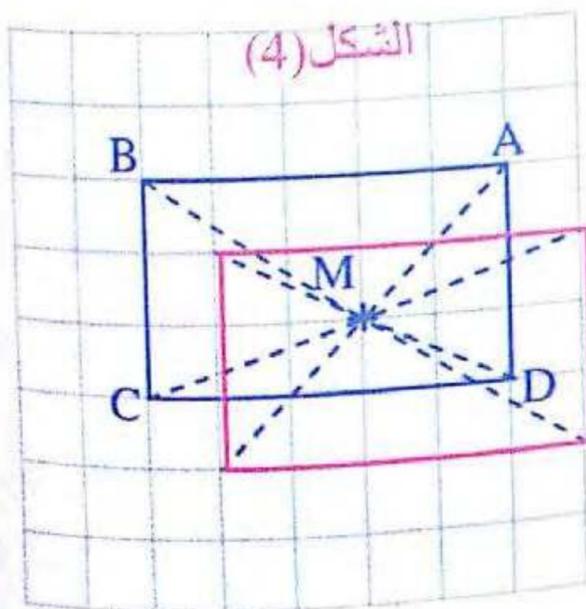


■ في الشكل (3):

المثلث  $EFG$  نظير المثلث  $ABC$  بالنسبة إلى  $M$ .

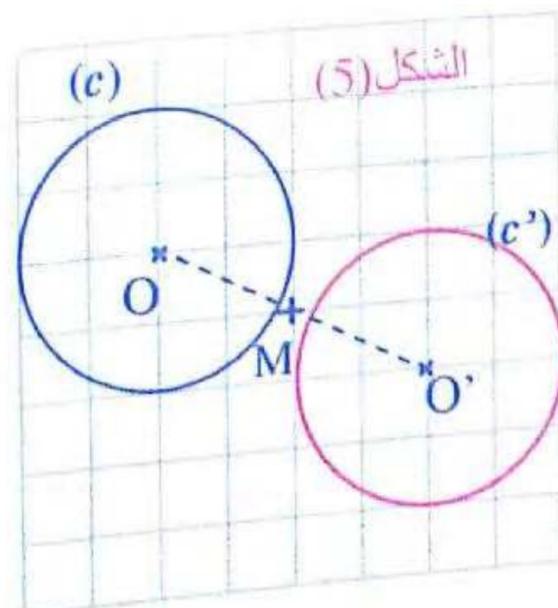


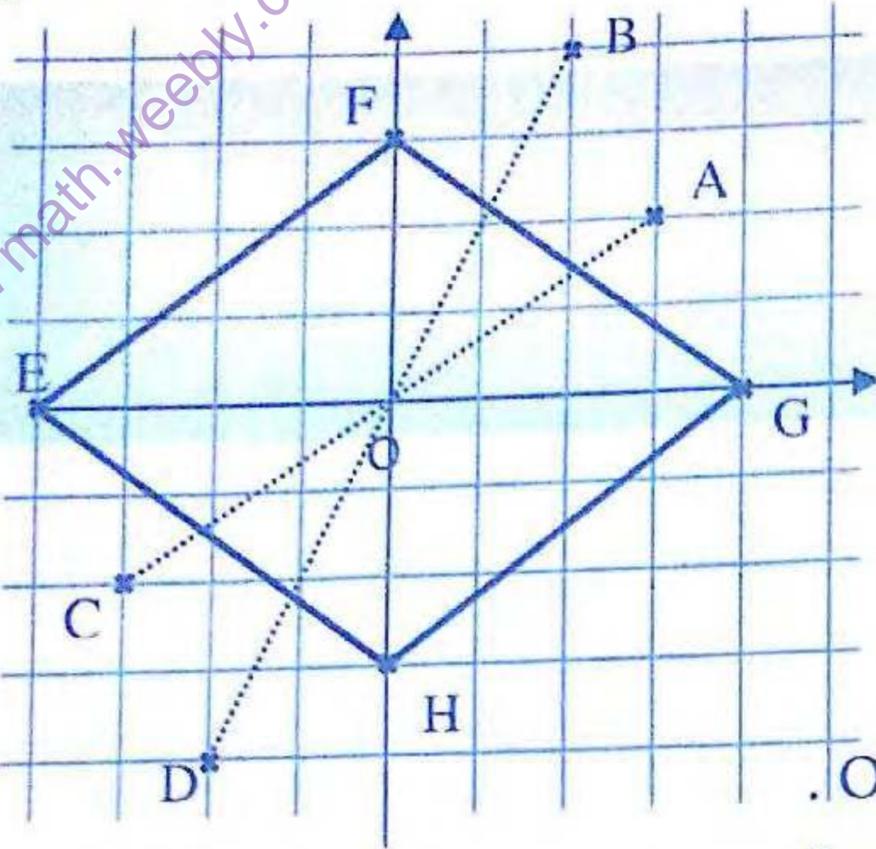
■ في الشكل (4) المستطيل  $EFGH$  نظير المستطيل  $ABCD$  بالنسبة إلى النقطة  $M$ .



■ في الشكل (5):

الدائرة  $(C')$  نظيرة الدائرة  $(C)$  بالنسبة إلى النقطة  $M$ .





1 رسم المعلم ، ثم تعليم النقط :

$$A(+3; +2) , B(+2; +4)$$

$$C(-3; -2) , D(-2; -4)$$

2 بالإعتماد على المرصوفة

نجد أن :

O منتصف كل من القطعتين

[BD] و [AC]

إذن A و C متناظرتان بالنسبة إلى O .

وكذلك B و D متناظرتان بالنسبة إلى O .

3 نظيرة E(-4; 0) بالنسبة إلى O هي النقطة G(+4; 0)

نظيرة F(0; +3) بالنسبة إلى O هي النقطة H(0; -3)

4 الرباعي KLMN معين لأن قطريه متعامدان و متناصفان .

YH

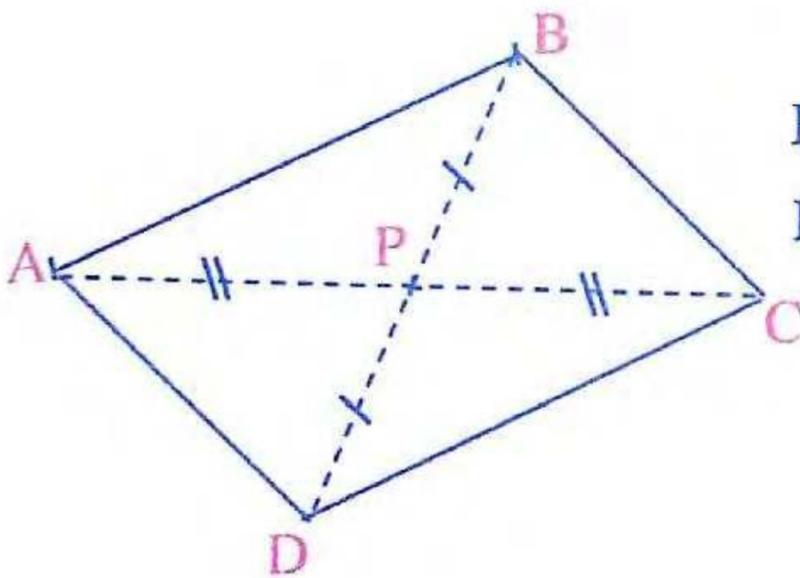
مراحل إنشاء الرباعي ABCD .

■ ننشئ النقطة C نظيرة A بالنسبة إلى P

■ ننشئ النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى P

فنتحصّل على الرباعي ABCD الذي

مركز تناظره النقطة P .



1 رسم الشكل حسب المعطيات .

2 بما أن النقط C ، O ، A في استقامية

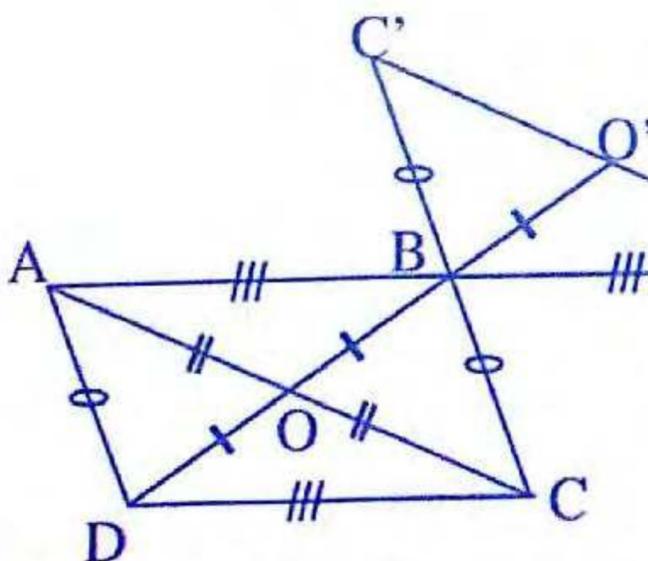
فإن نظائرها C' ، O' ، A' في استقامية أيضا .

لأن التناظر المركزي يحفظ الإستقامية .

3 نبين أن O' منتصف [A'C'] .

بما أن O هي مركز متوازي الأضلاع ABCD

فإن O منتصف [AC] .



وبما أن  $O'$  نظيرة  $O$  و  $[A'C']$  نظيرة  $[AC]$   
فإن  $O'$  منتصف  $[A'C']$ .

### التمرين 14

1 تعيين النقطة  $O$  ،

$O$  هي نقطة تقاطع القطعتين  
 $[EF]$  و  $[DN]$ . ( انظر الشكل )

2 بالتناظر الذي مركزه  $O$  يكون:

■ نظير المثلث  $ABC$  هو المثلث  $GHM$ .

■ نظير الرباعي  $MNGH$  هو الرباعي  $DCBA$ .

■ نظير الرباعي  $ABDE$  هو الرباعي  $GHNF$ .

### التمرين 15

لكي تكون النقط  $G$  ،  $F$  ،  $S$  على استقامة واحدة يكفي إثبات

$$\widehat{SFG} = 180^\circ$$

بما أن المثلثين  $EGF$  و  $ABC$  متناظرين بالنسبة إلى  $N$

$$\widehat{GFE} = 60^\circ \text{ ، نستنتج أن } \widehat{ACB} = \widehat{GFE}$$

بما أن المثلثين  $RFS$  و  $ABC$  متناظرين بالنسبة إلى  $M$

$$\widehat{RFS} = 35^\circ \text{ ، نستنتج أن } \widehat{RFS} = \widehat{ABC}$$

$$\text{لدينا: } \widehat{GFS} = \widehat{GFE} + \widehat{EFR} + \widehat{RFS}$$

$$\text{أي: } \widehat{GFS} = 60^\circ + 85^\circ + 35^\circ \text{ أي: } \widehat{GFS} = 180^\circ$$

إذن النقط  $G$  ،  $F$  ،  $S$  على استقامة واحدة

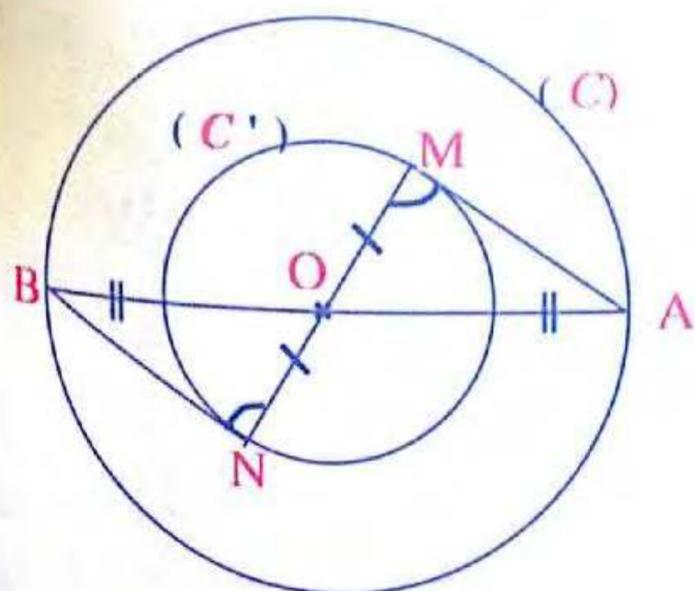
### التمرين 16

1 رسم الشكل حسب المعطيات .

2 نبين أن :  $AM = BN$

وأن :  $\widehat{OMA} = \widehat{ONB}$

■ بما أن  $O$  منتصف القطر  $[AB]$  ،

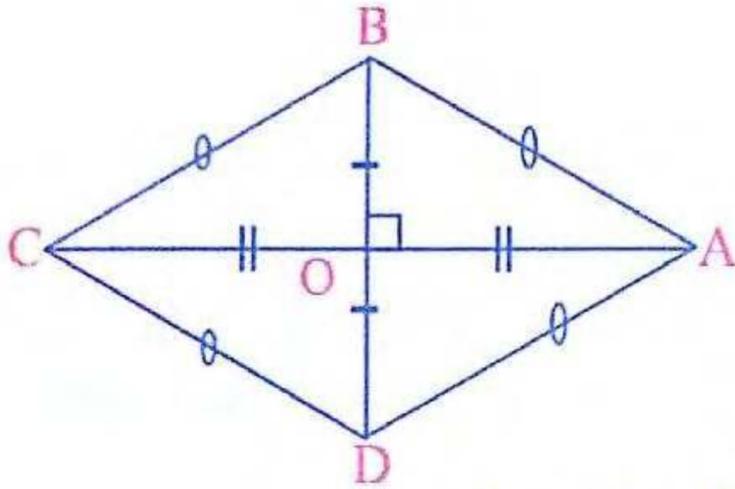


فإن  $A$  ،  $B$  متناظرتان بالنسبة إلى  $O$  .  
 ■ بما أن  $O$  منتصف القطر  $[MN]$  ،

فإن  $M$  ،  $N$  متناظرتان بالنسبة إلى  $O$  .

نستنتج أن  $[BN]$  نظيرة  $[AM]$  بالنسبة إلى  $O$ ، إذن:  $AM = BN$ .

وأن  $\widehat{ONB} = \widehat{OMA}$  نظيرة  $\widehat{OMA}$  بالنسبة إلى  $O$ ، إذن:  $\widehat{ONB} = \widehat{OMA}$



### التمرين 17

① رسم الشكل حسب المعطيات.

② ■ نبيّن أن  $ABCD$  معيّن.

بالتناظر الذي مركزه  $O$  نستنتج أن:

$$AB = BC = CD = AD$$

الرباعي  $ABCD$  أضلاعه لها نفس الطول ، فهو معيّن.

■ المعيّن  $ABCD$  مكوّن من 4 مثلثات لها نفس المساحة.

إذن مساحته هي:  $A = 4 \times \left(\frac{2 \times 3}{2}\right)$  أي:  $A = 12 \text{ cm}^2$