موقع الأستاذ بلحوسين لرياضيات التعليم المتوسط

https://prof27math.weebly.com/

السنة **الثالثة** متوسط

# المراجعة الشاملة

## (دروس ملخصة + تمارين محلولة)

من الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد

مجموعة الأستاذ بلحوسين لرياضيات التعليم المتوسط

https://www.facebook.com/groups/prof27math/

# دروس السنة الثالثة متوسط

## مواضيع الإرسال الأول


## مواضيع الإرسال الثاني


## مواضيع الإرسال الثالث


**مأخوذة من الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد**

**موقع الأستاذ بلحوسين لرياضيات التعليم المتوسط**

https://prof27math.weebly.com/

# مواضيع الإرسال الأول

يتضمن هذا الإرسال المواضيع التالية:

- ❖ حالات تقايس المثلثات
- ❖ العمليات على الكسور
- ❖ المستقيمات المتوازية في المثلث
- ❖ الأعداد النسبية
- ❖ المستقيمات الخاصة في المثلث
- ❖ الأعداد الناطقة

# حالات تقايس المثلثات

## تصميم الدرس

- المثلثان المتقايسان
- حالات تقايس المثلثات
- تمارين ومشكلات

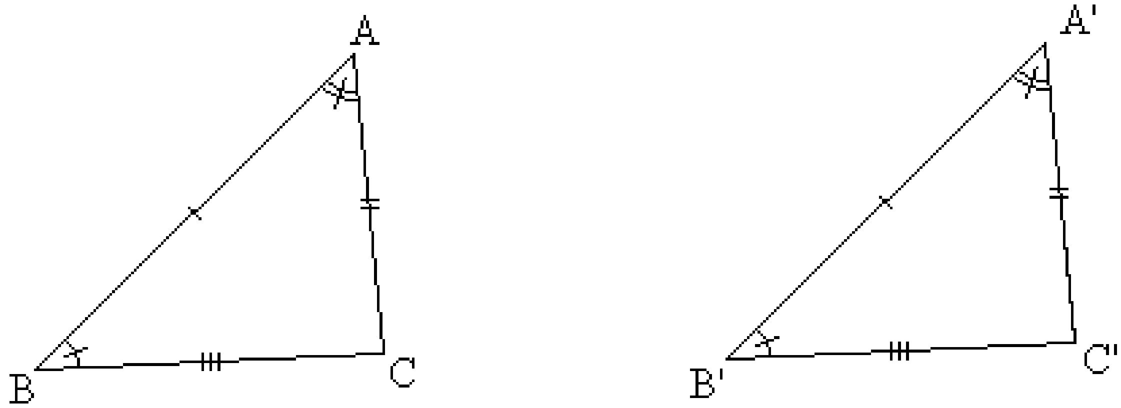
## • المثلثان المتقايسان :

### تعريف 1

**نسمي مثلثين متقايسن، مثلثين قابلين للتطابق.**

### تعريف 2

**نسمي مثلثين متقايسن، مثلثين لهما كل الأضلاع متقايسة وكل الزوايا متقايسة.**



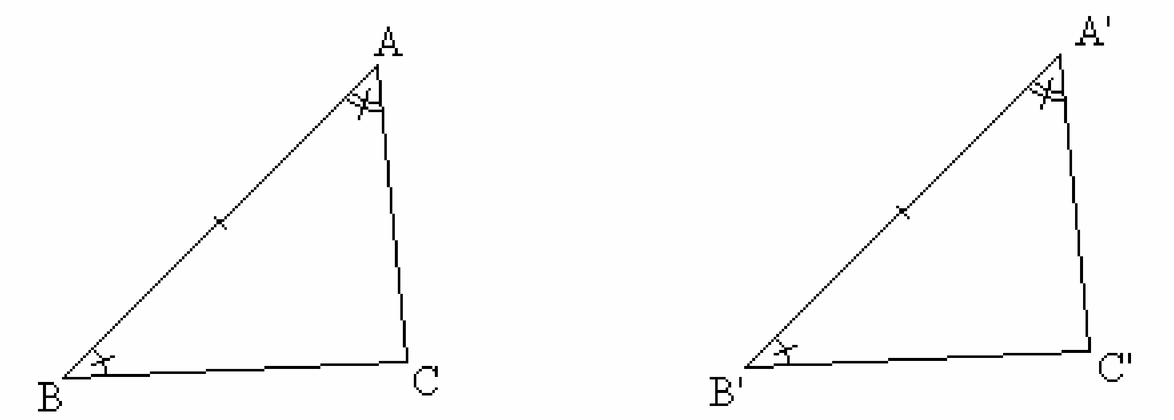

$ABC$ و $A'B'C'$ متقايسان يعني $B = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $BC = B'C'$

و $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC}$ و $\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC}$ و $\widehat{A'C'B'} = \widehat{ACB}$

## • حالات تقايس المثلثات :

### ▪ الحالة الأولى

إذا كان ضلع والزاويتنان المجاورتان له من مثلث ، متقايسة مع ضلع
والزاويتنين المجاورتين له من مثلث آخر ، فإن المثلثين متقايسان.

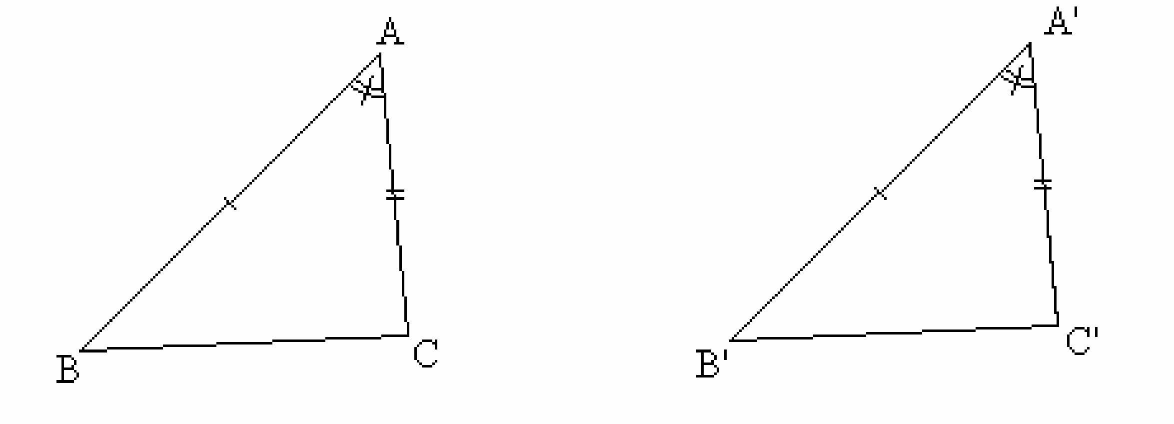



$B = A'B'$ و $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ و $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$

إذن المثلثان $ABC$ و $A'B'C'$ متقايسان.

### ▪ الحالة الثانية

إذا كان للمثلثين، زاوية متقايسة محصورة بين ضلعين متقايسين على التوالي مع ضلع، فإن المثلثين متقايسان.

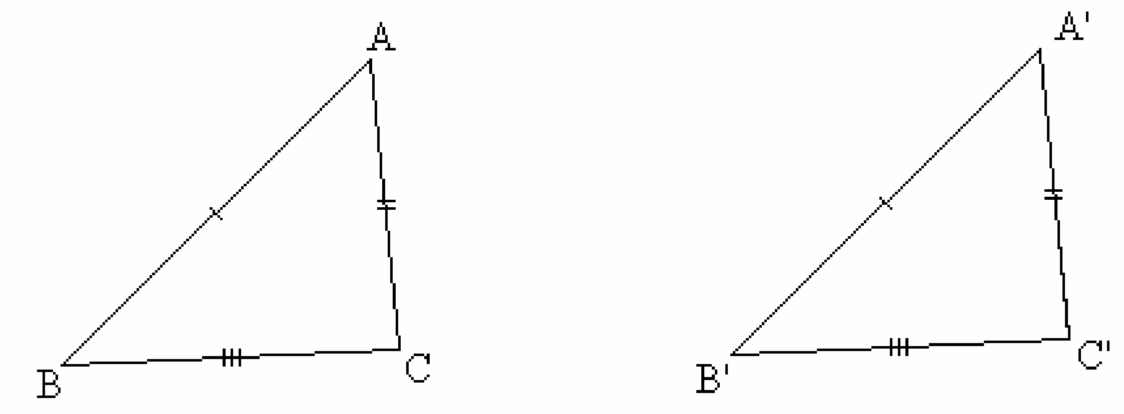


$\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ و $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$

إذن المثلثان $ABC$ و $A'B'C'$ متقايسان.

## ▪ الحالة الثالثة

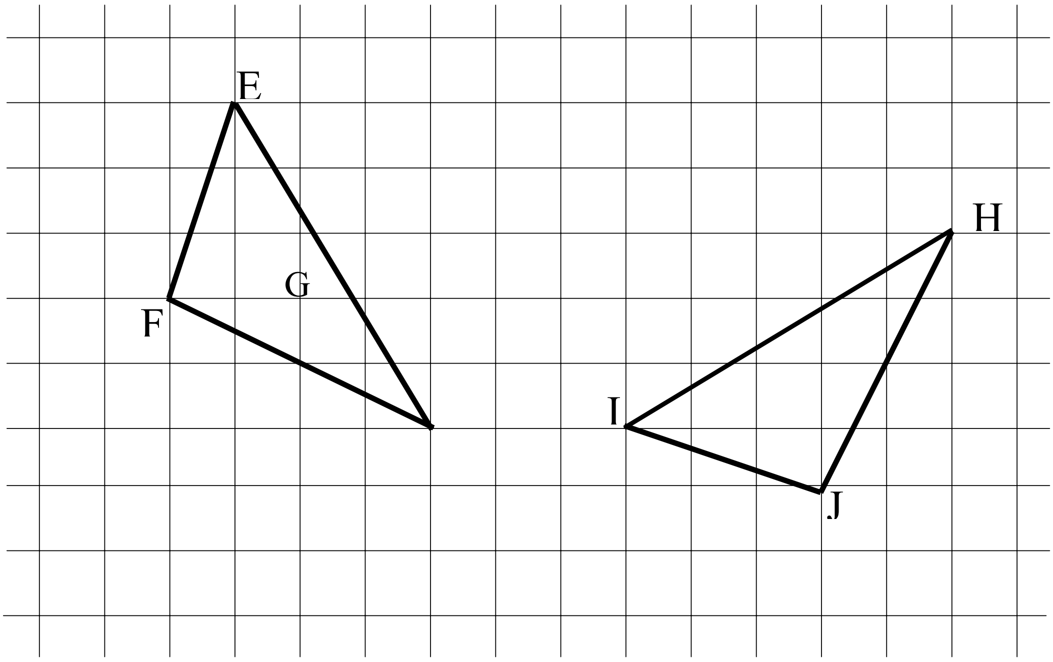
إذا كانت أضلاع مثلث متاقيسة مع أضلاع مثلث آخر على التوالي،
فإن المثلثين متقايسان.




$AB = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $BC = B'C'$
إذن المثلثان $ABC$ و $A'B'C'$ متقايسان

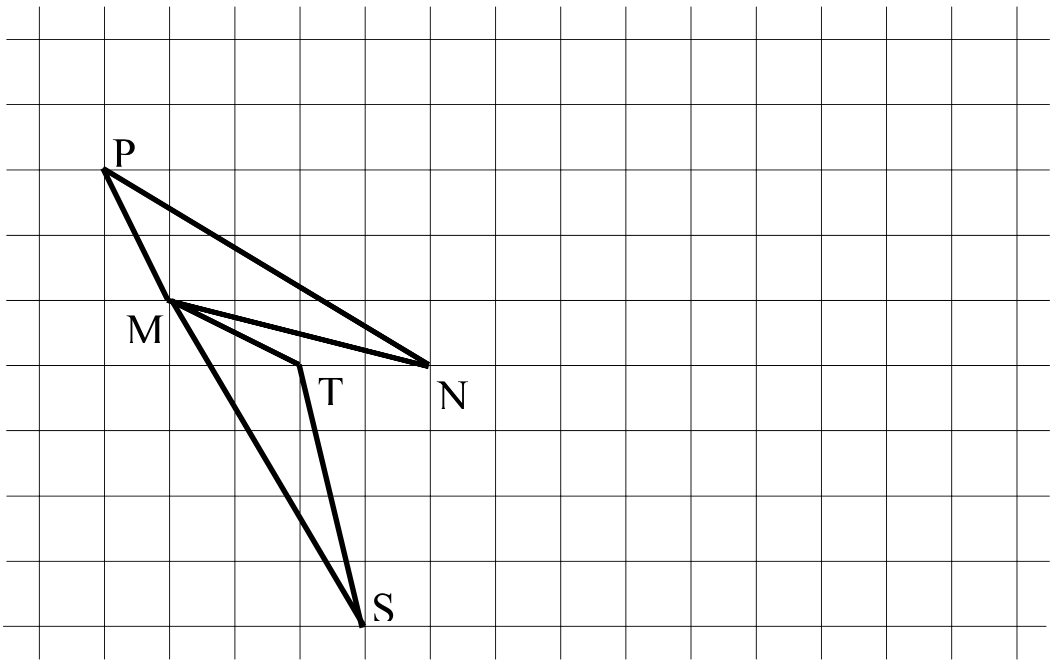
## • تمارين ومشكلات :

1. في الرسم التالي ، المثلثان EFG و HIJ متقايسان.

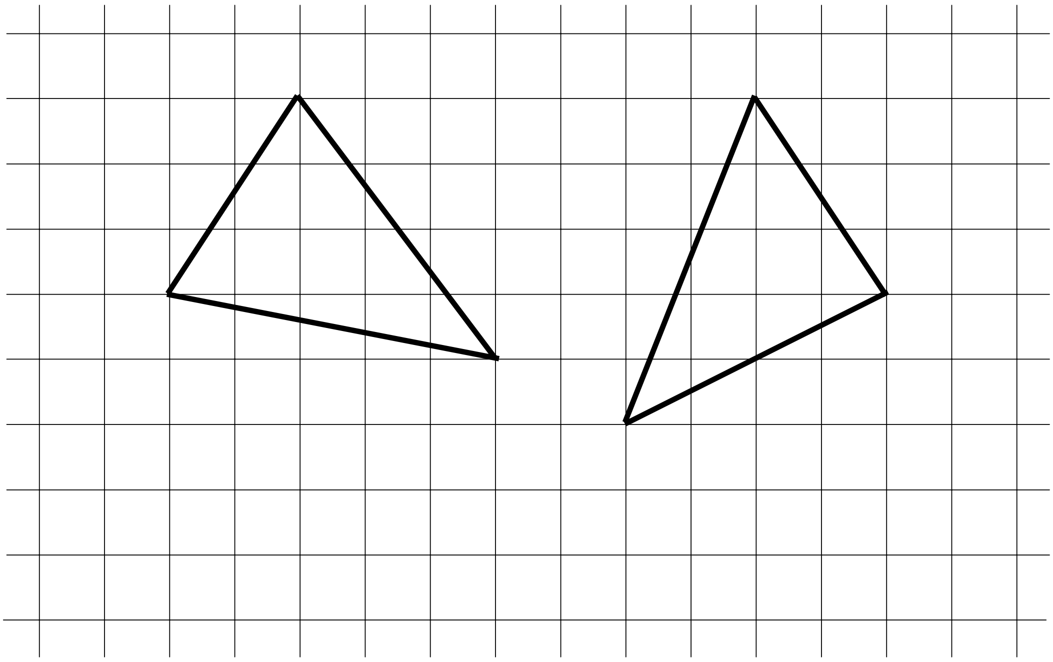



عيّن الزوايا المتساوية و الأضلاع المتساوية.

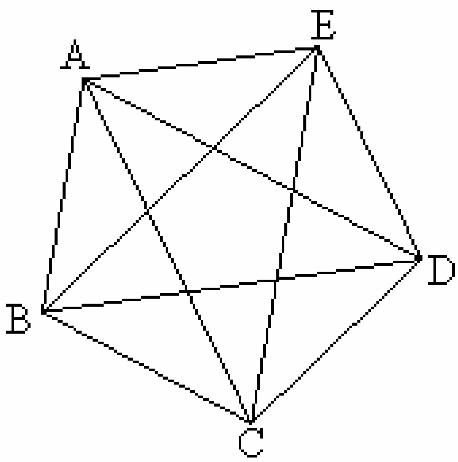
2. نفس السؤال بالنسبة إلى الرسم التالي والمثلثين المتقايسين MNP وMST :



3. هل المثلثان التاليان متقايسان؟ علّل.

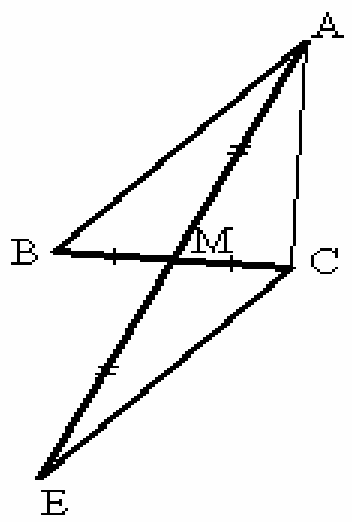


4. ABCDE خماسي منتظم (يعني أن كل اضلاعه متساوية وكل زاوياه متقايسة ).

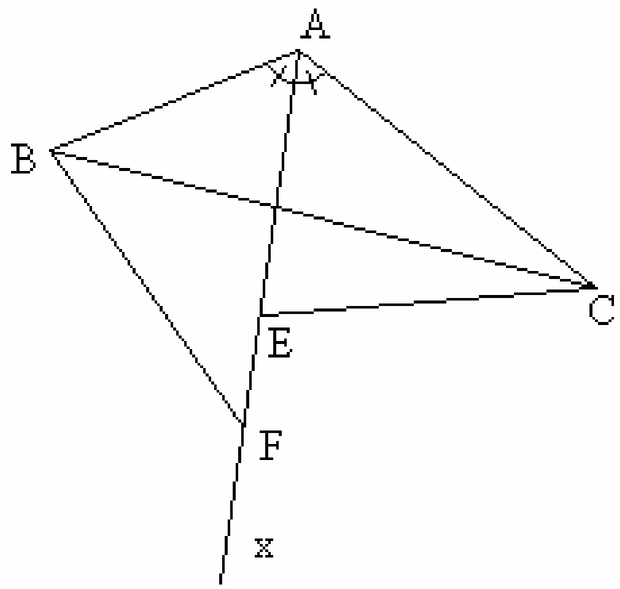



- عين كل المثلثات التي تقايس المثلث EBC.
- عين كل المثلثات التي تقايس المثلث AED.

5. ABC مثلث. (AM) هو المتوسط المتعلق بالضلع [BC]
والنقطة E هي نظيرة النقطة A بالنسابة إلى M.
بين أن المثلثين AMB و EMC متقايسان.

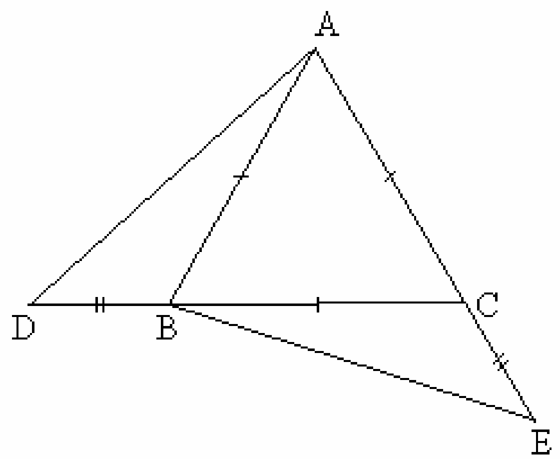



6. نعتبر المثلث ABC و [Ax) منصف الزاوية $\widehat{BAC}$.
نعين على [Ax) النقطتين E و F بحيث: AE = AB و AF =AC.




برهن ان المثلثين ABF و AEC متقايسان.

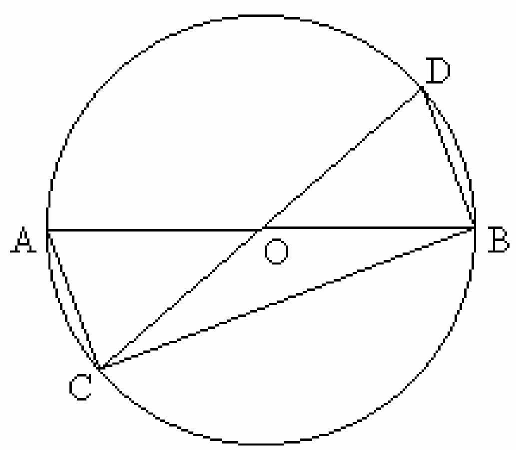
7. ABC مثلث متقايس الأضلاع. نعين النقطتين D و E بحيث:
   1. C ، B ، D على استقامة واحدة بهذا الترتيب.
   2. A ، C ، E على استقامة واحدة بهذا الترتيب.
   3. BC = CE.




بين أن AD = BE.

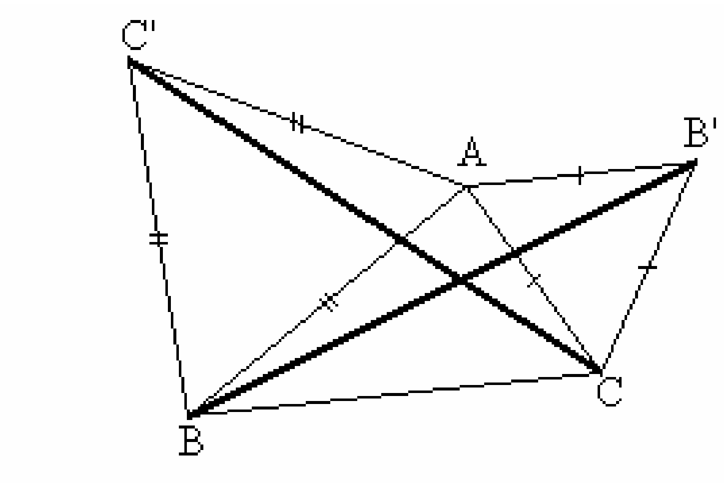
8. ABC مثلث متساوي الساقين قاعدته [BC]. M نقطة من محور [BC].
برهن أن المثلثين ABM ، ACM متقايسان.

9. [AB] و [CD] هما قطران لدائرة مركزها O.



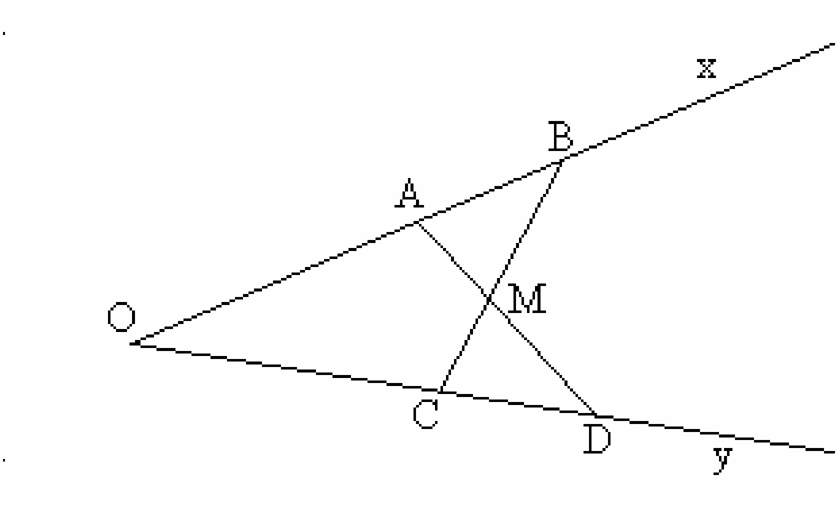

- برهن أن AC = BD.
- برهن أن المثلثين ABC و DCB متقايسان.

10. أنشئ، خارج المثلث ABC ،المثلثين متقايسي الأضلاع ’ABC
و ’ACB .




برهن أن ’BB’ =CC .

11. نعتبر زاوية [Ox,Oy].نضع على نصف المستقيم(Ox] النقطتين A، B
وعلى نصف المستقيم (Oy] النقطتين C، D بحيث OA =OC و OB =OD.
نسمي M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC).

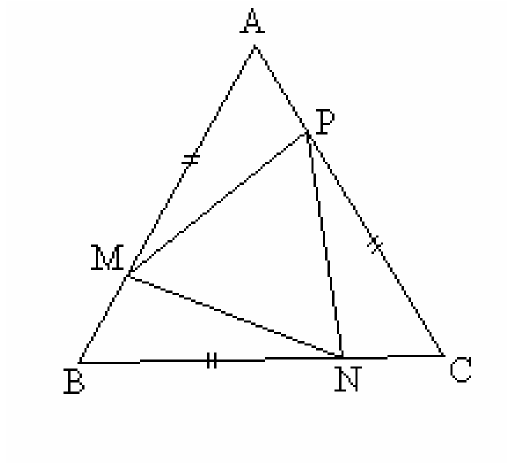



- برهن أن المثلثين OAD و OCB متقايسان.
- برهن أن المثلثين MAB و MCD متقايسان.
- برهن أن المثلثين OMB و OMD متقايسان.
- أستنتج ان المستقيم (OM) منصف الزاوية [Ox,Oy].

12. ABC و DEF مثلثان قائمان في A و D حيث:
$BC = EF$ و $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$.
- برهن أن المثلثين ABC و DEF متقايسان.
- ما هي الأضلاع الأخرى التي لها نفس الطول ؟

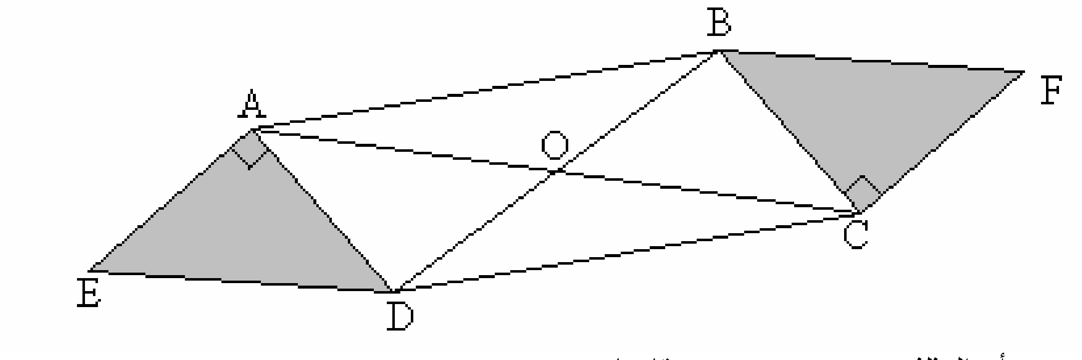
13. أرسم مثلثين غير متقايسين و يكون ضلع و زاويتين من الأول متقايسة مع ضلع وزاويتين من الثاني.

14. ABC مثلث متقايس الأضلاع و M ، N ، P نقط من [AB] ، [BC] ، [CA] على الترتيب حيث: $AM = BN = CP$.




- ما نوع المثلث MNP ؟ علل.

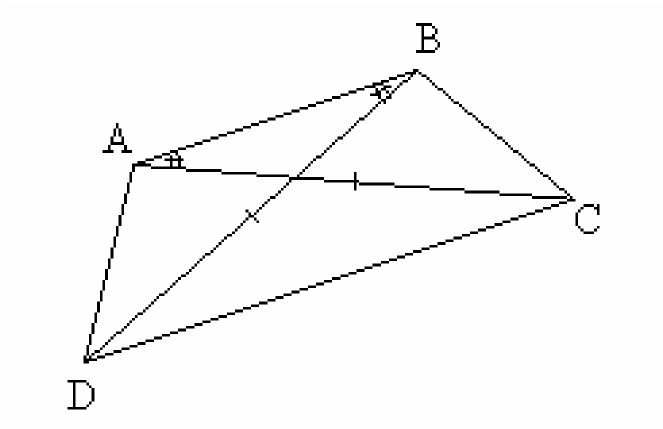
15. ABCD متوازي الأضلاع. ننشئ، خارجه، المثلثين ADE و BCF القائمين في A ، C ومتساويي الضلعين.




- برهن أن المثلثين AOE و COF متقايسان.
- أستنتج أن النقطة O منتصف القطعة [EF].

16. ABC مثلث متساوي الساقين في A. أرسم (Bx] و (Cy] منصفي الزاويتين ABC و ACB على الترتيب.
(Bx] يقطع [AC] في 'B و(Cy] يقطع [AB] في 'C.
- عين مثلثا يقايس 'BCC. علل.
- عين مثلثا يقايس 'BB'C. علل.
- استنتج أن 'BC' = CB' = C'B.

17. نعتبر الرباعي ABCD بحيث ABD = CAB و AC = BD.

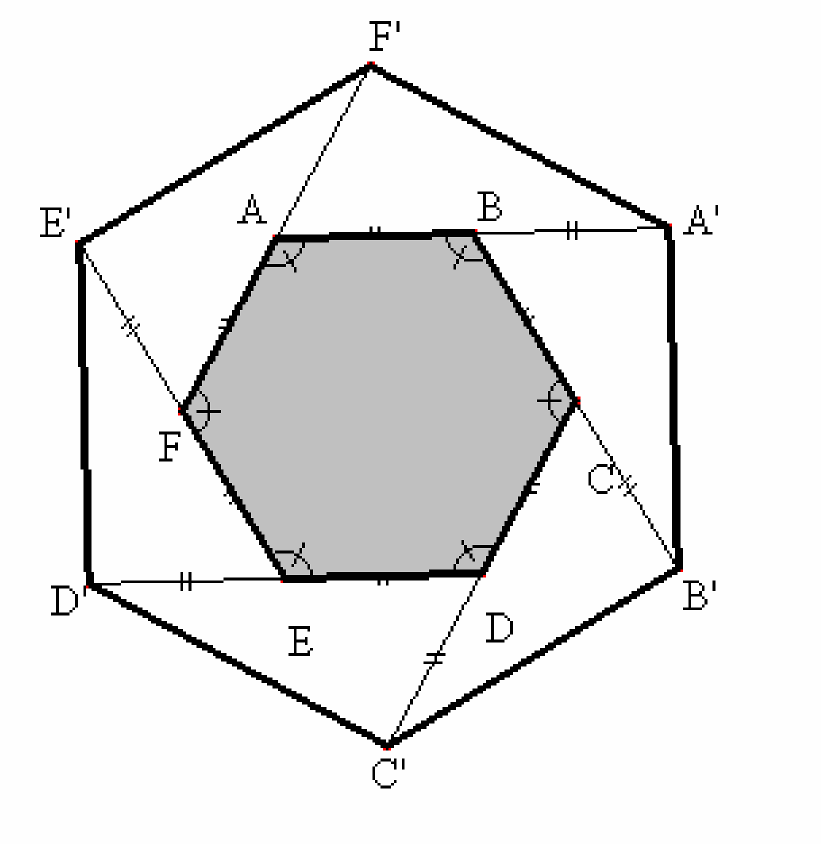



- برهن أن AD = BC.
- برهن أن ADC = BCD
- استنتج أن الرباعي ABCD شبه المنحرف متساوي الساقين.

18. ABCD متوازي الأضلاع مركزه O. عين النقطتين M و N منتصفي القطعتين [OB] و [OD].
- برهن ان AN = CM.

19. ABC مثلث فيه الزاوية BAC منفرجة.
- عيّن النقطة M منتصف الضلع [AB] والارتفاع [CH].
- انشئ النفطة D حيث تكون النقطة H منتصف القطعة [CD] ثم النقطة E حيث تكون النقطة M منتصف القطعة [CE].
- برهن أن المثلثين ADB و AEB متقايسان.

20. ABCDEF سداسي منتظم (كل اضلاعه متساوية وكل زواياه متساوية).
نعين’A ، ’B ، ’C ، ’D ، ’E ، ’F نظائر النقط A ، B ، C ، D ، E ،F على الترتيب .




- برهن أن ’A’B’C’D’E’F سداسي منتظم.

# العمليات على الكسور

## تصميم الدرس

- تذكير
- مقلوب عدد غير معدوم
- قسمة كسرين
- مقارنة كسرين
- جمع وطرح كسرين
- تمارين و مشكلات
- تصحيح التمارين و المشكلات

## 1. تذكير :

أ) كلّ عدد مكتوب على شكل $\frac{a}{b}$ حيث $a$ و $b$ عددان عشريان، هو كسر.

في الكتابة $\frac{a}{b}$، يسمّى $a$ البسط و $b$ المقام.

**أمثلة:**

الأعداد $\frac{3}{4}$ ، $\frac{5,6}{2,7}$ ، $\frac{13}{0,5}$ كسور.

ب) إذا كان $k$ عددا غير معدوم، فإنّ: $\frac{a}{b}=\frac{k\times a}{k\times b}$

**أمثلة:**

- $\frac{5}{9}=\frac{5\times 7}{5\times 9}=\frac{35}{45}$
- $26=\frac{130}{5}=\frac{13\times 10}{0,5\times 10}=\frac{13}{0,5}$

**المقصود باختزال كسر، كتابته ببسط ومقام أصغر ما يمكن.**
**عندما لا يمكن اختزال كسر، نقول أنه غير قابل للاختزال.**

- $\frac{5}{9}$ كسر غير قابل للاختزال.

### د) معايير قابلية القسمة

**1. يقبل عدد القسمة على 2 إذا انتهى بـ 0، 2، 4، 6 أو 8.**
**2. يقبل عدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا لـ 9.**
**3. يقبل عدد القسمة على 5 إذا انتهى بـ 0 أو 5.**
**4. يقبل عدد القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا لـ 3.**
**5. يقبل عدد القسمة على 11 إذا كان الفرق بين مجموع أرقامه ذات الرتب الزوجية وأرقامه ذات الرتب الفردية يساوي 0.**

**أمثلة:**

- 254 لا يقبل القسمة على 3، لأنّ مجموع أرقامه ليس مضاعفا لـ 3.
- 352682 يقبل القسمة على 11، لأنّ:

مجموع أرقامه ذات الرتب الزوجية $2+6+5=13$

مجموع أرقامه ذات الرتب الفردية $8+2+3=13$

والفرق $13-13=0$.

## 2. مقلوب عدد غير معدوم :

**تعريف:**

**إذا كان جداء عددين يساوي 1، نقول أنّ كلّ منهما مقلوب الآخر.**

**مقلوب العدد غير المعدوم $x$ هو $\frac{1}{x}$. ونرمز إليه أيضا $x^{-1}$ .**

**مثال:**

$4\times 0,25 = 1$

**قاعدة:**

مقلوب الكسر $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$ ( $a$ و $b$ غير معدومين).

مثال

مقلوب $\frac{5}{7}$ هو $\frac{7}{5}$ لأنّ $\frac{7}{5}\times\frac{5}{7}=1$ .

## 3. قسمة كسرين :

**تعريف:**

$a$ ، $b$ ، $c$ ، $d$ أعداد عشرية غير معدومة.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

**مثال**

$$\frac{5}{3} \div \frac{2}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{35}{6}$$

## 4. مقارنة كسرين :

**قاعدة:**

لمقارنة كسرين:

- نكتبهما بنفس المقام، الأكبر هو الذي له أكبر بسط.
- في الحالة التي يكون فيها للكسرين نفس البسط، الأكبر هو الذي له أصغر مقام.

**أمثلة:**

- لنقارن $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$.

نكتب الكسرين بنفس المقام : $\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$ ، $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$ و $\frac{6}{15}>\frac{5}{15}$

منه $\frac{1}{3}>\frac{2}{5}$.

- لنقارن $\frac{2}{5}$ و $\frac{2}{9}$.

الكسران لهما نفس البسط، الأكبر هو الذي له أصغر مقام.

منه $\frac{2}{5}>\frac{2}{9}$.

## 5. جمع وطرح كسرين :

**قاعدة:**

لجمع (أو طرح) كسرين، ينبغي أن يكون لهما نفس المقام:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

وألا نكتبهما بنفس المقام.

**أمثلة:**

- $\frac{2}{3}+\frac{11}{3}=\frac{2+11}{3}=\frac{13}{3}$
- لنحسب $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ :

نكتب أوّلا الكسرين بنفس المقام $\frac{10}{12}=\frac{5\times 2}{6\times 2}=\frac{5}{6}$ ، $\frac{9}{12}=\frac{3\times 3}{4\times 3}=\frac{3}{4}$

ثمّ نجمع $\frac{19}{12}=\frac{10+9}{12}=\frac{9}{12}+\frac{10}{12}=\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$ .

## • تمارين و مشكلات :

1. بالنسبة إلى كلّ سؤال، عيّن الإجابة (أو الإجابات) الصحيحة.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| العدد $\frac{8}{12}$ يساوي | $\frac{10}{14}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{2}{3}$ |
| العدد $\frac{1,5}{6}$ لا يساوي | $\frac{6}{18}$ | $\frac{6}{24}$ | $\frac{15}{60}$ | $\frac{1}{4}$ |
| المجموع $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$ يساوي | $\frac{7}{9}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{17}{6}$ | $\frac{27}{18}$ |
| العدد 1 هو نتيجة الحساب | $\frac{8}{11}+\frac{3}{11}$ | $\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}$ | $\frac{9}{8}-\frac{1}{8}$ | $4\times 0,25$ |

2. اكتب كلا من الكسور الآتية بالمقام $12$.

$\frac{1}{3}$ ؛ $\frac{3}{4}$ ؛ $\frac{7}{6}$ ؛ $\frac{34}{24}$ ؛ $\frac{0,5}{1,2}$ ؛ $\frac{22}{48}$

3. أكمل المساويات الآتية:

أ) $\frac{22}{33}=\frac{2}{\dots}$ ب) $\frac{28}{12}=\frac{\dots}{3}$ ج) $\frac{8}{14}=\frac{4}{\dots}=\frac{3,2}{\dots}$

4. اربط الكسور التي تمثّل نفس العدد فيما يلي:

$\frac{10}{15}$ ؛ $\frac{1,5}{2}$ ؛ $\frac{3}{4}$ ؛ $\frac{15}{6}$ ؛ $\frac{6,3}{3,6}$ ؛ $\frac{2}{3}$

5. هل الكتابات الآتية تمثل نفس العدد ؟

$\frac{24}{32}$ ؛ $\frac{15}{20}$ ؛ $\frac{0,9}{1,2}$ ؛ $\frac{6}{9}$ ؛ $\frac{33}{44}$

6. عبّر عن كلّ عدد فيما يأتي بكسر مقامه عدد طبيعي أصغر ما يمكن.

أ) $A=\frac{0,5}{1,2}$ ب) $B=\frac{4}{3,5}$ ج) $C=\frac{5,4}{8}$

7. احسب ما يلي:

أ) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\ldots$ ب) $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=\ldots$ ج) $3\times\frac{5}{3}=\ldots$

د) $\frac{7}{2}\times 4=\ldots$ هـ) $\frac{3}{2}\times\frac{5}{3}\times\frac{4}{5}=\ldots$

8. اضرب في $\frac{4}{15}$ كلا من الأعداد الآتية ( تعطى النتائج في أبسط شكل ممكن).

$\frac{1}{4}$ ؛ $\frac{15}{9}$ ؛ $\frac{7}{8}$ ؛ $\frac{2,5}{1,6}$ ؛ $1,5$ ؛ $0$

9. هل الحسابات الآتية صحيحة؟ لماذا؟

$$\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=\frac{6}{14}\times\frac{35}{14}=\frac{210}{14}=15$$

10. احسب الجداءات الآتية مع الاختزال.

أ) $\frac{5}{6}\times 12$ ب) $\frac{3}{7}\times\frac{21}{8}\times\frac{4}{3}$ ج) $\frac{2}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{5}{6}$

11. أكمل الجدول الآتي:

| العدد | $2$ | $0,4$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{7}{12}$ | $\frac{1}{21}$ | $1$ | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مقلوبه | $\frac{1}{2}$ | | | | | | |

12. أكمل الحسابات الآتية بالكسر المناسب.

أ) $\frac{4}{9}=\frac{1}{18}\times\ldots$ ب) $\frac{5}{6}=\frac{3}{2}\times\ldots.$ ج) $2=\frac{24}{7}\times\ldots$

13. أجر العمليات التالية.

$A=\frac{5}{4}\div\frac{10}{16}$ $B=\frac{9}{12}\div\frac{18}{32}$ $C=\frac{3}{7}\div\frac{11}{21}$ $D=\frac{2,5}{1,4}\div\frac{7}{5}$

14. احسب ما يأتي.

أ) $A=\frac{3}{4}+\frac{12}{5}$ ب) $B=\frac{2}{9}+\frac{11}{3}-1$ ج) $C=\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$

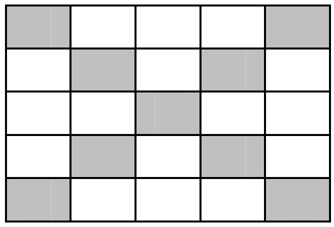
15. احسب ما يأتي.

$$A = \frac{1+\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} \quad ; \quad B = \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}$$

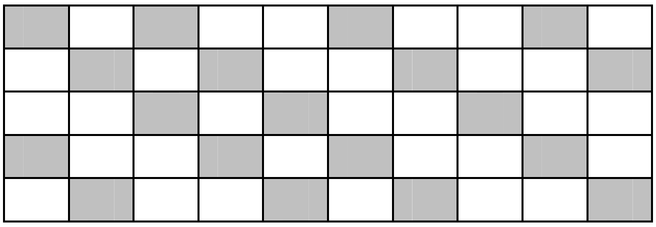
16. رتّب الأعداد التالية تصاعديا.

$$1 \; ; \; 0,4 \; ; \; \frac{1}{3} \; ; \; \frac{11}{10} \; ; \; \frac{6}{25} \; ; \; \frac{12}{20}$$

17. من بين الشبكتين الآتيتين، ما هي الشبكة المملوءة أكثر بالخانات السوداء ؟



(1)



(2)

18. تحصل مترشح لامتحان على $13$ على $20$ في الرياضيات
و على $32,5$ على $50$ في اللغة.
- في أي مادة تحصل المترشح على أحسن علامة ؟

19. عدد تلاميذ قسم للسنة التاسعة هو $30$. عند التوجيه:

- $\frac{2}{3}$ التلاميذ ينتقلون إلى السنة الأولى ثانوي.
- $\frac{1}{10}$ التلاميذ يتوجهون نحو التعليم المهني.
- $\frac{1}{15}$ التلاميذ يتوجهون نحو الحياة المهنية.
- الباقي يعيدون السنة.

- ما هو عدد التلاميذ الذي يوافق كلّ حالة ؟

20. نقول عن جهاز تلفزيون أنّه من فئة $16/9$ عندما يساوي طول شاشته $\frac{16}{9}$ عرضه.
بالنسبة إلى هذا الجهاز، احسب طول الشاشة عندما يكون العرض $41,4\,cm$.

## • تصحيح التمارين و المشكلات :

.1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| العدد $\frac{8}{12}$ يساوي | $\frac{10}{14}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{2}{3}$ |
| العدد $\frac{1,5}{6}$ لا يساوي | $\frac{6}{18}$ | $\frac{6}{24}$ | $\frac{15}{60}$ | $\frac{1}{4}$ |
| المجموع $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$ يساوي | $\frac{7}{9}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{17}{6}$ | $\frac{27}{18}$ |
| العدد 1 هو نتيجة الحساب | $\frac{8}{11}+\frac{3}{11}$ | $\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}$ | $\frac{9}{8}-\frac{1}{8}$ | $4\times 0,25$ |

.2

$$\frac{1}{3}=\frac{1\times 4}{3\times 4}=\frac{4}{12} \text{ ؛ } \frac{3}{4}=\frac{3\times 3}{4\times 3}=\frac{9}{12} \text{ ؛ } \frac{7}{6}=\frac{7\times 2}{6\times 2}=\frac{14}{12} \text{ ؛ } \frac{34}{24}=\frac{34\div 2}{24\div 2}=\frac{17}{12}$$

$$\frac{0,5}{1,2}=\frac{0,5\times 10}{1,2\times 10}=\frac{5}{12} \text{ ؛ } \frac{5,5}{12}=\frac{22\div 4}{48\div 4}=\frac{22}{48}.$$

.3

$$\frac{2}{3}=\frac{22}{33} \text{ ؛ } \frac{7}{3}=\frac{28}{12} \text{ ؛ } \frac{3,2}{5,6}=\frac{4}{7}=\frac{8}{14}$$

.4 $\frac{10}{15}$ ، $\frac{2}{3}$ ؛ $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1,5}{2}$ ؛ $\frac{15}{6}$ ؛ $\frac{6,3}{3,6}$.

.5 الكسور تمثل نفس العدد باستثناء $\frac{6}{9}$.

.6 $A=\frac{5}{12}$ ؛ $B=\frac{8}{7}$ ؛ $C=\frac{27}{40}$

.7

أ) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ ب) $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=1$ ج) $3\times\frac{5}{3}=5$

د) $\frac{7}{2}\times 4 = 14$ هـ) $\frac{3}{2}\times\frac{5}{3}\times\frac{4}{5} = 2$

.8

| | | |
|---|---|---|
| | $\times\frac{4}{15}$ | |
| $\frac{1}{15}$ | | $\frac{1}{4}$ |
| $\frac{4}{9}$ | | $\frac{15}{9}$ |
| $\frac{7}{30}$ | | $\frac{7}{8}$ |
| $\frac{5}{12}$ | | $\frac{2,5}{1,6}$ |
| $0,4$ | | $1,5$ |
| $0$ | | $0$ |

.9

الحسابات غير صحيحة، لأنّ: $\frac{3}{7}\times\frac{5}{2} = \frac{3\times 5}{7\times 2} = \frac{15}{14}$

.10

$\frac{5}{6}\times 12 = 10$ ؛ $\frac{3}{7}\times\frac{21}{8}\times\frac{4}{3} = \frac{3}{2}$ ؛ $\frac{2}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{5}{6} = \frac{5}{126}$

.11

| العدد | $2$ | $0,4$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{7}{12}$ | $\frac{1}{21}$ | $1$ | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مقلوبه | $\frac{1}{2}$ | $2,5$ | $2$ | $\frac{12}{7}$ | $21$ | $1$ | $\times$ |

.12

أ) $\frac{4}{9} = \frac{1}{18}\times 8$ ب) $\frac{5}{6} = \frac{3}{2}\times\frac{5}{9}$ ج) $2 = \frac{24}{7}\times\frac{7}{12}$

.13

$$A = 2 \quad ؛ \quad B = \frac{4}{3} \quad ؛ \quad C = \frac{9}{11} \quad ؛ \quad D = \frac{10,5}{9,8}$$

.14

$$A = \frac{3}{4} + \frac{12}{5} = \frac{15+48}{20} = \frac{63}{20} \quad ؛ \quad B = \frac{2}{9} + \frac{11}{3} - 1 = \frac{2+33-9}{9} = \frac{26}{9}$$

$$C = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

.15

$$A = \frac{1+\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{1} = 5 \quad ؛ \quad B = \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{6} \times \frac{12}{1} = 2$$

.16 نكتب الكسور بنفس المقام ونجد:

$$\frac{6}{25} < \frac{1}{3} < 0,4 < \frac{12}{20} < 1 < \frac{11}{10}$$

.17 نقارن الكسرين $\frac{9}{25}$ ، $\frac{19}{50}$ ونجد: $\frac{9}{25} < \frac{19}{50}$

الشبكة (2) مملوءة أكثر بالمربعات السوداء.

.18 تحصل المترشح على نفس العلامة في الرياضيات و في اللغة، لأنّ:

$\frac{13}{20} = \frac{65}{100}$ ، $\frac{32,5}{50} = \frac{65}{100}$.

.19

- 20 تلاميذا ينتقلون إلى السنة الأولى ثانوي.
- 3 تلاميذ يتوجهون نحو التعليم المهني.
- 2 تلميذان يتوجهان نحو الحياة المهنية.
- 5 تلاميذ يعيدون السنة.

.20 طول الشاشة: $73,6\ cm$.

# المستقيمات المتوازية في المثلث

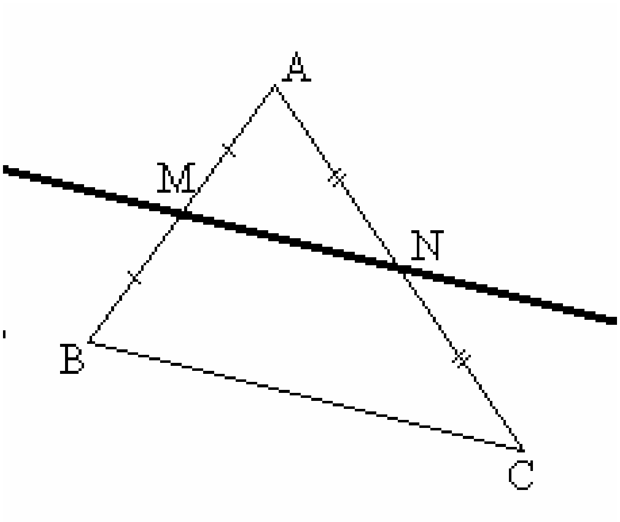
## تصميم الدرس

- مستقيم المنتصفين في مثلث
- التوازي والمنتصفات
- المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتقاطعة
- تمارين و مشكلات
- تصحيح التمارين و المشكلات

## 1. مستقيم المنتصفين في مثلث :

**خاصية 1:**

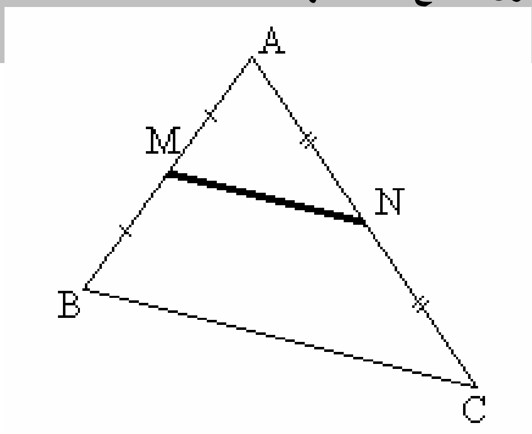
**إذا كان مستقيم يشمل منتصفي ضلعين في مثلث، فإنه يوازي الضلع الثالث لهذا المثلث.**




المعطيات: ABC مثلث.
M منتصف [AB] و N منتصف [AC].
الخلاصة: $(BC) // (MN)$

**خاصية 2:**

**إذا كانت قطعة مستقيم تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث، فإن طولها يساوي نصف طول الضلع الثالث لهذا المثلث.**



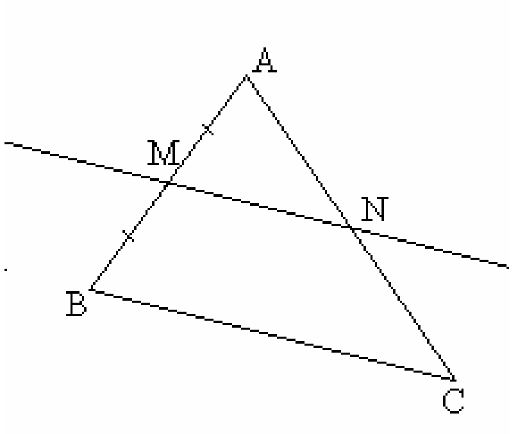

المعطيات: ABC مثلث. M منتصف [AB] و N منتصف [AC].

**الخلاصة:** $N = \frac{1}{2}BC$

## • التوازي والمنتصفات :

**خاصية:**

**إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد أضلاع مثلث ويوازي ضلعا آخرا ، فإنه يوازي الضلع الثالث لهذا المثلث.**

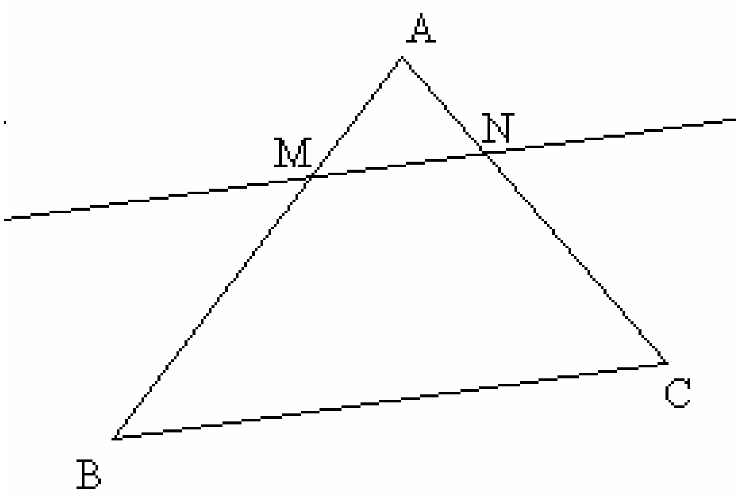



المعطيات: ABC مثلث. M منتصف [AB] و (BC) // (MN).
الخلاصة: N منتصف [AC].

## • المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتقاطعة :

**خاصية:**

**إذا كانت، في مثلث ABC، M نقطة من الضلع [AB] و N نقطة من الضلع [AC] و كان المستقيمان (MN) و (BC) متوازيين فإن:**
$\frac{AM}{B}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

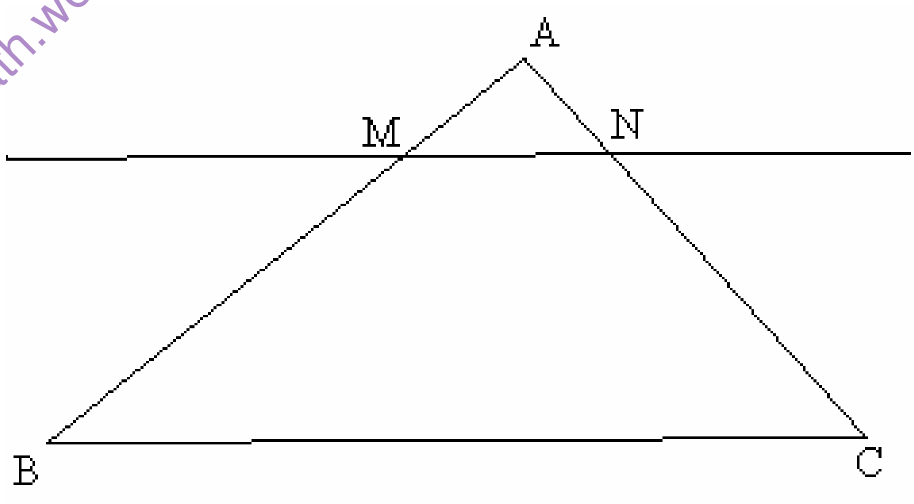



المعطيات: ABC مثلث. M نقطة من [AB] و N نقطة من [AC]
; (BC) // (MN).
الخلاصة: N منتصف [AC].

**ملاحظة:**
- أطوال اضلاع المثلث AMN متناسبة مع أطوال اضلاع المثلث ABC.
- نسمي كلا من المساواة $\frac{AM}{B}=\frac{AN}{AC}$ ، $\frac{AN}{C}=\frac{MN}{BC}$ ، $\frac{AM}{B}=\frac{MN}{BC}$ تناسبا.
- نستعمل إحدى التناسب المذكورة أعلاه لحساب طول ضلع بمعرفة أطوال أضلاع الثلاثة الأخرى.

**مثال:**
ABC مثلث حيث $B=6cm$ ، $C=5cm$ ، $BC=8cm$.
M نقطة من [AB] حيث $M=1,5cm$ . المستقيم الذي يشمل M ويوازي (BC) يقطع (AC) في N.
أحسب الطولين AN و MN.

**حل:**




**المعطيات:** ABC مثلث. $AB=6\,cm$ ، $AC=5\,cm$ ، $BC=8\,cm$ .

$AM=1,5\,cm$ ، (BC) // (MN)

**الخلاصة: أحسب AN و MN.**

لدينا ABC مثلث. M نقطة من [AB] و N نقطة من [AC] و(BC) // (MN) .

حسب الخاصية السابقة نستنتج أن $\frac{AM}{B}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ .

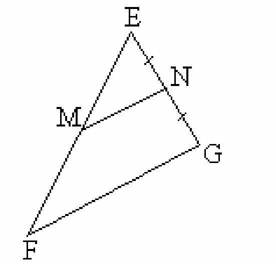
$\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ إذن $\frac{AN}{5}=\frac{1,5}{6}$ أي $\frac{AN}{5}=\frac{1}{4}$ ومنه $AN=5\times\frac{1}{4}=1,25$ .

$\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$ إذن $\frac{MN}{8}=\frac{1}{4}$ ومنه $MN=8\times\frac{1}{4}=2$ .

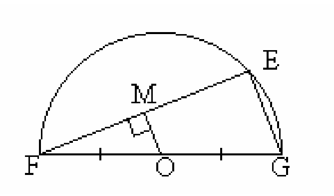
إذن $N=1,25\,cm$ و $N=2\,cm$ .

## تمارين و مشكلات :

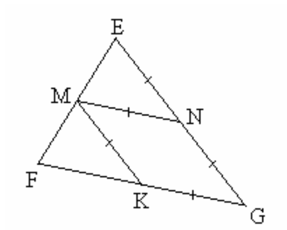
1. إليك الشكال التالية:
2. 



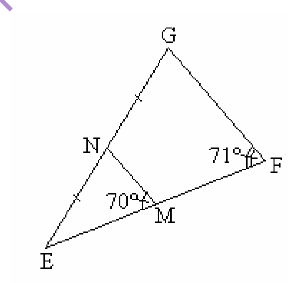

①




②



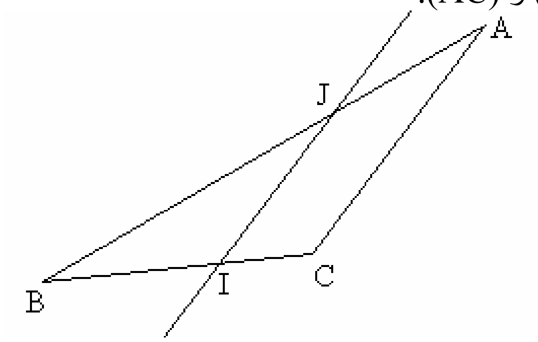

③




④

- ما هي الحالات التي تكون فيها النقطة M منتصف القطعة [EF]؟علل.

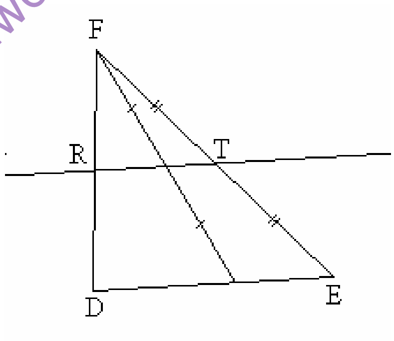
2. في الشكل التالي لدينا (IJ) و (AC).



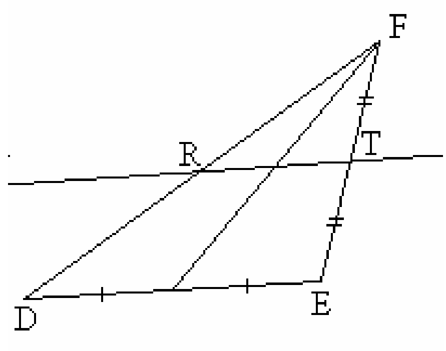

- ما هي المساويات المحققة ؟

أ) $\frac{IJ}{AC} = \frac{BJ}{JA}$ ؛ ب) $\frac{BJ}{BA} = \frac{IJ}{AC}$ ؛ ج) $\frac{BJ}{BA} = \frac{BI}{BC}$ ؛ د) $\frac{BJ}{BA} = \frac{BI}{BC}$ .

3. في أي حالة من الحالتين التاليتين لدينا (RT) و (DE) متوازيان؟

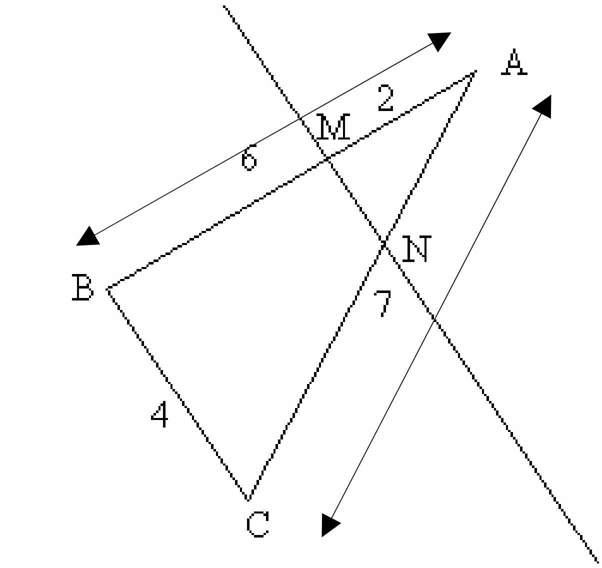



(2)




(1)

من التمرين 4 إلى التمرين 6 نعتبر الشكل التالي حيث $(IJ) // (AC)$.




4. الطول MN يساوي إلى:

ا) 3 ؛ ب) $\frac{4}{3}$ ؛ ج) $\frac{3}{4}$ ؛ د) $\frac{4}{7}$.

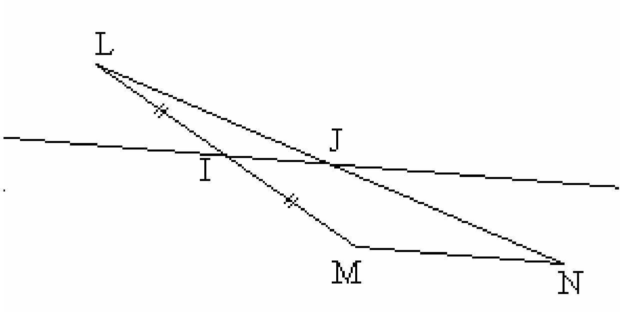
5. الطول AN يساوي إلى:

ا) $\frac{7}{3}$ ؛ ب) $\frac{6}{7}$ ؛ ج) $\frac{3}{4}$ ؛ د) $\frac{3}{7}$.

6. الطول CN يساوي إلى:

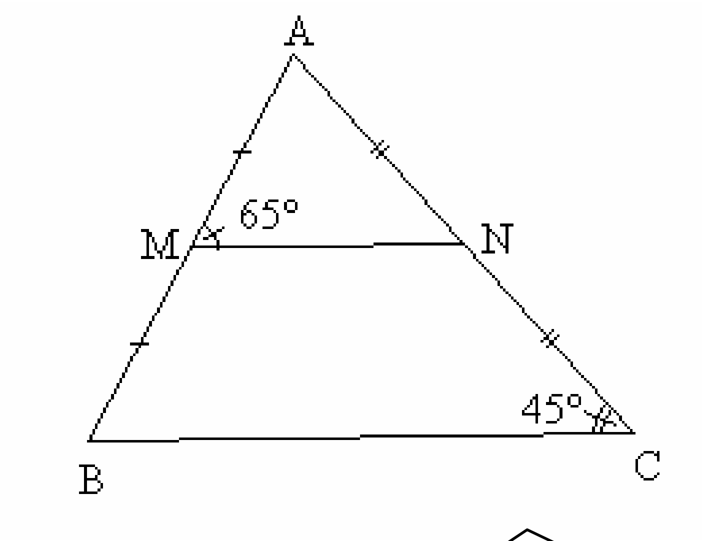
ا) $\frac{1}{4}$ ؛ ب) $\frac{4}{3}$ ؛ ج) $\frac{14}{3}$ ؛ د) $\frac{4}{7}$.

7. في الشكل التالي لدينا (IJ) و (MN) متوازيان.




- احسب $\frac{LJ}{N}$ بطريقتين مختلفتين.

8. لاحظ الشكل التالي:



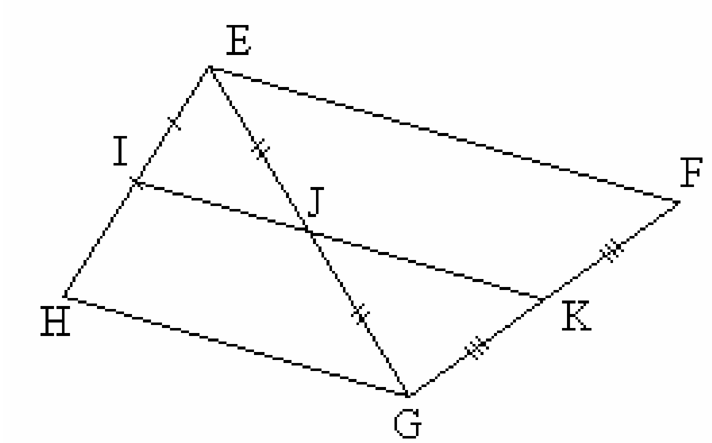

- احسب قيس الزاوية $\widehat{BAC}$.

9. ارسم متوازي أ

ضلاع ABCD. عين M منتصف [AB]. المستقيم الذي يشمل M ويوازي (BC) يقطع المستقيم (AC) في N.

- برهن أن النقط D، N، B على استقامة واحدة.

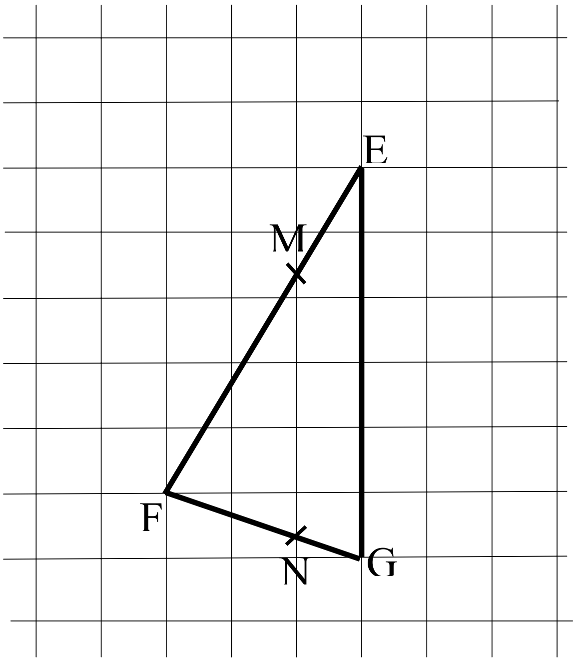
10. ارسم رباعيا EFGH حيث و(EF) يوازي (GH).النقط النقط I،J،K هي منتصفات القطع [EH] ، [EG] ، [GF].




- برهن أن $2K = EF + GH$.

11. أرسم مثلثا ABC حيث $BC = 5,8\ cm$. عين النقطتين E و F منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب.
أنشئ النقطة E' نظيرة E بالنسبة إلى B.
ا) - أحسب الطول EF.
- بين أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان.
ب) المستقيم (E'F) يقطع (BC) في H.
- أحسب الطولين BH و CH.

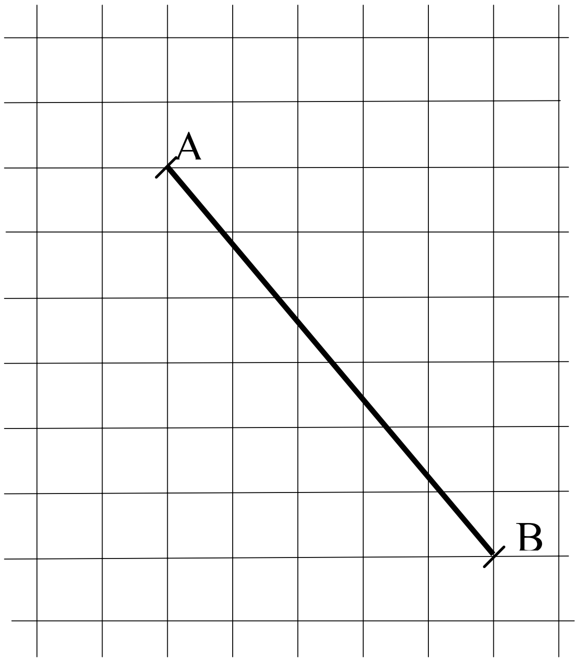
12. في الشكل التالي، وحدة الطول هي طول ضلع المربع الصغيرللمرصوفة.




- باستعمال هذه المرصوفة أحسب $\frac{FM}{FE}$.
- أحسب الطول MN.

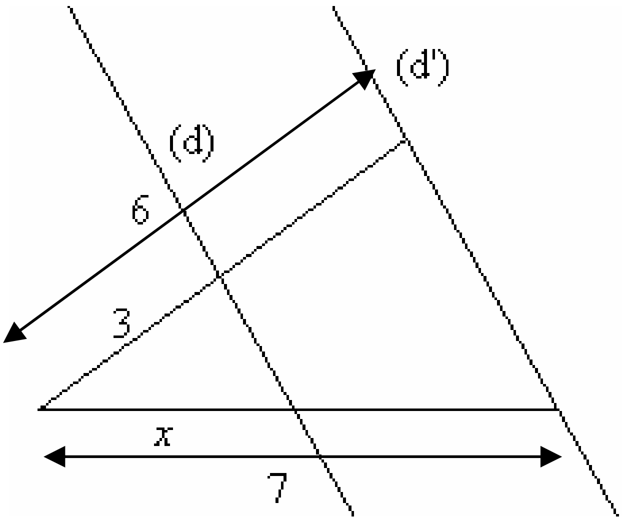
13. أنقل الشكل التالي، ثم باستعمال خطوط هذه المصوفة أنشئ النقطتين

M و N من القطعة [AB] حيث: $M = \frac{3}{5}AB$ و $AB = 3AN$ .

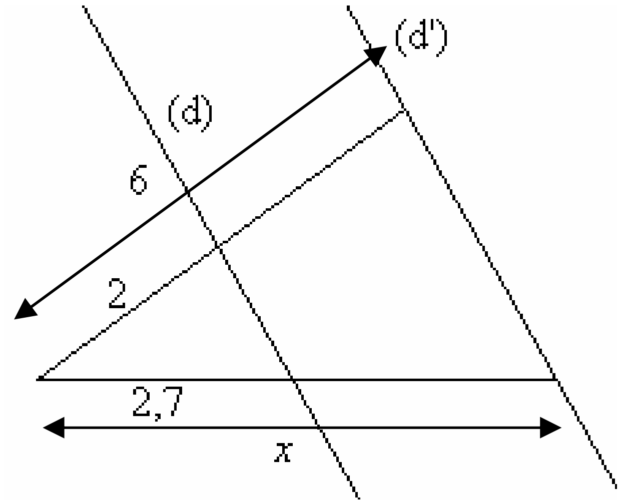



14. نعلم أن (d) و(d’) متوازيان.

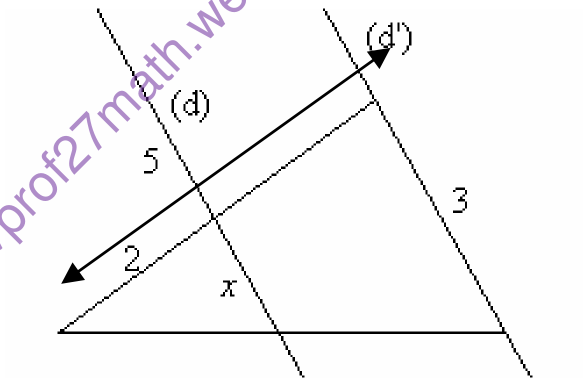
- احسب الطول x في كل حالة من الحالات التالية:.



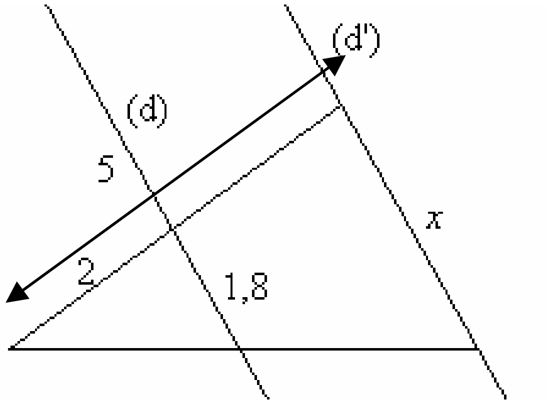

(2)




(1)




(4)




(3)

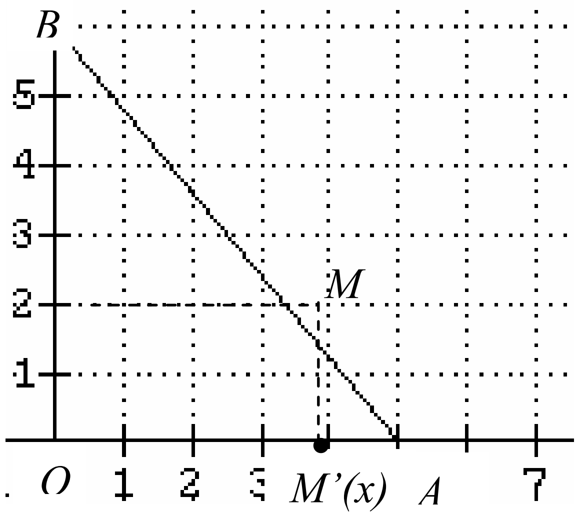
15. أرسم مثلثا ABC. عين النقطتين E و F منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب. عين نقطة M من القطعة [AE] ثم أنشئ النقطة M' نظيرة M بالنسبة إلى E و M'' نظيرة M بالنسبة إلىF .

- برهن أن المستقيمين (M'M'') و (BC) متوازيان.
- قارن بين الطولين M'M'' و BC .

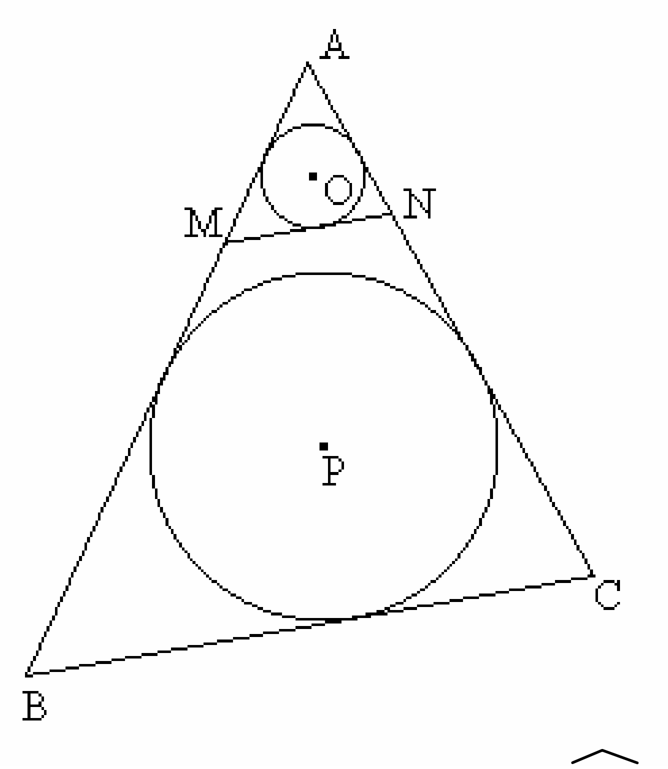
16. نعتبر مثلثا ABC بحيث $BC = 6\,cm$ . عين النقطة E منتصف الضلع [BC] و النقطة F من الضلع [BC] بحيث BF = 1 cm. المستقيم الذي يشمل F و يوازي (AE) يقطع (AC) في K و (AB) في G.

- بين أن $\frac{FK}{AE} = \frac{5}{3}$.
- بين أن $\frac{FG}{AE} = \frac{1}{3}$.
- استنتج أن $FK + FG = 2AE$ .

17. إليك المعلم التالي. أحسب الفاصلة x للنقطة M.



18. إليك الشكل التالي. المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان. أنشئنا الدائرتين اللتين مركزيهما O و P على الترتيب و المرسومتين داخل المثلثين AMN و ABC على الترتيب.




- برهن أن: $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$.

- برهن أن: $\widehat{OMA} = \widehat{PBA}$.
- ماذا نستنتج بالنسبة إلى المستقيمين (OM) و (PB) ؟

## • تصحيح التمارين و المشكلات :

1. M منتصف القطعة [EF] في الحالتين ② و ③

**التعليل:**

- في الحالة الثانية لدينا:

$(GE)\perp(EF)$ ( المثلث EFG قائم في E لأنه مرسوم داخل نصف الدائرة قطرها FG،

و $(OM)\perp(EF)$ إذن $(GE)\,//\,(OM)$.

في المثلث EFG لدينا O منتصف [FG] و $(GE)\,//\,(OM)$ فإن M منتصف القطعة [EF].

- في الحالة الثالثة لدينا: الرباعي MNGK معين إذن $(GK)\,//\,(MN)$.

في المثلث EFG لدينا N منتصف [EG] و $(GK)\,//\,(MN)$ فإن M منتصف القطعة [EF].

//

2. المساويات المحققة هي: ب) و ج).

3. (RT) و (DE) متوازيان في الحالة (2).

4. ب) $\frac{4}{3}$.

5. ا) $\frac{7}{3}$.

6. ج) $\frac{14}{3}$.

7. الطريقة 1:

في المثلث LMN لدينا I منتصف [LM] و (IJ) و (MN) متوازيان.

حسب الخاصية: " إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد أضلاع مثلث ويوازي ضلعا آخرا فإنه يوازي الضلع الثالث لهذا المثلث".

نستنتج أن J منتصف [LN] ومنه $\frac{1}{2}=\frac{LJ}{LN}$.

الطريقة 2:

في المثلث LMN، I نقطة من [LM] وJ نقطة من [LN] و(IJ) و (MN) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{LI}{LM}=\frac{LJ}{N}$ لكن $\frac{1}{2}=\frac{LI}{LM}$ إذن $\frac{1}{2}=\frac{LJ}{LN}$.

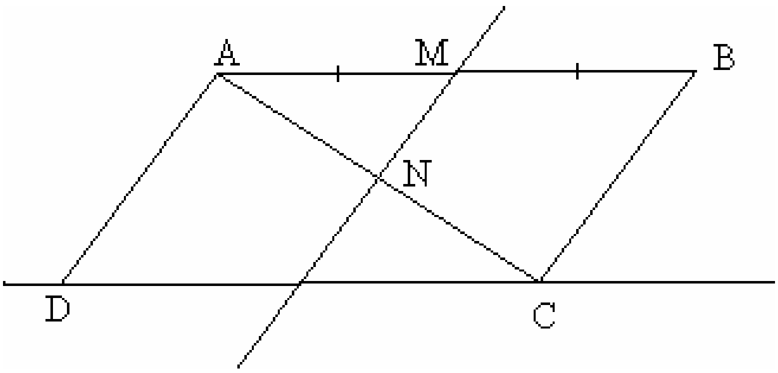
8. في المثلث ABC لدينا M منتصف [AB] و N منتصف [AC] .
حسب خاصية المنتصفين في المثلث ABC نستنتج أن (MN) و(BC) متوازيان.
المستقيمان (MN) و(BC) متوازيان و (BC) قاطع لهما

إذن $\widehat{ANM}=\widehat{ACB}=45°$ . ( بالتبادل الداخلي).

في المثلث AMN لدينا: $\widehat{MAN}+\widehat{AMN}+\widehat{ANM}=180°$ أي

$\widehat{MAN}+65°+45°=180°$ نستنتج أن $\widehat{MAN}=70°$ أي $\widehat{BAC}=70°$ .

9.




في المثلث ABC لدينا M منتصف [AB] و(MN) يوازي (BC) .
نستنتج أن N منتصف [AC].
بمأن ABCD متوازي اضلاع فإن المنتصف N للقطر[AC] هو ايضا منتصف للقطر[BD] إذن النقط D، N، B على استقامة واحدة.

10. في المثلث EGH لدينا I منتصف [EH] و J منتصف [EG] .

حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH نستنتج أن $J=\frac{1}{2}GH$ .

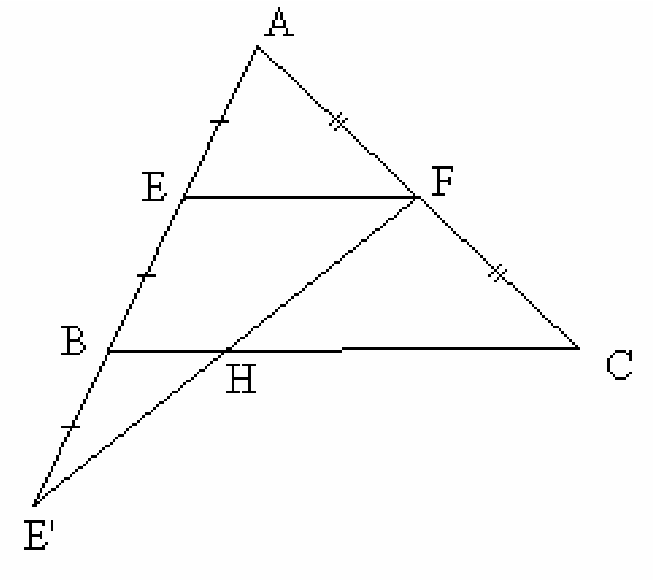
في المثلث GEF لدينا J منتصف [GE] و K منتصف [GF] .

حسب خاصية المنتصفين في المثلث GEF نستنتج أن $JK=\frac{1}{2}EF$.

ومنه $J+JK=\frac{1}{2}GH+\frac{1}{2}EF$ أي $K=\frac{1}{2}(GH+EF)$

ونستنتنج: $2\ K=GH+EF$.

11.




ا) - في المثلث ABC لدينا E منتصف [AB] و F منتصف [AC] .
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH نستنتج أن:.

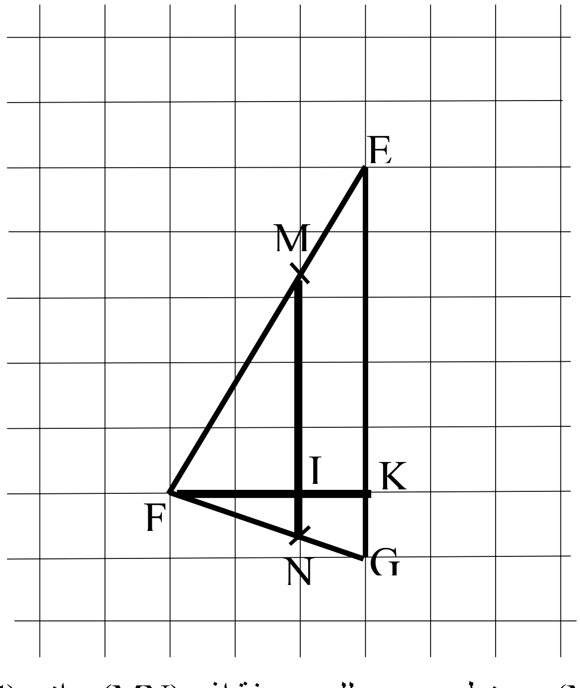
$EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\times 5,6 = 2,8$ أي $EF = 2,8\,cm$ .

- و نستنتج أيضا أن المستقيمين (EF) و(BC) متوازيان.
ب) في المثلث E'EF لدينا B منتصف [EE'] و(BH) يوازي (EF) .

نستنتج أن $BH = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}\times 2,8 = 1,4$ أي $BH = 1,4\,cm$ .

$CH = BC - BH = 5,6 - 1,4 = 4,2$ أي $CH = 4,2\,cm$ .

12.




نلاحظ أنّ المستقيم (MN) هو خط عمودي للمرصوفة إذن (MN) يوازي(EG) .
الخط الأفقي للمرصوفة الذي يشمل F يقطع (MN) في I و(EG) في K.
في المثلث EFK ، I نقطة من [FK] و M نقطة من [FE] و(MI) و (EK) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{FI}{FK} = \frac{FM}{FE}$ لكن $\frac{2}{3} = \frac{FI}{FK}$ (نحسب المربعات) إذن $\frac{2}{3} = \frac{FM}{FE}$.

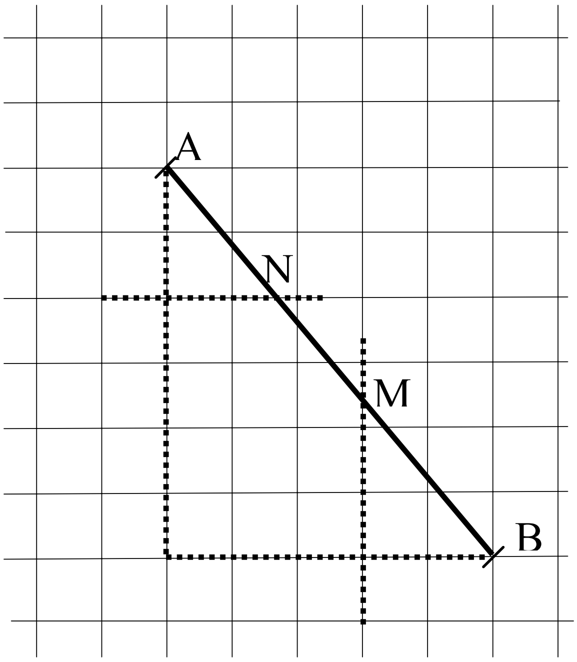
في المثلث EFG ، M نقطة من [FE] و N نقطة من [FG] و(MN) و (EG) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{FM}{FE} = \frac{MN}{EG}$ لكن $\frac{2}{3} = \frac{FM}{FE}$ (نحسب المربعات) إذن $\frac{2}{3} = \frac{MN}{EG}$

ومنه $N = \frac{2}{3}EG$ ، لكن EG = 6 (حسب الشكل) إذن $MN = \frac{2}{3} \times 6$

أي MN = 4.

.13



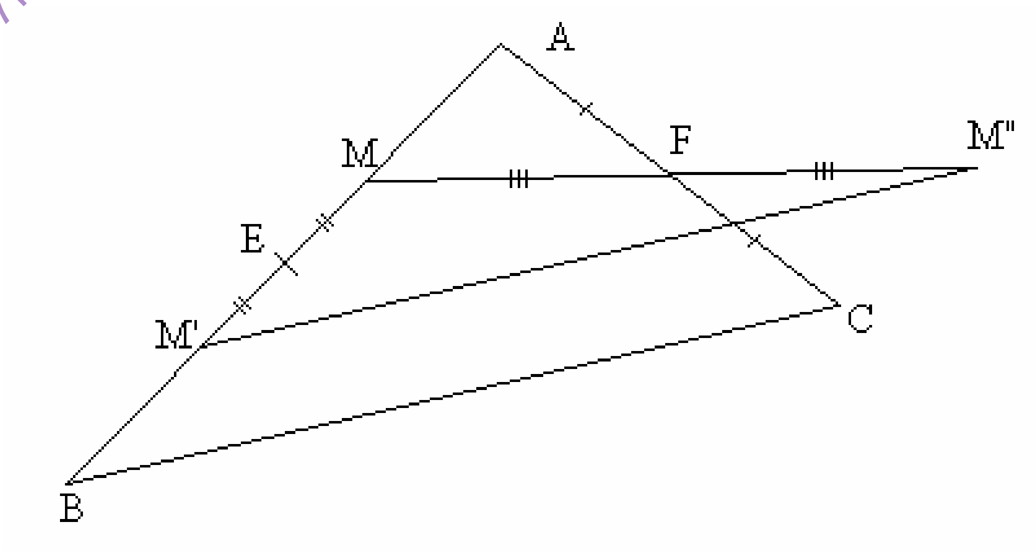

.14- في الحالة (1) لدينا: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{2,7}{x}$ أي $x = 2,7 \times 3$ أي $x = 8,1$ .

- في الحالة (2) لدينا: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{x}{7}$ أي $x = \frac{7}{2}$ أي $x = 3,5$ .

- في الحالة (3) لدينا: $\frac{2}{5} = \frac{1,8}{x}$ أي $x = \frac{1,8 \times 5}{2}$ أي $x = 4,5$ .

- في الحالة (4) لدينا: $\frac{2}{5} = \frac{x}{3}$ أي $x = \frac{3 \times 2}{5}$ أي $x = 1,2$ .

.15




في المثلث ABC لدينا E منتصف [AB] و F منتصف [AC] .
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH فإن المستقيمين (EF) و(BC) متوازيان و

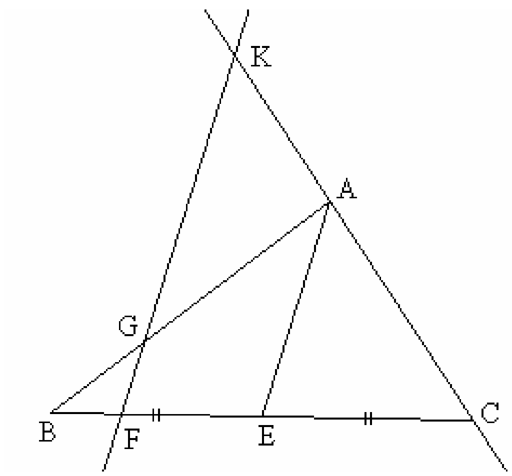
$EF = \frac{1}{2}BC$ أي $BC = 2\times EF$ .

في المثلث MM'M'' لدينا E منتصف [MM'] و F منتصف [MM''] .
حسب خاصية المنتصفين في المثلث EGH فإن المستقيمين (EF) و(M'M'') متوازيان

و $EF = \frac{1}{2}M'M''$ أي $M'M'' = 2\times EF$ .

- (BC) و (M'M'') يوازيان نفس المستقيم (EF) فإنهما متوازيان.
- $BC = 2\times EF$ و $M'M'' = 2\times EF$ منه $BC = M'M''$ .

.16




- في المثلث FKC ، E نقطة من [FC] و A نقطة من [CK]
و(AE') و (FK) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{CF}{CE}=\frac{FK}{AE}$ لكن CF = 5 cm و CE = 3 cm إذن $\frac{CF}{CE}=\frac{5}{3}$

ومنه $\frac{FK}{AE}=\frac{5}{3}$.

- في المثلث BEA ، F نقطة من [BE] و G نقطة من [BA]

و(GF) و (AE) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{BF}{BE}=\frac{FG}{AE}$ لكن BF = 1 cm و BE = 3 cm إذن $\frac{BF}{BE}=\frac{1}{3}$

ومنه $\frac{FG}{E}=\frac{1}{3}$.

- بمان $\frac{FK}{AE}=\frac{5}{3}$ فأن $FK=\frac{5}{3}AE$ و بمان $\frac{FG}{AE}=\frac{1}{3}$ فأن $FG=\frac{1}{3}AE$

إذن $FK+FG=\frac{5}{3}AE+\frac{1}{3}AE=\frac{6}{3}AE$ أي $FK+FG=2AE$

.17

في المثلث OAB ، M نقطة من [AB] و M’ نقطة من [OA] و

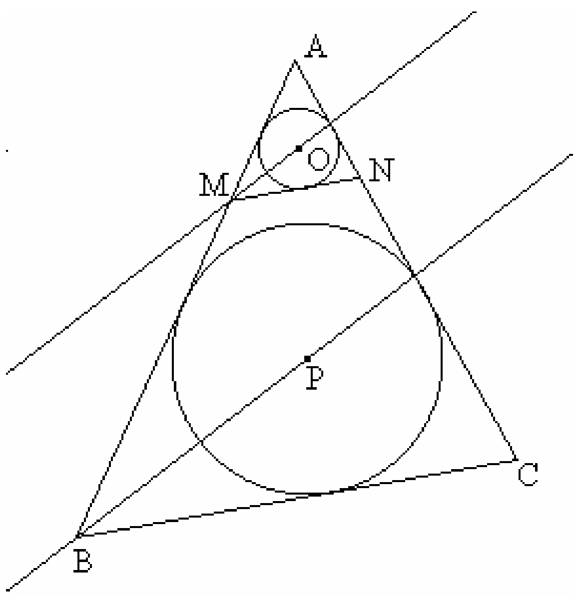
(MM’) و (OB) متوازيان.

نستنتج أن $\frac{MM'}{OB}=\frac{M'}{O}$ لكن $\frac{MM'}{OB}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ إذن $\frac{AM'}{O}=\frac{1}{3}$

و منه $AM'=\frac{1}{3}AO$ ، لكن AO = 5 (حسب الشكل) إذن $AM'=\frac{5}{3}$

ونستنتج أن $OM'=OA-AM'=5-\frac{5}{3}=\frac{10}{3}$ إذن $x=\frac{10}{3}$.

.18



- $\widehat{AMN}$ و $\widehat{ABC}$ هما زاويتان متماثلتان معينتان بالمستقيمين (MN) و (BC) و القاطع (AB) وبمأن هذين المستقيمين متوازيان فإن الزاويتين متساويتان إذن : $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$.
- O مركز الدائرة داخل المثلث AMN إذن المستقيم (OM) منصف الزاوية AMN و منه: $OMA = \frac{1}{2} AMN$.
- P مركز الدائرة داخل المثلث ABC إذن المستقيم (BP) منصف الزاوية ABC و منه $PBA = \frac{1}{2} ABC$.
- لدينا: $OMA = \frac{1}{2} AMN$ و $PBA = \frac{1}{2} ABC$ و AMN = ABC إذن: PBA = OMA.

بمأن الزاويتين PBA و OMA متساويتان وهما زاويتان متماثلتان معينتان بالمستقيمين (PB) و (OM) و القاطع (AB) إذن نستنتج أن المستقيمين (PB) و (OM) متوازيان.

# الأعداد النسبية

## تصميم الدرس

- تذكير (برنامج السنة 2)
- ضرب عددين نسبيين
- قسمة عددين نسبيين
- تمارين و مشكلات
- تصحيح التمارين المشكلات

## 1. تذكير (برنامج السنة 2) :

- **جمع عددين نسبيين.**

**قاعدة:**

- **لجمع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة:**
  - **نجمع المسافتين إلى الصفر للعددين.**
  - **نرفق بالنتيجة الإشارة المشتركة للعددين.**

- **لجمع عددين نسبيين من إشارتين مختلفتين:**
  - **نطرح أصغر مسافة إلى الصفر من المسافة إلى الصفر الأكبر.**
  - **نرفق بالنتيجة إشارة العدد الذي له أكبر مسافة إلى الصفر.**

**أمثلة:**

1. $(+2,5)+(6,8)=+9,3$

$-5,3 \;+\; -2,5 \;=-7,8$

2. $+5,8 \;+\; -6 \;=-0,2$

$(+6,9)+(-3,5)=+3,4$

**خاصية:**

**مجموع عددين متعاكسين معدوم.**

مثال:

$(+3,8)+(-3,8)=0$

- **طرح عددين نسبيين.**

**قاعدة:**

**لطرح عدد نسبي، نضيف معاكسه.**

**أمثلة:**

$(+5,7)-(+3,4)=(+5,7)+(-3,4)=+4,3$

$(+5,7)-(-3,4)=(+5,7)+(+3,4)=+9,1$

**اصطلاح**

- يمكن حذف الإشارة + والقوسين بالنسبة إلى الأعداد النسبية الموجبة.
- يمكن حذف قوسي العدد النسبي الأوّل في مجموع أو فرق.

**مثال:**

$(+2,5)-(+5)=2,5-(+5)=2,5-5$

## • المجموع الجبري

**تعريف:**

**المقصود بمجموع جبري متتالية عمليات جمع وعمليات طرح أعداد نسبية.**

**مثال:**

$E = 5 - 3,5 + 5 + 9 - 4,5$ مجموع جبري.

**طريقة:**

**لحساب مجموع جبري، نختصر كتابته بشطب الحدود المتعاكسة، إن وجدت، ثمّ نجمّع الحدود التي لها نفس الإشارة ونجري الحسابات.**

**في المثال السابق، نجد:**

$$E = \cancel{5} - 3,5 + \cancel{5} + 9 - 4,5$$
$$= 3,5 - 4,5 + 9 = -8 + 9 = 1$$

**تطبيق:** حساب قيمة عبارة حرفية

**مثال:**

نعتبر العبارتين الحرفيتين $E = a - (b + c - d)$ ؛ $F = a - b - c + d$

احسب قيمة كلّ من $E$ و $F$ من أجل

$a = 3,5$ ؛ $b = -4$ ؛ $c = 8,3$ ؛ $d = 6$

نعوّض كلّ حرف في العبارة بالعدد النسبي الذي يمثله، نجد:

$$\begin{aligned} E &= a - (b + c - d) \\ &= 3,5 - (-4 + 8,3 - 6) \\ &= 3,5 - (-4 - 6 + 8,3) \\ &= 3,5 - (-10 + 8,3) \\ &= 3,5 - (-1,7) \\ &= 3,5 + (+1,7) \\ &= 5,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= a - b - c + d \\ &= 3,5 - (-4) - 8,3 + 6 \\ &= 3,5 + (+4) - 8,3 + 6 \\ &= 3,5 + 4 + 6 - 8,3 \\ &= 13,5 - 8,3 \\ &= 5,2 \end{aligned}$$

**ملاحظة:**

نلاحظ أننا نحصل في الحالتين على نفس القيمة وهي النتيجة التي يمكن توقعها فيما بعد (الدرس .... ).

## 2. ضرب عددين نسبيين :

**قاعدة:**

لضرب عددين نسبيين، نضرب المسافتين إلى الصفر ونطبق قاعدة الإشارات التالية:

- جداء عددين نسبيين من نفس الإشارة هو عدد موجب.
- جداء عددين نسبيين من إشارتين مختلفتين هو عدد سالب.

**أمثلة:**

$$4\times(2,5)=10 \qquad 5\times(-2,3)=-11,5$$

$$(-5)\times(-11)=55 \qquad (-9,25)\times 10=-92,5$$

**تنبيه:**

لا نكتب $5\times-2,3$ ، لكن $5\times(-2,3)$.

- **حالات خاصة:**

- عند ضرب عدد في نفسه نحصل على العدد مربعا.
- عند ضرب عدد في $(-1)$ ، نأخذ معاكسه.

**أمثلة:**

- $5\times5=5^2=25$ ؛ $(-5)\times(-5)=(-5)^2=25$ ؛

$(0,5)\times(0,5)=0,5^2=0,25$ .

- $(-1)\times4=-4$ ؛ $(-4)\times(-1)=4$

- **حساب جداء عدّة أعداد نسبية**

**قاعدة :**

إذا تضمن جداء عددا زوجيا من العوامل السالبة فإنّ الجداء يكون موجبا.

إذا تضمن جداء عددا فرديا من العوامل السالبة فإنّ الجداء يكون سالبا.

**أمثلة:**

$$5\times(-0,1)\times(-7)=3,5 \quad ؛ \quad (-2)\times3\times(-5)\times(-4)=-120$$

## 3. قسمة عددين نسبيين :

**قاعدة:**

**لحساب حاصل قسمة عدد نسبي على عدد نسبي غير معدوم، نقسم المسافتين إلى الصفر ونطبّق نفس قاعدة الإشارات للضرب.**

نكتب حاصل قسمة $a$ على $b$ $(b \neq 0)$ على الشكل $a \div b$ أو $\frac{a}{b}$.

أمثلة:

$3,2 \div 8 = 0,4$ أو $\frac{3,2}{8} = 0,4$ (لاحظ أنّ $8 \times 0,4 = 3,2$)

$11 \div (-6) \approx -1,83$ أو $\frac{11}{-6} \approx -1,83$

(عند قسمة $11$ على $-6$ لا تكون النتيجة عددا نسبيا، لذلك نعتبر قيمة مقربة لحاصل القسمة ونضع العلامة $\approx$).

### • قاعدة أولوية العمليات

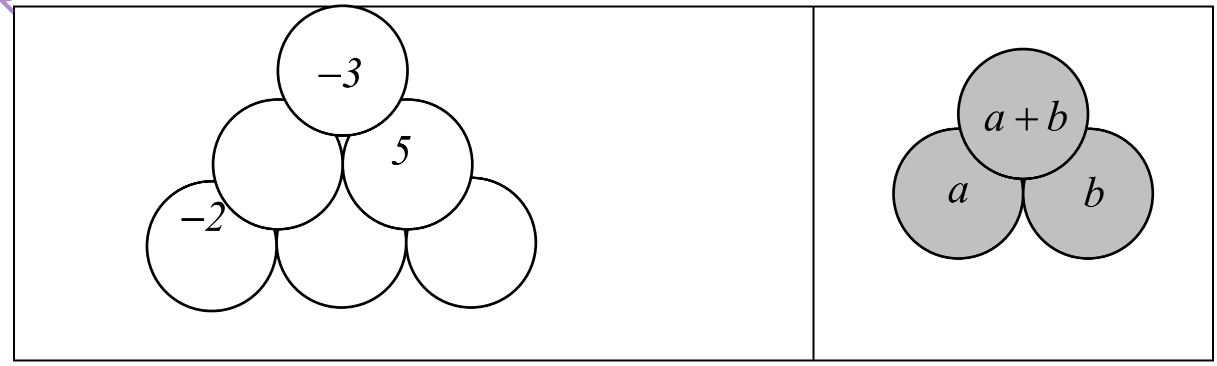
عند إجراء حساب على أعداد نسبية، نطبّق نفس قواعد الأولوية المتعلقة بالأعداد الموجبة:
- نجري أولا العمليات بين الأقواس.
- في غياب الأقواس، نجري أولا عمليات الضرب والقسمة التي لها الأولوية على عمليات الجمع والطرح وذلك حسب ترتيبها في الحساب.

مثال: احسب $A = 2 + \left[4 + (-12) \times (-3)\right] \div (-8)$

$$\begin{aligned} A &= 2 + \left[4 + (-12) \times (-3)\right] \div (-8) \\ &= 2 + [4 + 36] \div (-8) \\ &= 2 + 40 \div (-8) \\ &= 2 + (-5) \\ &= -3 \end{aligned}$$

## • تمارين و مشكلات :

1. انقل ثمّ أكمل حسب القاعدة المبينة في المخطط.




2. احسب المجاميع التالية:

أ) $-9+6$ ب) $2,5+(-12)$ ج) $(-8)+(-3,3)$

3. احسب الفروق التالية:

أ) $(+15)-(-17)$ ب) $(+12)-(+5)$ ج) $(-13)-(+13)$

4. انقل المربع التالي وأكمله ليصبح مربعا سحريا[1]:

| | | |
|---|---|---|
| $0,5$ | $-4,5$ | |
| | $-0,5$ | |
| | | $-1,5$ |

5. احسب المجاميع الجبرية الآتية:

أ) $A=2,4-4,5+5,7-2,4-4,2$

ب) $B=1-0,1+1-1+1,1$

ج) $C=-0,75+0,27-1,25+0,03-0,7$

6. احسب القيمتين العدديتين للمجموعين $A$ و $B$ من أجل

[1] [illegible]

$a=-2$

و $b=+3$ :

$A=2b+3a-2$

$B=(b-5)-2a$

7. نعتبر المجموعين الجبريين $\quad = a-b+c$ ؛ $N=-a+b-c$

1. ا) احسب القيمتين العدديتين للمجموعين $\quad$ و $N$ من أجل
$a=7$ ؛ $b=4,4$ ؛ $c=-2,6$.

ب) استنتج قيمة $\quad + N$ $\quad$ .

2. دون التعويض بأعداد، هل يمكن معرفة قيمة $\quad + N$ $\quad$ ؟

3. ماذا نقول عن $\quad$ و $N$ ؟

8. احسب ذهنيا

ا) $5\times(-7)$ $\quad$ ب) $(-8)\times(-8)$ $\quad$ ج) $2\times(-30)$

د) $0\times(-1,8$ $\quad$ هـ) $100\times 2,5$ $\quad$ و) $25\times(-4)$

9. إذا علمت أنّ $24\times 36=864$ ، احسب ذهنيا

ا) $24\times(-36)$ $\quad$ ب) $(-24)\times(-36)$ $\quad$ ج) $240\times(-36)$

د) $(2,4)\times(3,6)$.

10. احسب الجداءات التالية:

ا) $-11\times 8$ $\quad$ ب) $15\times(-20)$ $\quad$ ج) $-4\times(-125)$

11. انقل الجدول ثم أكمله

| $\times$ | $-7$ | $-3,6$ | $2$ | $5,2$ |
|---|---|---|---|---|
| $-6$ | | | | |
| $-1,3$ | | | | |
| $5$ | | | | |

12. أكمل بتعيين العامل الناقص.

ا) $-3\times\ldots=12$ $\quad$ ب) $-28=7\times\ldots$ $\quad$ ج) $45=\ldots\times(-9)$

13. $A=(-1)\times(-1)\times\ldots\times(-1)$ هو جداء $(-1$ في نفسه $n$ مرّة.

ما هي قيمة $A$ في الحالتين $n=2004$ ؛ $n=2005$ ؟

14. احسب بتمعن ما يلي:

أ) $(-5)\times(-0,1)\times 0,2\times(-10)$ ب) $(-8)\times 0,2\times(-5)\times(-1,25)$

15. انقل الجدول ثم أكمله.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $a$ | $-42$ | $18$ | $81$ | |
| $b$ | $-6$ | $-0,3$ | | $-11$ |
| $a \div b$ | | | $-9$ | $3$ |

16. إذا علمت أنّ $a = 9$ ؛ $b = -15$ ؛ $c = 7$ ، احسب ما يلي:

أ) $a + bc$ ب) $(a+b)c$ ج) $a + \dfrac{b}{c}$ د) $\dfrac{a+b}{c}$

17. مربى له شكل متوازي مستطيلات، حجمه $1\,m^3$ وقاعدته لها شكل مستطيل طوله $2,50\,m$ وعرضه $0,50\,m$.

1. ما هي مساحة القاعدة $(m^2)$؟
2. باستعمال اللمسة $1/x$ للحاسبة، احسب ارتفاع المربى.
   اشرح الحساب.

18. تزن صفيحة معدنية $6,565\,k$ ، أبعادها كما يلي:
الطول $1\,m$ ؛ العرض $71\,cm$ ؛ السُمك $1,3\,mm$.
احسب كتلتها الحجمية. بالتقريب $/\,cm^3$ $0,1$.
(الكتلة الحجمية $(\;/\,cm^3)$ تساوي حاصل قسمة الكتلة $(g$ على الحجم $(cm^3)$).

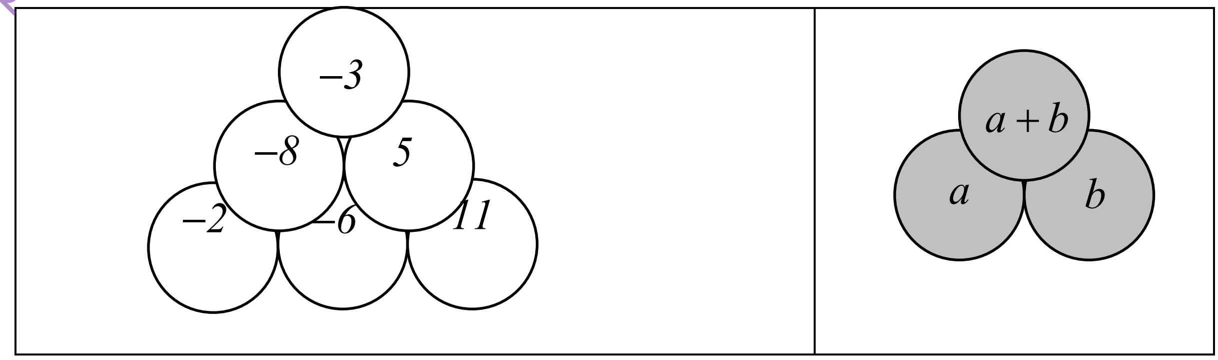
19. أوجد العددين الصحيحين النسبيين $x$ ، $y$ حيث $x \times y = -15$

20. أكشف " الدخيل " عن باقي الحسابات فيما يلي:

- $-9\times(7+4)$
- $-9\times 7+(-9)\times 4$
- $-3\times(-11)\times 3$
- $-9+10\times(-9)$
- $9\times(-5-5)-9$

## • تصحيح التمارين المشكلات :

.1




.2

أ) $-3$ ب) $-9,5$ ج) $-11,3$

.3

أ) $(+32$ ب) $(+7)$ ج) $-26$

.4

| | | |
|---|---|---|
| $0,5$ | $-4,5$ | $2,5$ |
| $1,5$ | $-0,5$ | $-2,5$ |
| $-3,5$ | $3,5$ | $-1,5$ |

.5

أ) $A=-3$ ب) $B=2$ ج) $-0,4$ $C=$

.6

$=-2$ $B=-4$

.7

.1 أ) $= N = 0$ ب) $+ N = 0$ .

.2

$$\begin{aligned} M+N &= a-b+c+(-a+b-c) \\ &= a-b+c+(-a)+(+b)+(-c) \\ &= a+(-a)-b+(+b)+c+(-c) \\ &= 0+0+0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

3° العددان ، $N$ متعاكسان.

.9
نعلم أنّ $24\times 36 = 864$ ، لدينا:
ا) $-864$ ب) $864$ ج) $-8640$ د) $8,64$

.10
ا) $-88$ ب) $-300$ ج) $500$

.11

| $\times$ | $-7$ | $-3,6$ | $2$ | $5,2$ |
|---|---|---|---|---|
| $-6$ | $42$ | $21,6$ | $-12$ | $-31,2$ |
| $-1,3$ | $9,1$ | $4,68$ | $-2,6$ | $-6,76$ |
| $5$ | $-35$ | $-18$ | $10$ | $26$ |

.12
ا) $-3\times(-4) = 12$ ب) 7x(-4)= -28 ج) (-5)x(-9)=45

.13 من أجل $n = 2004$ ( $n$ زوجي)، $A = 1$ ؛
من أجل $n = 2005$ ( $n$ فردي)، $= -1$

.14
ا) $-1$ ب) $-10$

.15

| $a$ | $-42$ | $18$ | $81$ | $-33$ |
|---|---|---|---|---|
| $b$ | $-6$ | $-0,3$ | $-9$ | $-11$ |
| $a\div b$ | $7$ | $-60$ | $-9$ | $3$ |

.16
ا) $-96$ ب) $-42$ ج) $9-\dfrac{15}{7}$ د) $\dfrac{-6}{7}$

17. 1. مساحة القاعدة: $1,25\,m^2$

2. ارتفاع المربى يعطى بالقاعدة:

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

نجد الارتفاع هو $\frac{1}{1,25} = 0,8\ m$.

وهو الطول الذي يمكن حسابه باستعمال اللمسة $1/x$ للحاسبة باعتبار أنّ الحجم يساوي الوحدة.

18. الحجم هو $100 \times 71 \times 0,13 = 923\ cm^3$

الكتلة الحجمية، بالتقريب المطلوب، هي $\frac{6565}{923} \approx 7,1 \quad / cm^3$

19. الأعداد الصحيحة النسبية $x$ ، $y$ حيث $x \times y = -15$ هي:

$x = 1$ ، $= -15$ (أو $x = -1$ ، $= 15$ ) ؛

$x = 3$ ، $y = -5$ (أو $x = -3$ ، $y = 5$ )

20. " الدخيل " عن الحسابات هو $-3 \times (-11) \times 3$.

# المستقيمات الخاصة في المثلث

## تصميم الدرس

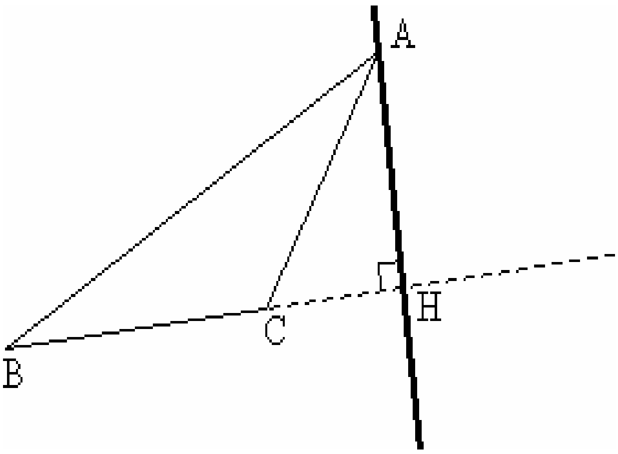
1.الارتقاع
2. المحور
3. المتوسط
4. منصف زاوية
5. المثلث  المتساوي الساقين

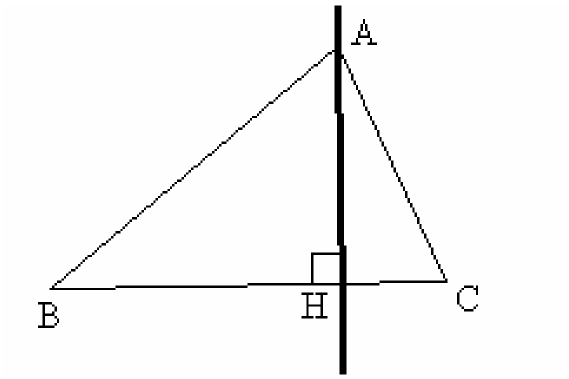
- تمارين و مشكلات
- تصحيح تمارين و مشكلات

## • 1.الارتقاع :

**تعريف**

**نسمي ارتفاعا في مثلث، المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس هذا المثلث و يعامد الضلع المقابل لهذا الرأس.**



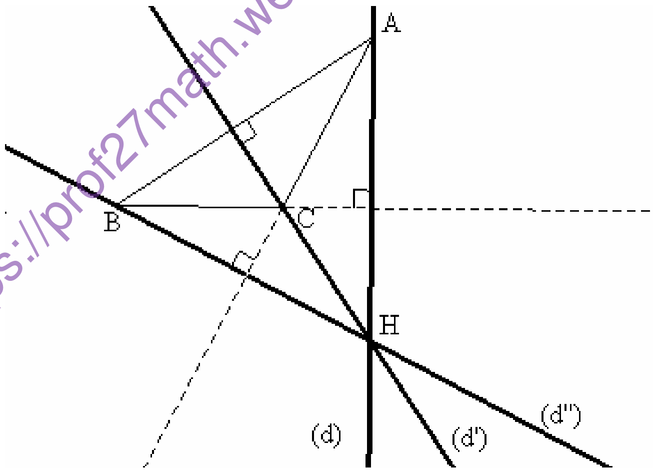



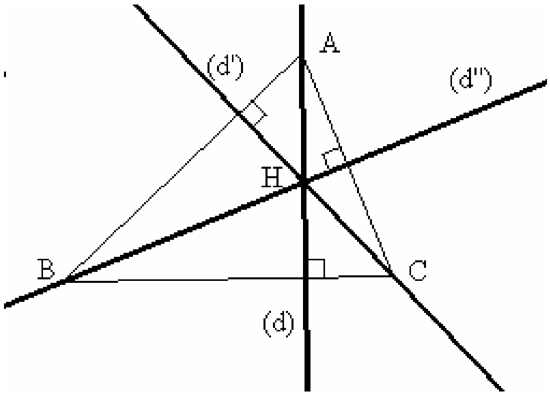

المستقيم (AH) هو الذي يشمل الرأس A. هو ايضا الارتفاع المتعلق بالضلع [BC].

ملاحظة: كل من القطعة [BC] و الطول AH يسمى أيضا ارتفاعا.

**خاصية:**

**في مثلث، الارتفاعات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة.**



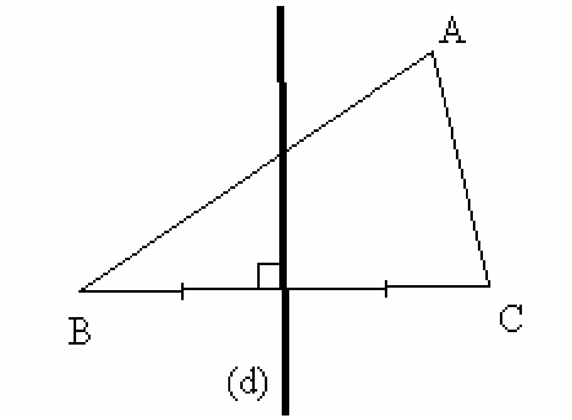




الارفاعات الثلاثة (d) ، (d’) ، (d’’) تتقاطع في النقطة H.

## 2. المحور :

**تعريف:**

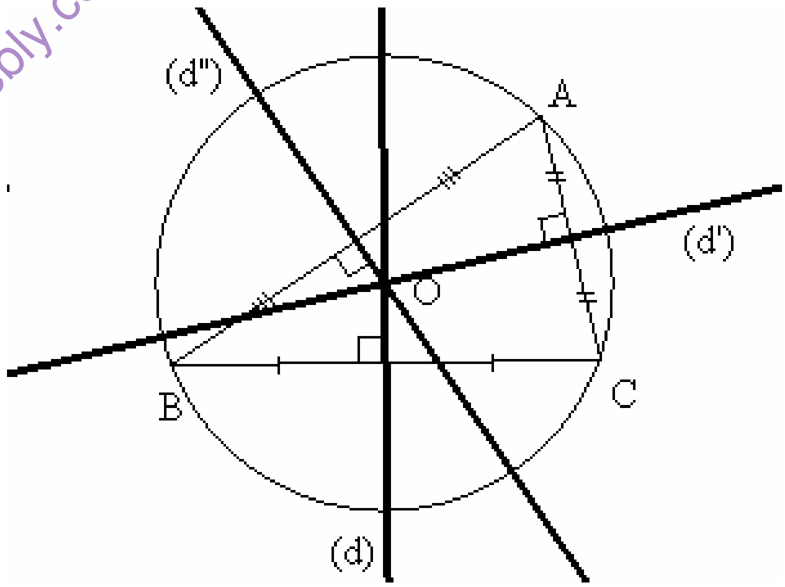
**نسمي محورا في مثلث ، محور أحد اضلاعه.**




(d) هو محور القطعة [BC] وهو محور المتعلق بالضلع [BC] في المثلث ABC.

**خاصية:**

**في مثلث، المحاورالثلاثة تتقاطع في نفس النقطة وهي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.**

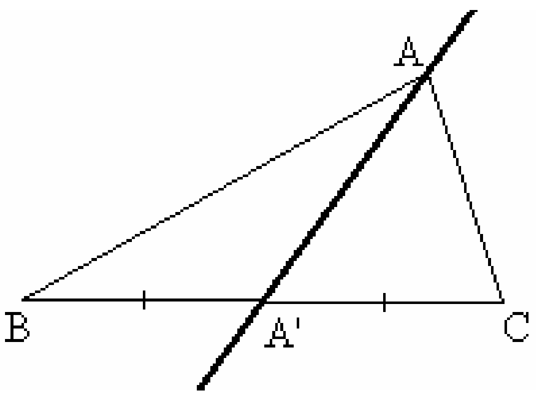



المحاور الثلاثة (d) ، (d’) ، (d’’) تتقاطع في النقطة O، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC..

## 3. المتوسط :

**تعريف:**

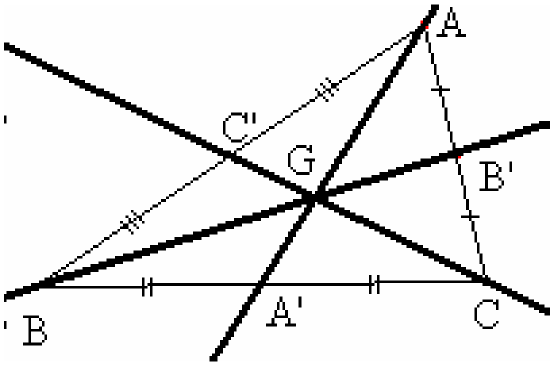
**نسمي متوسطا في مثلث، المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس هذا المثلث و يشمل منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.**




(AA’) هوالمتوسط الذي يشمل الرأس A. هو ايضا المتوسط المتعلق بالضلع [BC].

**خاصية 1:**

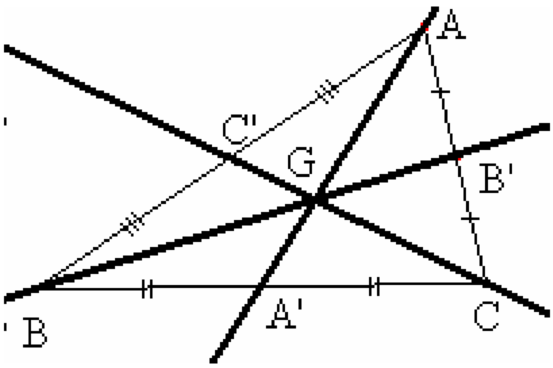
**في مثلث، المتوسطات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة و تسمى مركز ثقل هذا المثلث.**




المتوسطات الثلاثة (’AA) ، (’BB) ، (’CC) تتقاطع في النقطة G،
مركز ثقل المثلث ABC..

**خاصية 2:**

**في مثلث، مركز الثقل متواجد على $\frac{2}{3}$ من كل متوسط ابتداء من كل رأس.**



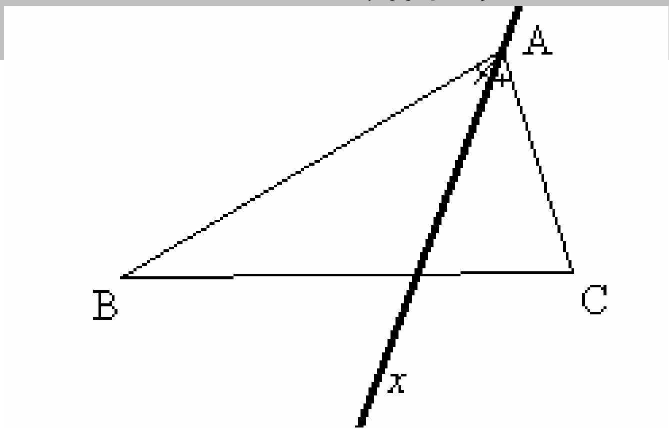

G مركز ثقل المثلث ABC فإن :

$$AG = \frac{2}{3}\ AA' \text{ و } BG = \frac{2}{3} BB' \text{ و } CG = \frac{2}{3} CC'$$

## 4. منصف زاوية :

**تعريف:**

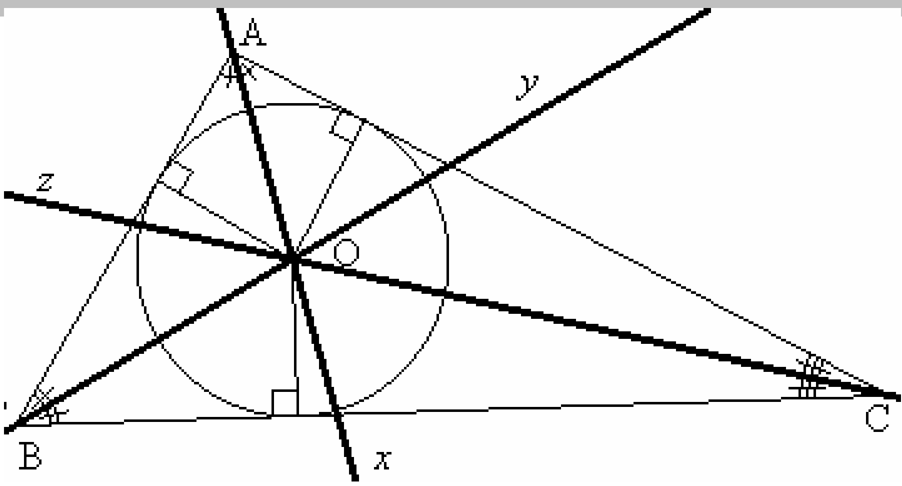
**نسمي منصفا في مثلث ، منصف إحدى زواياه.**




(Ax) هو منصف الزاوية $\widehat{BAC}$ وهو منصف في المثلث ABC.

**خاصية:**

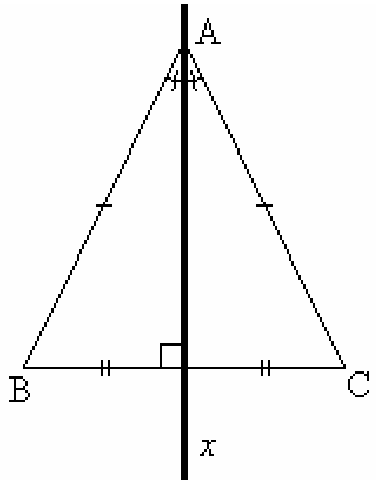
**في مثلث، المنصفات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة وهي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث.**




المنصفات الثلاثة (Ax) ، (By) ، (Cz) تتقاطع في النقطة O،
مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث ABC..

## 5. المثلث المتساوي الساقين :

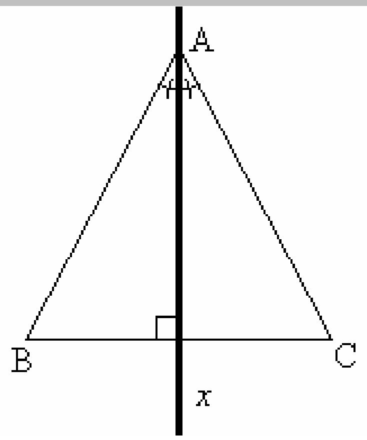
**خاصية:**
**إذا كان مثلث متساوي الساقين، فإن كل من المنصف والآرتفاع والمتوسط الذي تشمل الرأس الأساسي ينطبق على محور قاعدة هذا المثلث.**




ABC مثلث متساوي الساقين في A فإن (Ax) هو متوسط ومحور وإرتفاع ومنصف في المثلث ABC.

**خاصية عكسية:**

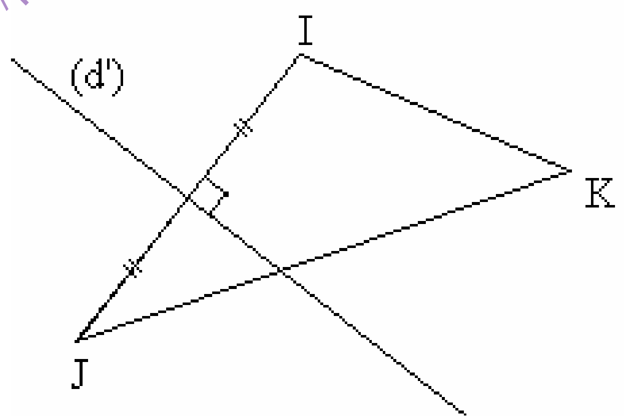
**إذا كان في مثلث، إحدى المستقيمات الخاصة منطبقة مع مستقيم خاص أخر، فإن هذا المثلث متساوي الساقيتن.**

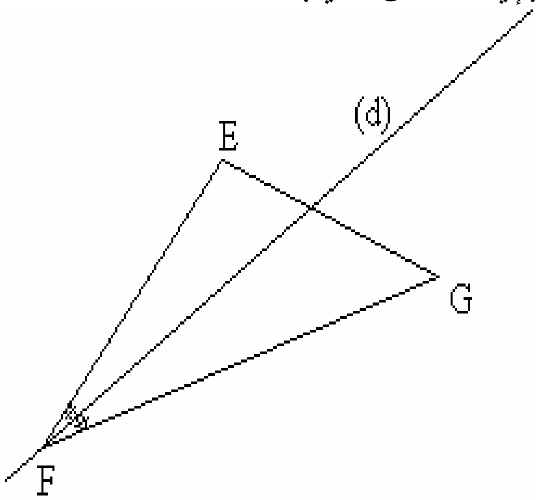


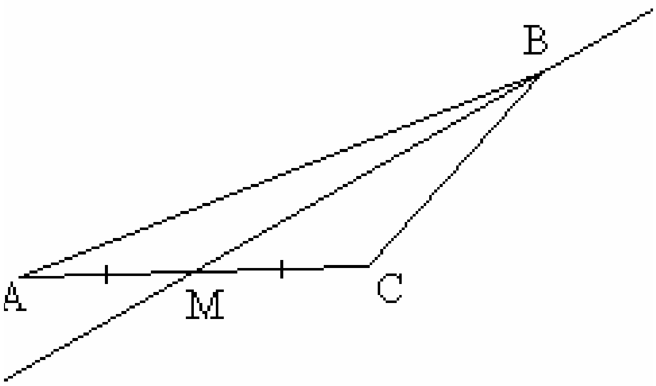

(Ax) هو الإرتفاع الذي يشمل A وهو منصف الزاوية $\widehat{BAC}$ فإن ABC مثلث متساوي الساقين في A.

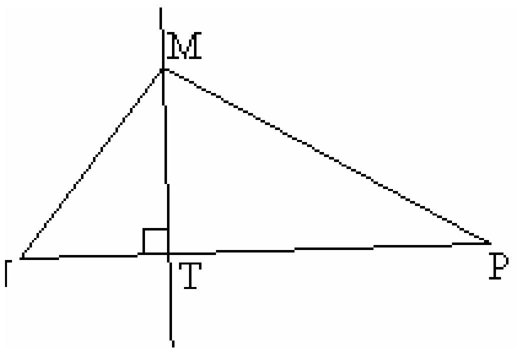
## • تمارين و مشكلات :

1. إليك الأشكال التالية:



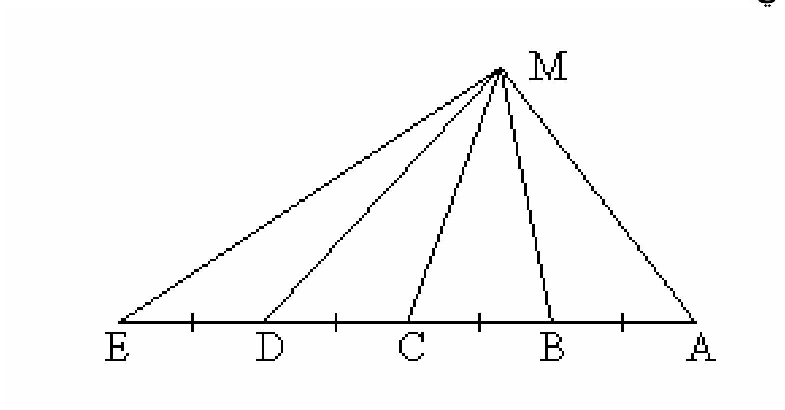

أتمم الجمل التالية:

- المستقيم ..... هو الارتفاع المتعلق بالضلع....... في المثلث........
- المستقيم ..... هو منصف الزاوية........ في المثلث..............
- المستقيم ..... هو المتوسط المتعلق بالضلع..... في المثلث.......
- المستقيم ..... هو المحور المتعلق بالضلع..... في المثلث........

2. أنشئ مثلثا ABC حيث AB = 7 cm ، BC = 6 cm ، CA = 3cm.

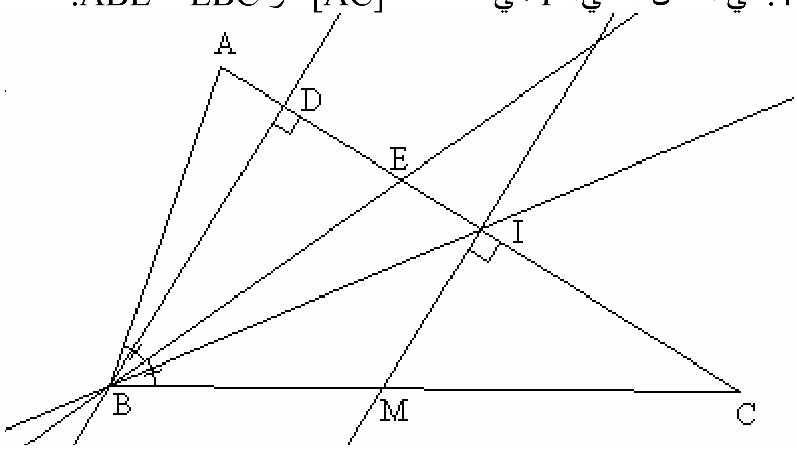
- أنشئ الارتفاع (d) الذي يشمل الرأس C.
- أنشئ الارتفاع (d') الذي يشمل الرأس A.

3. إليك الشكل التالي:




- عين متوسط المثلث MEC الذي يشمل الرأس M.
- عين متوسط المثلث MAE الذي يشمل الرأس M.
- عين متوسط المثلث BMD الذي يشمل الرأس M.

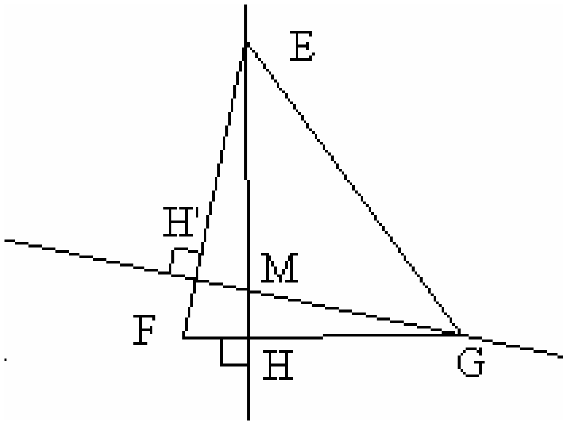
4. في الشكل التالي، I هي منتصف [AC] و $\widehat{ABE} = \widehat{EBC}$.




- أتمم الجملتين التاليتين:
  - المستقيم (BD) هو.........المثلث ABC الذي يشمل الرأس......
  - المستقيم (MI) هو ........................
- ماذا يمثل المستقيم (BI) بالنسبة المثلث ABC ؟
- ماذا نقول عن المستقيم (BE) ؟

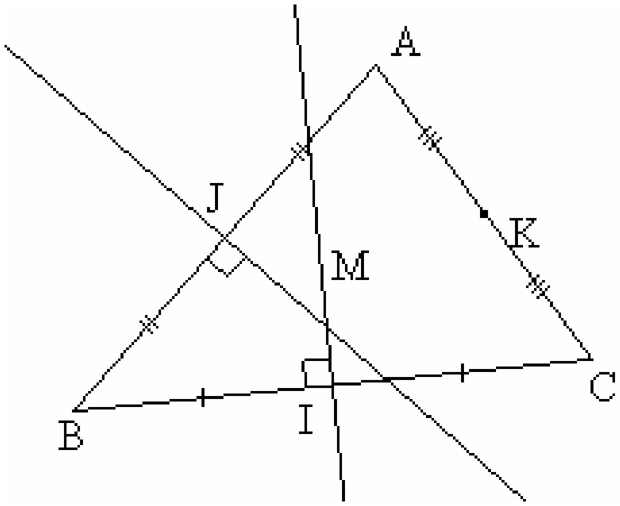
5. انشئ مثلثا ABC حيث AB = 6 cm ، AC = 5 cm ، $\widehat{BAC} = 60°$.
- أنشئ المتوسط [AM] للمثلث ABC والذي يشمل الرأسA.
- أنشئ المتوسط [MI]للمثلث AMB والذي يشمل الرأس M.

6. إليك الشكل التالي:




أنشئ المستقيم الذي يشمل النقطة F ويعامد المستقيم (GE). علل.

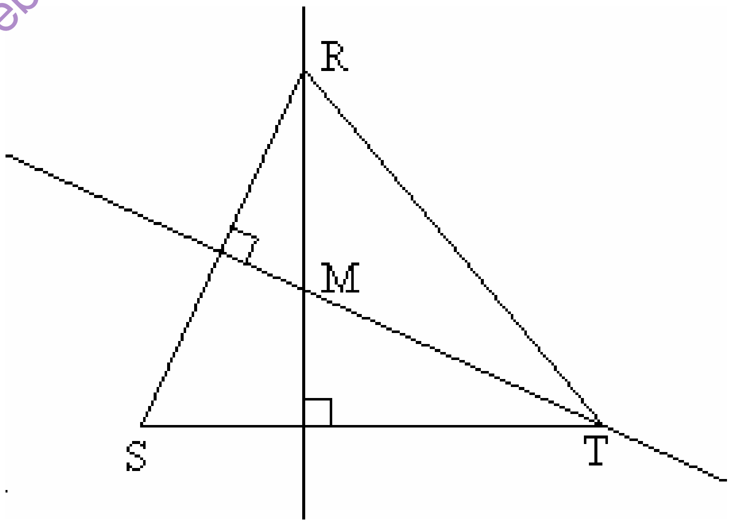
7. إليك الشكل التالي:




أنشئ محور اقطعة [AC]. علل.

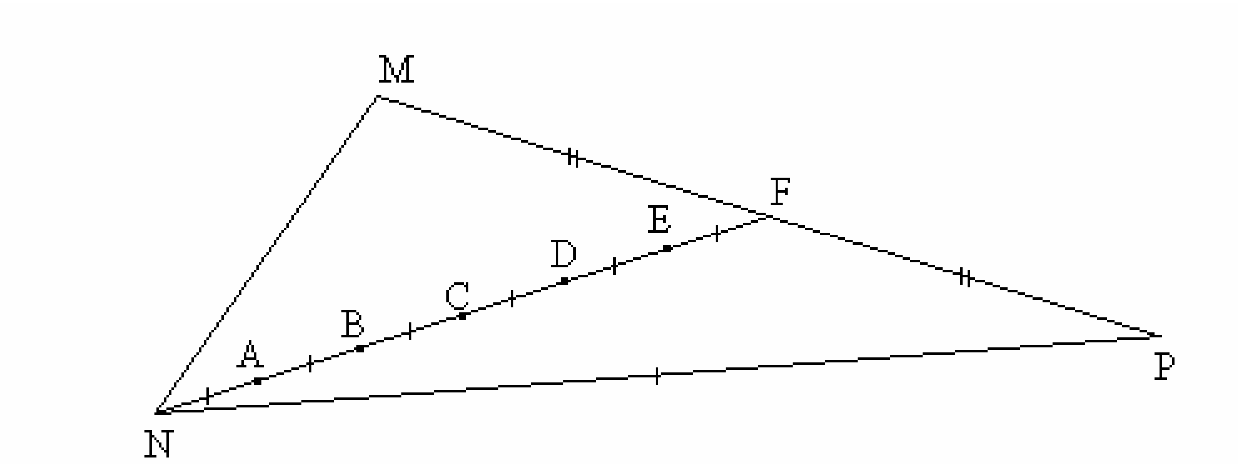
8. أرسم مثلثا ABC قائما في A.
- عيّن نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث ABC. علّل.

9. في الشكل التالي، M هي نقطة تقاطع الارتفاعات.

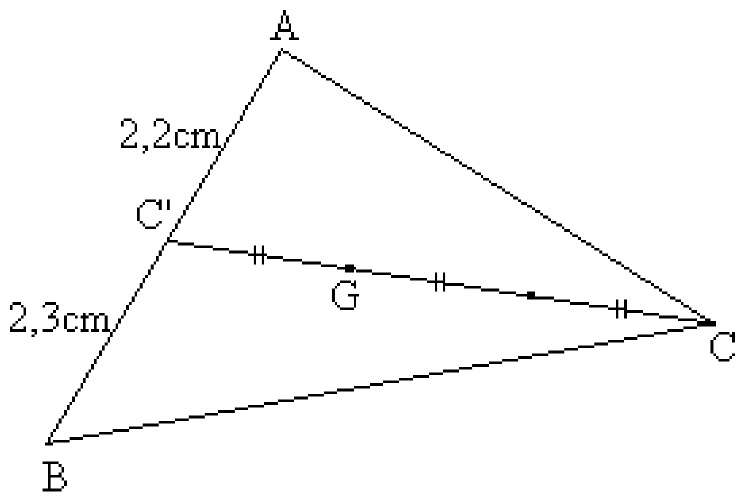



- ما هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث RSM ؟
- ما هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث RMT ؟
- ما هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث SMT ؟

10. ما هو مركز ثقل المثلث MNP ؟ علل.




11. هل النقطة G مركز ثقل المثلث ABC ؟ لماذا ؟



12. أرسم ملثا ABC. عين النقط ’A ، ’B ، ‘C منتصفات الأضلاع [BC]، [AC]، [AB] على الترتيب.
- برهن أن المثلثين ABC و ’A’B’C لهما نفس مركز الثقل.

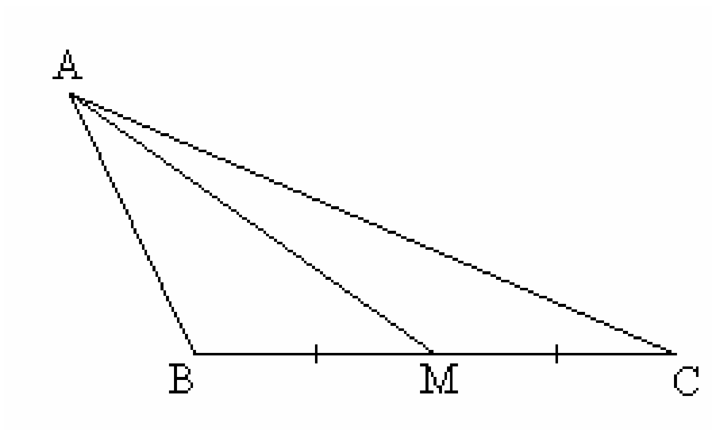
13. برهن أن في مثلث متساوي الساقين مركز الثقل ،نقطة تقاطع الارتفاعات و مركز الدائرة المحيطة ومركز الدائرة المرسومة على استقامة واحدة.

14. - ارسم مربعا ABCD. عين نقطة M من نصف المستقيم (CD) وخارج القطعة [CD].
- أنشئ منصف الزاوية $\widehat{BMD}$. هذا المنصف يقطع (AC) في N.
- برهن أن المستقيم (BN) هومنصف الزاوية $\widehat{MBC}$.

15. أرسم متوازي اضلاع EFGH.
ارسم المستقيم الذي يشمل E ويعامد (FG). ارسم المستقيم الذي يشمل F ويعامد (EG). نسمي I نقطة تقاطع هذين المستقيمين.
- ما نوع المثلث HIG ؟ علل.

16. أرسم مربعا ABCD ثم عين نقطة M من نصف المستقيم (CD) لكن خارج عن القطعة [CD].
- أنشئ منصف الزاوية $\widehat{BMD}$ الذي يقطع (AC) في N.
- برهن أن (BN) منصف الزاوية $\widehat{MBC}$.

17. ABC مثلث و M منتصف [BC].




- قارن مساحتي المثلثين AMB و AMC.

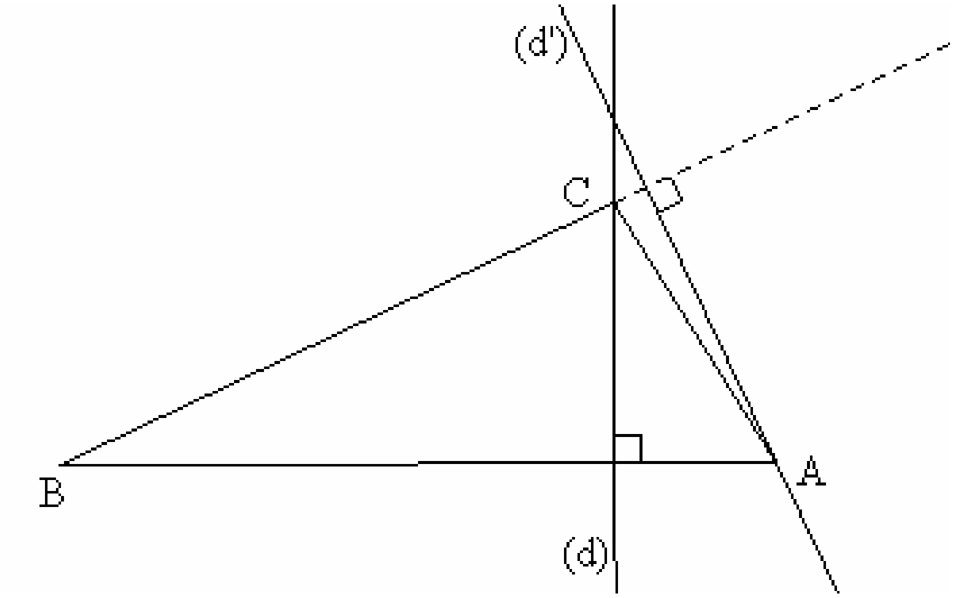
18. أرسم متوازي اضلاع ABCD مركزه O. عين النقطة ’B نظيرة B بالنسبة إلى C. المستقيم (’OB) يقطع (CD) في E. المستقيمان (BE) و(B’D) يتقاطعان في F.
- برهن أن النقطة F منتصف [B’D].

## • تصحيح التمارين و المشكلات :

.1

- المستقيم (MT) هو الارتفاع المتعلق بالضلع [NP] في المثلث MNP
- المستقيم (d) هو منصف الزاوية $\widehat{EFG}$ في المثلث EFG .
- المستقيم (BM) هو المتوسط المتعلق بالضلع [AC] في المثلث BAC .
- المستقيم (d') هو المحور المتعلق بالضلع [IJ] في المثلث IJK.

.2



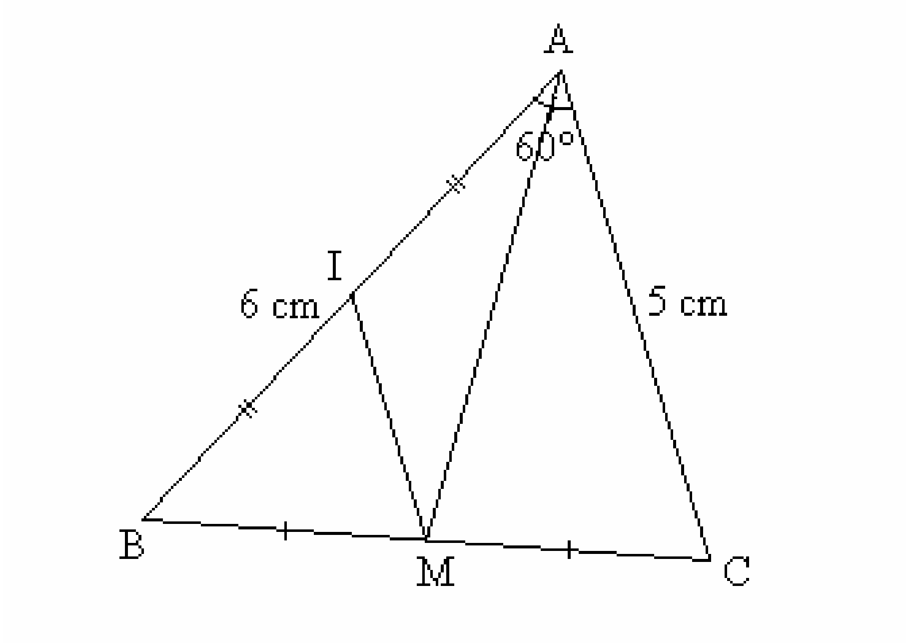

.3

- متوسط المثلث MEC الذي يشمل الرأس M هو (MD).
- متوسط المثلث MAE الذي يشمل الرأس M هو (MC).
- متوسط المثلث BMD الذي يشمل الرأس M .

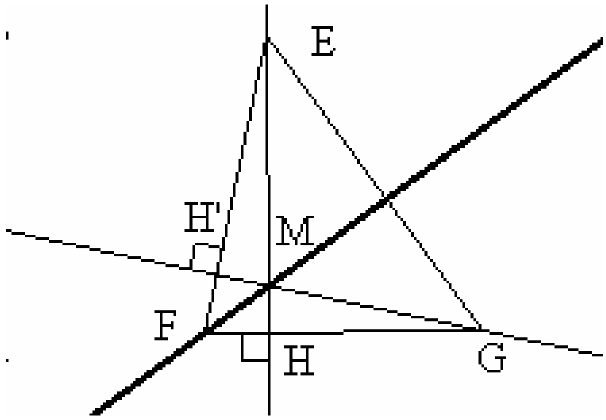
.4

- المستقيم هو(BD) هو ارتفاع المثلث ABC الذي يشمل الرأسB.
- المستقيم (MI) هو محور [AC]
- الستقيم (BI) هو متوسط في المثلث ABC .
- المستقيم (BE) هو منصف زاوية.

.5

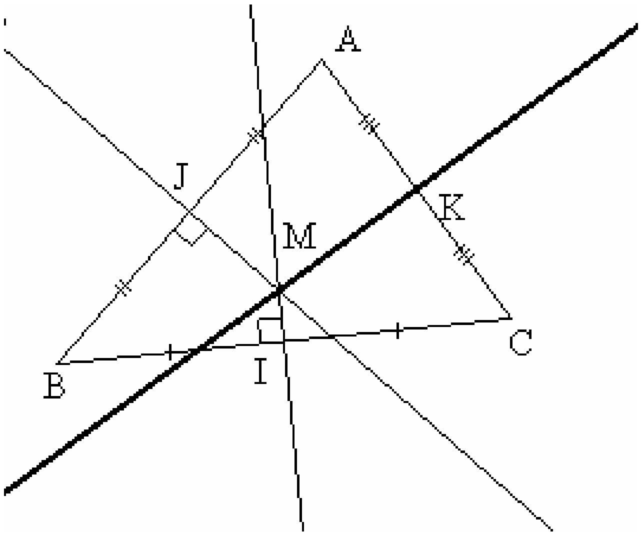



.6



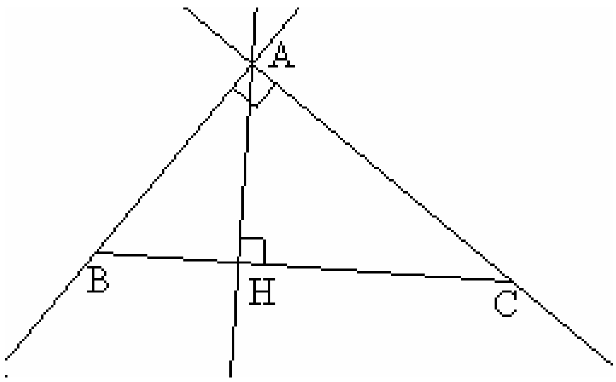

التعليل:
المستقيم الذي يشمل النقطة F ويعامد (GE) هو ارتفاع المثلث EFG، إذن يمر من النقطة M، نقطة تقاطع الارفاعين (EH) و (GH') في المثلث EFG.

.7




التعليل: محور القطعة [AC] هو المحورالثالث في المثلث ABC، إذن يشمل النقطة K منتصف الضلع [AC] والنقطة M، نقطة تقاطع المحورين (MI) و (MJ) في المثلث ABC .

.8



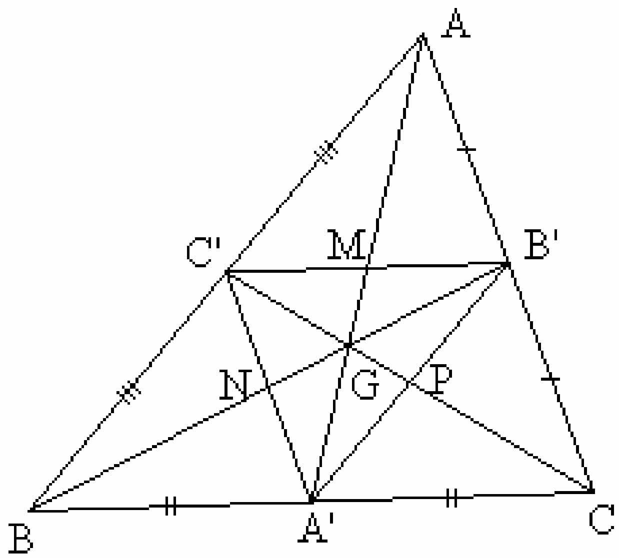

التعليل: في المثلث ABC القائم في A ، الارفاعات الثلاثة هي:
(AH) ، (BA) ، (CA) إذن تتقاطع في A، راس الزاوية القائمة.

.9
- نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث RSM هي T.
- نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث RMT هي S.
- نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث SMT هي R.

.10 مركز ثقل المثلث MNP هو النقطة D لأن هذه النقطة تنتمي إلى المتوسط [NF] في المثلث MNP و لدينا $D = \frac{2}{3}MF$ .

.11 النقطة G ليست مركز ثقل المثلث ABC لأن النقطة C’ ليست متتصف الضلع [AB].

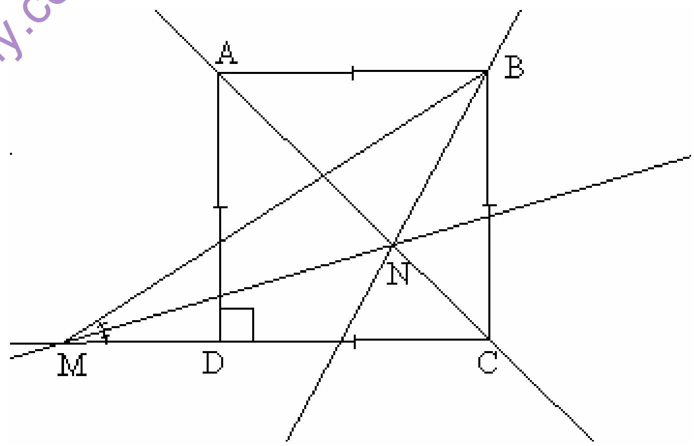
.12




G هو مركز ثقتل المثلث ABC. Gهو تقاطع المنتصفات (AA’)،(BB’)، (CC’)
لنبرهن أن G هو أيضا مركز ثقل المثلث A’B’C.
نسمي M نقطة تقاطع (B’C’) و (AA’) و N نقطة تقاطع (A’C’) و (BB’)
و P نقطة تقاطع (A’B’) و (CC’) .
لنبرأن النقط M ، N ، P هي منتصفات القطع [B’C’] ، [A’C’] ، [A’B’] على الترتيب.
في المثلث ABC لدينا C’ منتصف [AB] و B’ منتصف [AC].
حسب خاصية مستقيم المنتصفات في المثلث ABC نستنتج أن
(B’C’) // (BC) ومنه (B’M) // (A’C) و (A’B) // (C’M) .
في المثلث ACA’ لدينا B’ منتصف [AC] و(A’C) // (B’M) .
حسب خاصية مستقيم المنتصفات في المثلث ABA’ نستنتج أن $C'M = \frac{1}{2}BA'$ .
في المثلث ABA’ لدينا C’ منتصف [AB] و(A’B) // (C’M) .
حسب خاصية مستقيم المنتصفات في المثلث ACA’ نستنتج أن $B'M = \frac{1}{2}CA'$ . لكن BA’ = CA’ إذن B’M = C’M .
النقط B’ ، M ، C’ على استقامة واحدة وB’M = C’M فإن
M منتصف [B’C’] .
بنفس الطريقة نبرهن أن N ، P منتصفي القطعتين [A’C’] ، [A’B’] على الترتيب.
إذن المتوسطات (A’M) ، (B’N) ، (C’P) تتقاطع في نفس النقطة و هي النقطة G لأن (A’M) ينطبق على (B’N) و (A’M) ينطبق على (BB’)
و (C’P) ينطبق على (CC’).

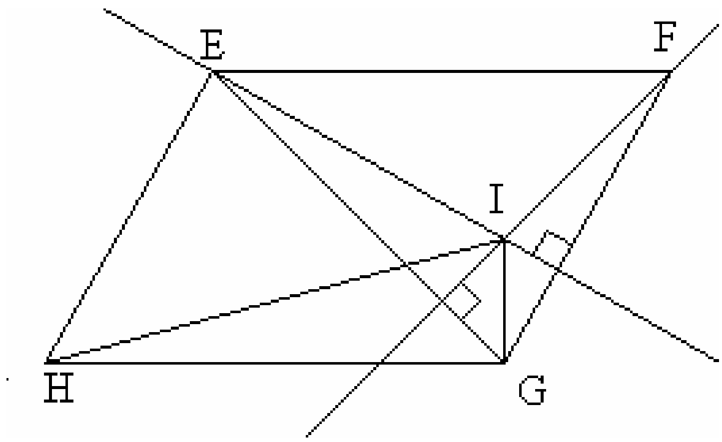
13. في مثلث متساوي الساقين، مركز الثقل ينتمي إلى المتوسط الذي يشمل الرأس الأساسي ونقطة تقاطع الارتفاعات تنتمي إلى الارتفاع الذي يشمل الرأس الأساسي ومركز الدائرة المحيطة ينتمي إلى محور القاعدة و مركز الدائرة المرسومة ينتمي إلى منصف زاوية الرأس الأساسي و بمأن كل هذه المستقيمات متطابقة ( خاصية المستقيمات الخاصة في مثلث متساوي الساقين) إذن كل هذه النقط على استقامة واحدة.

.14



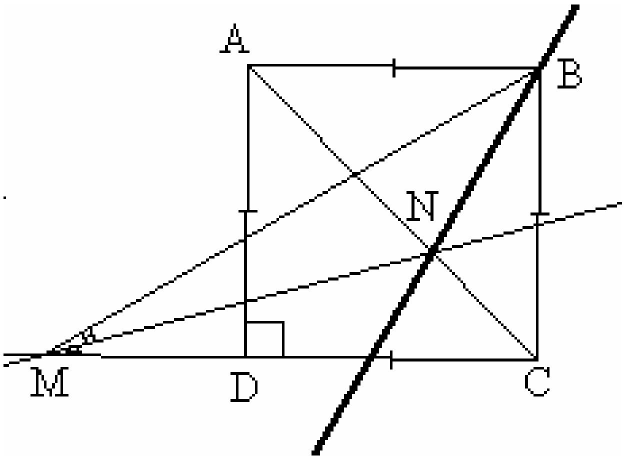

المثلث MBC قائم في C و القطر(EI) هو منصف الزاوية القائمة MCB
( خواص قطري مربع).
في المثلث MBC لدينا (AC) هو منصف الزاوية القائمة MCB و(MN) منصف الزاوية BMC.
حسب الخاصية " في مثلث، المنصفات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة " نستنتج أن N نقطة تقاطع المنصفات ومنه (BN) هومنصف الزاوية MBC.

.15




المثلث HGI قائم في G.
التعليل:
في المثلث EFG المستقيمان (EI) و (FI) هما ارتفاعان إذن المستقيم (GI) هو الارتفاع الثالث المتعلق بالضلع [EF]. نستنتج أن (GI) يعامد(EF).
لدينا (EF) يوازي (GH) ( EFGH متوازي الضلاع) و(GI) يعامد(EF).
حسب الخاصية " إذا كان مستقيمان متوازيين، فإن كل مستقيم يعامد الأول فيعامد الثاني".
إذن (GI) يعامد (GH) .

.16




في المثلث MBC لدينا:

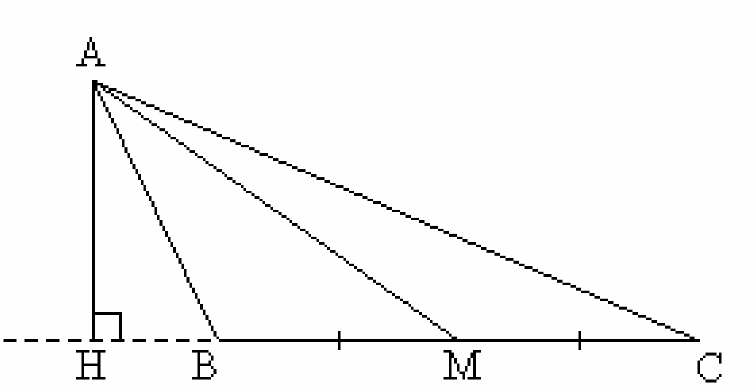
- (MN) منصف الزاوية $\widehat{BMC}$ .
-
- (CN) منصف الزاوية $\widehat{BCM}$.

حسب الخاصية: " في مثلث، المنصفات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة"
نستنتج أن المستقيم (BN) هو منصف الزاوية الثالث في المثلث MBC، إذن هو منصف الزاوية MBC.

.17 مساحتا المثلثين AMB و $\widehat{AMC}$ متساويتان.

التعليل:

نرسم الارتفاع [AH] الذي يشمل الرأس A في المثلث ABC.




نلاحظ أن [AH] هو أيضا الارتفاع الذي يشمل الرأس A في المثلث AMBو هو أيضا الارتفاع الذي يشمل الرأس A في المثلث AMC.

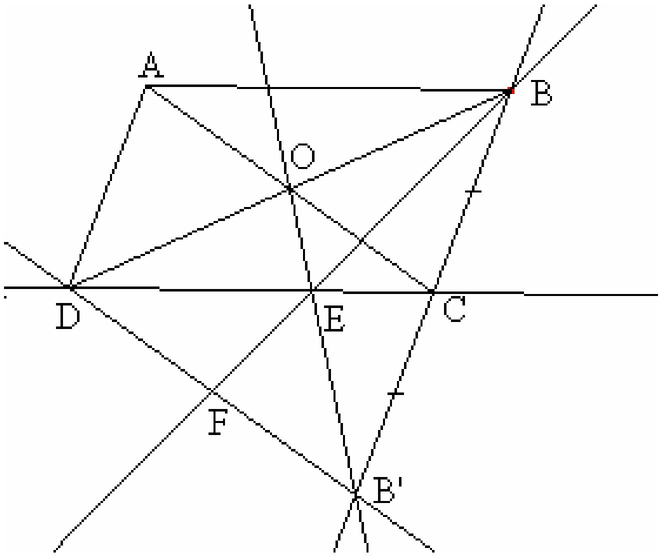
مساحة المثلث AMB هي $\frac{1}{2}\times \quad H\times BM$.

و مساحة المثلث AMB هي $\frac{1}{2}\times AH\times CM$

لكن BM = CM ( لأن M منتصف [BC]) إذن نستنتج أن:

$\frac{1}{2}\times \quad H\times CM = \frac{1}{2}\times \quad H\times BM$ يعني أن للمثلثين AMB و AMC نفس المساحة.

.18




في المثلث  'BDB لدينا:

- O منتصف [BD]   إذن (B'O)  هو متوسط الذي يشمل الرأس 'B.
- C منتصف ['BB]  إذن (DC) هو المتوسط الذي يشمل الرأس D.

حسب الخاصية: " في مثلث، المتوسطات الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة"،
وبمأن المتوسطين (B'O)  و (DC) يتقاطعان في النقطة E، فإن المستقيم
(BE) هوالمتوسط الثالث في المثلث 'BDB.
بمأن (BE) بقطع [B'D] في F، فإن النقطة F منتصف [B'D].

# الأعداد الناطقة

## تصميم الدرس

- حاصل قسمة عددين نسبيين (تذكير)
- الأعداد الناطقة
- العمليات على الأعداد الناطقة
- تمارين و مشكلات
- تصحيح تمارين و مشكلات

## • حاصل قسمة عددين نسبيين (تذكير) :

**تعريف:**

إذا كان $a$ و $b$ عددين نسبيين مع $b \neq 0$ فإنّ حاصل القسمة $\frac{a}{b}$ هو العدد $x$ حيث $b \times x = a$.

**ملاحظة:**

إذا كان $k \neq 0$ فإنّ $\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b}$.

**أمثلة:**

$$\frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{5 \times 7} = \frac{15}{35} \quad ; \quad \frac{-6}{7} = \frac{3 \times (-6)}{3 \times 7} = \frac{-18}{21}$$

## • الأعداد الناطقة :

**تعريف:**

**إذا كان $a$ و $b$ عددين نسبيين مع $b \neq 0$ ، نسمي حاصل القسمة $\frac{a}{b}$ عددا ناطقا.**

**أمثلة:**

$\frac{1}{2}$ ، $\frac{-6}{-5}$ ، $\frac{+2}{-1,3}$ أعداد ناطقة.

- الكتابة المختصرة لعدد ناطق

**قاعدة:**

**إذا كان $a$ و $b$ عددين نسبيين مع $b \neq 0$ ، فنكتب العدد الناطق $\frac{a}{b}$ على شكله المُبسط بإشارة واحدة**
**نُستنتج من إشارتي $a$ و $b$ بتطبيق نفس قاعدة إشارات الجداء $ab$ مع الاختزال عند الإمكان:**

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \quad \text{و} \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

**مثال:**

$$\frac{-18}{-2,4} = \frac{-180}{-24} = \frac{180}{24} = \frac{12 \times 15}{12 \times 2} = \frac{15}{2}$$

## • العمليات على الأعداد الناطقة :

### 1.2 الجمع والطرح

**قاعدة:**

**لجمع (أو طرح) عددين ناطقين نكتبهما على شكل عددين ناطقين مقاماهما عددان طبيعيان ثم نُوحد هذين المقامين ونجمع (أو نطرح) البسطين.**

**أمثلة:**

$$\frac{-3}{4}+\frac{-1,2}{-6}=\frac{-3}{4}+\frac{12}{60}=\frac{-45}{60}+\frac{12}{60}=\frac{-45+12}{60}=-\frac{33}{60}=-\frac{11}{20}$$

### 2.2 الضرب والقسمة

**قاعدة:**

- لضرب عددين ناطقين $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ ، نضرب البسطين فيما بينهما والمقامين فيما بينهما:

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}.$$

- لقسمة عدد ناطق $\frac{a}{b}$ على العدد الناطق غير المعدوم $\frac{c}{d}$ ، نضرب $\frac{a}{b}$ في مقلوب $\frac{c}{d}$ :

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

**أمثلة:**

- $\frac{-2}{5}\times\frac{-3}{-11}=\frac{(-2)\times(-3)}{5\times(-11)}=\frac{6}{-55}=-\frac{6}{55}$
- $\frac{-2}{5}\div\frac{4}{7}=\frac{-2}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{-14}{20}=-\frac{7}{10}$

## • تمارين و مشكلات :

1. ما هو الشرط حتى يكون العدد الناطق $\frac{a}{b}$ مساويا عددا صحيحا ؟

2. أكمل، إن أمكن، بعدد صحيح ما يلي:

$$\frac{...}{7}=\frac{15}{21} \quad ؛ \quad \frac{4}{...}=\frac{3}{9} \quad ؛ \quad \frac{2}{...}=\frac{3}{11}$$

3. $a$ عدد صحيح غير معدوم. اختزل الأعداد الناطقة الآتية:

$$\frac{5a}{12a} \quad ؛ \quad \frac{18a}{12a} \quad ؛ \quad \frac{27a}{36a}$$

4. أكتب الأعداد الناطقة الآتية بنفس المقام (يختار هذا المقام بأبسط شكل ممكن).

$\frac{3}{8}$ و $\frac{5}{6}$ ؛ $\frac{-11}{27}$ و $\frac{5}{36}$ ؛ $\frac{15}{4,8}$ و $\frac{14}{36}$

5. أجر عمليات الجمع الآتية:

$$\frac{25}{121}+\frac{43}{11} \quad ؛ \quad \frac{7}{6}+\frac{6}{7} \quad ؛ \quad \frac{4}{3}+\frac{22}{42} \quad ؛ \quad \frac{-3}{11}+2$$

6. $a$، $b$، $c$ ثلاثة أعداد ناطقة. احسب $a+b$، $b+c$، $c+a$ من أجل:

$$a=\frac{4}{3} \text{ ، } b=-\frac{1}{3} \text{ ، } c=\frac{2}{3}$$

7. نفس السؤال من أجل: $a=-\frac{3}{10}$ ، $b=\frac{1}{5}$ ، $c=\frac{4}{15}$

8. نفس السؤال من أجل: $a=\frac{13}{12}$ ، $b=-\frac{1}{30}$ ، $c=-\frac{3}{16}$

9. بنفس معطيات التمارين 6، 7، 8 ، احسب الفروق $a-b$ ، $b-c$ ، $c-a$.

10. $x$ عدد صحيح و العدد الناطق، حيث:

$$A=\frac{x+1}{2}+\frac{4x-3}{5}+\frac{8x-2}{6}$$

1) احسب من أجل $x=0$ ، $x=-1$ ، $x=3$

2) عيّن عبارة $A$ بدلالة $x$ .

3) تحقق من صحة النتائج المحصل سابقا بتعويض قيم $x$ المعطاة في السؤال 1) في عبارة بدلالة $x$.

11. أوجد العدد تحت اللطخة.

$$\frac{37}{60} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3\ast} - \frac{1}{6} + \frac{1}{\ldots}$$

12. أكمل المربع الآتي حيث يكون مجموع أعداد كلّ سطر وكلّ عمود وكلّ قطر معدوما.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $-\frac{1}{2}$ | | |
| | $\frac{11}{2}$ | $-\frac{7}{2}$ | $-\frac{9}{2}$ |
| | | $\frac{7}{2}$ | |
| $\frac{15}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{13}{2}$ | |

13. احسب الجداءات الآتية:

أ) $\frac{2}{5} \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$ ب) $-6 \times \left(-\frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{7}{15}\right)$

14. عيّن العدد الناطق $\frac{a}{b}$ حيث $\left(\frac{-7}{4} \times \frac{a}{b}\right) \times \frac{5}{12} = \frac{-8}{9}$

15. عيّن مقلوب كلّ من الأعداد الناطقة الآتية:

$\frac{4}{5}$ ؛ $-\frac{7}{6}$ ؛ $-2$ ؛ $-\frac{4}{12}$

16. عيّن العدد الناطق $x$ حيث $\frac{6}{-7}x = \frac{11}{9}$

17. احسب حاصل قسمة العدد الناطق $a$ على العدد الناطق $b$ في الحالات الآتية:

أ) $a = \frac{4}{5}$ ، $b = \frac{3}{2}$ ب) $a = -\frac{4}{3}$ ، $b = \frac{3}{2}$

18. هل يمكن حساب حاصل قسمة العدد الناطق $a$ على العدد الناطق $b$ في الحالة: $a=\frac{1}{7}+\frac{4}{21}$ ، $b=\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ ؟

19. تقاسم ثلاثة أطفال علبة قطع شوكولاطة: أخذ الأوّل $\frac{2}{5}$ القطع وأخذ الثاني الثلث والثالث $\frac{4}{15}$ من القطع. ما هو عدد القطع الباقية ؟

20. نريد تشكيل سلسلة من كسور على النحو الآتي: كلّ كسر يساوي جداء الكسر الذي يسبقه في العدد $\frac{3}{7}$. الكسر السادس في هذه السلسلة هو $\frac{3\ 402}{84\ 035}$. عيّن حدود هذه السلسلة.

## • تصحيح التمارين و المشكلات :

.1

حتى يكون $x = \frac{a}{b}$ حيث $x$ عدد صحيح هو $a$ مضاعف لـ $b$.

.2

$\frac{15}{21} = \frac{5}{7}$ ؛ $\frac{3}{9} = \frac{4}{12}$ ؛ لا يوجد عدد صحيح يحقق $2 \times 11 = 3 \times x$

.3

$\frac{5a}{12a} = \frac{5}{12}$ ؛ $\frac{18a}{12a} = \frac{3}{2}$ ؛ $\frac{27a}{36a} = \frac{3}{4}$

.4

$\frac{9}{24}$ و $\frac{20}{24}$ ؛ $\frac{-44}{108}$ و $\frac{15}{108}$ ؛ $\frac{450}{144}$ و $\frac{56}{144}$

.5

$\frac{43}{11} + \frac{25}{121} = \frac{473 + 25}{121} = \frac{498}{121}$ ؛ $\frac{6}{7} + \frac{7}{6} = \frac{36 + 49}{42} = \frac{85}{42}$

$\frac{22}{42} + \frac{4}{3} = \frac{22 + 56}{42} = \frac{78}{42}$ ؛ $\frac{-3}{11} + 2 = \frac{-3 + 22}{11} = \frac{19}{11}$

.6

$a + b = \frac{4}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$ ، ...

.7

$a + b = -\frac{3}{10} + \frac{1}{5} = \frac{-6 + 2}{10} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5}$ ، ...

.8

$a + b = \frac{13}{12} + \left(-\frac{1}{30}\right) = \frac{13}{12} - \frac{1}{30} = \frac{65 - 2}{60} = \frac{63}{60}$ ، ...

.10

1) $A(0)=-\dfrac{13}{30}$ ؛ $A(-1)=-\dfrac{46}{15}$ ؛ $A(3)=\dfrac{34}{5}$

2) $A=\dfrac{79x-13}{30}$ .

.11

$$\frac{37}{60}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{5}$$

.12

| | | | |
|---|---|---|---|
| $-\dfrac{15}{2}$ | $-\dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{13}{2}$ | $\dfrac{3}{2}$ |
| $\dfrac{5}{2}$ | $\dfrac{11}{2}$ | $-\dfrac{7}{2}$ | $-\dfrac{9}{2}$ |
| $-\dfrac{5}{2}$ | $-\dfrac{11}{2}$ | $\dfrac{7}{2}$ | $\dfrac{9}{2}$ |
| $\dfrac{15}{2}$ | $\dfrac{1}{2}$ | $-\dfrac{13}{2}$ | $-\dfrac{3}{2}$ |

.13

أ) $\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{6}{30}=\dfrac{1}{5}$

ب) $-6\times\left(-\dfrac{5}{12}\right)\times\left(-\dfrac{7}{15}\right)=-\dfrac{210}{180}=-\dfrac{7}{6}$

.14

$$\frac{a}{b}=\frac{128}{105}$$

.15

$\dfrac{5}{4}$ ؛ $-\dfrac{6}{7}$ ؛ $-\dfrac{1}{2}$ ؛ $-3$

.16

$$x = -\frac{77}{54}$$

.18

لا يمكن حساب حاصل قسمة العدد الناطق $a$ على العدد الناطق $b$ في الحالة: $a = \frac{1}{7} + \frac{4}{21}$ ،

$b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ ، لأنّ $b = 0$.

.19

عدد القطع الباقية هو: $1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} - \frac{4}{15} = 0$

.20

$a_6 = \frac{3402}{84035}$ ؛ $a_5 = \frac{7}{3} \times \frac{3402}{84035} = \frac{1134}{12005}$ ؛ $a_4 = \frac{378}{1715}$ ؛ $a_3 = \frac{126}{245}$

$a_2 = \frac{42}{35}$ ؛ $a_1 = \frac{14}{5}$.

# مواضيع الإرسال الثاني

يتضمن هذا الإرسال المواضيع التالية:

- القوى ذات أسس صحيحة نسبية
- التناسبية
- المثلث القائم و الدائرة المحيطة
- نظرية فيثاغورس و عكسها
- الحساب الحرفي :
  - التبسيط ، النشر ، الترتيب و العمليات.

# القوى ذات أسس صحيحة نسبية

## تصميم الدرس

- قوى 10 (الأس نسبي)
- العمليات على قوى العدد 10
- كتابة عدد عشري باستعمال قوى 10
- الكتابة العلمية للأعداد العشرية
- قوى عدد (الأسّ عدد صحيح موجب)
- تمارين ومشكلات
- تصحيح التمارين والمشكلات

## 1. قوى 10 (الأس نسبي) :

**تعريف**

$n$ عدد صحيح أكبر من 1.

**نسمّي القوة من الرتبة $n$ للعدد $10$ العدد $10^n$ الذي هو جداء $n$ عاملا، كلّ عامل يساوي $10$،**
**نكتب:**

$$10^n = \underbrace{10\times 10\times \cdots \times 10}_{n} = 1\underbrace{00\ldots0}_{n \text{ صفرا}}$$

**حالات خاصة:**

- $10^0 = 1$ ؛ $10^1 = 10$
- $n$ عدد صحيح موجب، $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$

$10^n$ $10^{-n}$

**ملاحظة**

في كلّ الحالات، $10^n$ يُقرأ " $10$ أسّ $n$ " أو " $10$ قوّة $n$ ".

في حالات خاصة، نقرأ $10^2$ : " $10$ مربع" ونقرأ $10^3$ : " $10$ مكعب".

أمثلة

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الكتابة العشرية | $0,001$ | $0,01$ | $0,1$ | $1$ | $10$ | $100$ | $1000$ |
| الكتابة الكسرية | $\dfrac{1}{1000}$ | $\dfrac{1}{100}$ | $\dfrac{1}{10}$ | | | | |
| الكتابة بالأسّ | $10^{-3}$ | $10^{-2}$ | $10^{-1}$ | $10^0$ | $10^1$ | $10^2$ | $10^3$ |

توضيح

- $10^3 = 10\times 10\times 10 = 1\ 000$

3

3 عوامل
مسا ة 10

3

- $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = 0,001$

3

## 2. العمليات على قوى العدد $10$ :

**قواعد**

- $10^{m} \times 10^{n} = 10^{m+n}$
- $\dfrac{10^{m}}{10^{n}} = 10^{m-n}$
- $\left(10^{m}\right)^{n} = 10^{m\times n}$

$m$ ، $n$ عددان صحيحان نسبيان.

**أمثلة**

- $10^{2} \times 10^{3} = 10^{2+3} = 10^{5}$
- $\dfrac{10^{3}}{10^{5}} = 10^{3-5} = 10^{-2}$
- $\left(10^{2}\right)^{3} = 10^{2\times 3} = 10^{6}$

**تنبيه**

لا توجد قاعدة خاصة بجمع قوتين للعدد $10$ !!!

$10^{2} + 10^{3} \neq 10^{5}$ لكن $100 + 1000 = 1100$

## 3. كتابة عدد عشري باستعمال قوى 10:

| أمثلة | طريقة |
|---|---|
| 1. اكتب العدد $25\,000\,000$ على الشكل $a\times10^n$. | • نكتب مثلا: $25\,000\,000 = 25\times1\,000\,000$<br>• نكتب $1\,000\,000$ على الشكل $10^n$<br>☚ نجد: $25\,000\,000 = 25\times10^6$ |
| 1. اكتب العدد $0{,}0015$ على الشكل $a\times10^n$. | • نكتب مثلا: $0{,}0015 = \dfrac{15}{10\,000}$<br>• نكتب $\dfrac{1}{10\,000}$ على الشكل $10^n$.<br>☚ نجد: $15\times10^{-4}$ |
| 3. عيّن الكتابة العشرية للعدد $75\times10^{-5}$. | • نحوّل كتابة $10^{-5}$:<br>$10^{-5} = 0{,}00001$<br>• نجري الحساب:<br>$75\times0{,}00001 = 0{,}00075$<br>☚ نجد: $75\times10^{-5} = 0{,}00075$ |
| 4. أكمل الحساب:<br>$548{,}5\times10^2 = 5{,}485\times10^{\cdots}$ | • نكتب: $548{,}5 = 5{,}485\times10^2$<br>• نعوّض في المساواة ونجري الحسابات:<br>$548{,}5\times10^2 = (5{,}485\times10^2)\times10^2$<br>$= 5{,}485\times(10^2\times10^2)$<br>$= 5{,}485\times10^4$<br>☚ نجد: $548{,}5\times10^2 = 5{,}485\times10^4$ |
| 5. أكمل الحساب:<br>$658{,}28\times10^{-4} = \ldots\ldots\times10^{-7}$ | • نكتب: $10^{-4} = 10^3\times10^{-7}$<br>• نعوّض في المساواة ونجري الحسابات:<br>$658{,}28\times10^{-4} = 658{,}28\times(10^3\times10^{-7})$<br>$= (658{,}28\times10^3)\times10^{-7}$<br>$= 658280\times10^{-7}$<br>☚ نجد: $658{,}28\times10^{-4} = 658280\times10^{-7}$ |

## 4. الكتابة العلمية للأعداد العشرية :

- **خاصية وتعريف**

**يمكن كتابة عدد عشري بكيفيات عديدة على الشكل $a \times 10^n$ حيث $a$ عدد عشري و $n$ عدد صحيح نسبي.**
**الكتابة العلمية هي تلك الكتابة التي يُكتب فيها $a$ برقم واحد (غير الصفر) قبل الفاصلة.**

**أمثلة**

| الكتابة العشرية | الكتابة العلمية |
|---|---|
| $125\,000$ | $1,25 \times 10^5$ |
| $-65\,800$ | $-6,58 \times 10^4$ |
| $0,000015$ | $1,5 \times 10^{-5}$ |

**ملاحظة**

يمكن استغلال الحاسبة لتعيين الكتابة العلمية لعدد عشري باستعمال اللمسة EE التي تعني $\times 10^x$
أو SCI/ENG حسب طبيعة الآلة.

**مثال**

للحصول على الكتابة العلمية للعدد 25 000، نكتب البرنامج:

2 5 EE 3 ENTER

نحصل على $2,5 \times 10^4$ .

- استغلال الكتابة العلمية لحصر عدد عشري بقوتين للعدد 10 لهما أسّان متتاليان أو لإيجاد رتبة مقدار عدد

**تمرين 1:**

1°) عيّن الكتابة العلمية للعدد $= 245\,000$ ثمّ احصره بقوتين للعدد $10$ لهما أسّان متتاليان.

2°) نفس العمل مع العدد $B = 0{,}000765$

الحلّ

1°) لدينا $A = 245\,000 = 2{,}45 \times 10^{5}$

منه $1 \times 10^{5} < A < 10 \times 10^{5}$

أي أنّ $10^{5} < \quad < 10^{6}$

2°) لدينا $B = 0{,}000765 = 7{,}65 \times 10^{-4}$

منه $1 \times 10^{-4} < B < 10 \times 10^{-4}$

أي أنّ $10^{-4} < B < 10^{-3}$

**تعريف**

**رتبة مقدار عدد عشري مكتوب على شكله العلمي $k \times 10^{n}$ هي العدد $k' \times 10^{n}$ حيث $k'$ هو المدور إلى الوحدة للعدد $k$.**

**مثال:**

رتبة مقدار العدد $7{,}65 \times 10^{-4}$ هي $8 \times 10^{-4}$ أي $0{,}0008$ (ثمانية أجزاء من عشرة ألاف).

تمرين 1:

نعتبر العددين $3,75\times 10^{6}$ ؛ $5,24\times 10^{-4}$.

أعط رتبة مقدار الجداء $A\times B$ وحاصل القسمة $\dfrac{A}{B}$.

لحلّ

لدينا رتبة مقدار العددين: $\approx 4\times 10^{6}$ ؛ $B\approx 5\times 10^{-4}$

- رتبة مقدار $A\times B$

لدينا

$$A\times B\approx 4\times 10^{6}\times 5\times 10^{-4}$$
$$\approx 4\times 5\times 10^{6}\times 10^{-4}$$
$$\approx 20\times 10^{2}$$
$$\approx 2\times 10^{3}$$

العدد $A\times B$ من رتبة ألفين.

- رتبة مقدار $\dfrac{A}{B}$

لدينا

$$\frac{A}{B}\approx\frac{4\times 10^{6}}{5\times 10^{-3}}$$
$$\approx\frac{4}{5}\times 10^{6-(-3)}$$
$$\approx 0,8\times 10^{9}$$
$$\approx 8\times 10^{8}$$

العدد $\dfrac{A}{B}$ من رتبة ثماني مائة مليون.

## 5. قوى عدد (الأسّ عدد صحيح موجب) :

- **تعريف**

**$a$ عدد نسبي ، $n$ عدد صحيح موجب غير معدوم.**
**نسمّي قوة للعدد $a$، العدد $a^n$، جداء $n$ عاملا مساوية $a$ ونكتب:**

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n}$$

**حيث $n$ هو الأسّ.**

$a^n$ يُقرأ: " $a$ أسّ $n$.
$a^2$ يُقرأ: " $a$ مربع" ، $a^3$ يُقرأ: " $a$ مكعب".
اصطلاحا، $a^1 = a$ ، $a^0 = 1$

**أمثلة**

$0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$ ؛ $8^4 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4\ 096$

**تنبيه ! ميّز بين:**

- " $2$ أسّ $3$ " و " $3$ أسّ $2$ " أي أنّ $2^3 \neq 3^2$
- $(-3)^2 \neq -3^2$

**ملاحظة**

**القوة الزوجية لعدد نسبي موجبة دائما.**
**القوة الفردية لعدد نسبي سالب سالبة.**

أمثلة

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9$ ؛ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

- لحساب قوّة عدد بحاسبة، نستعمل اللمسة $\boxed{\ }$ (أو $\boxed{\uparrow}$ أو $\boxed{\wedge}$ ).

**مثال**

لحساب $0,5^6$، نكتب البرنامج: $0,5$ $\boxed{\ }$ $6$ $\boxed{=}$
نحصل على: $0,15625$.

- **خواص**

**$a$ ، $b$ عددان نسبيان $(a \neq 0)$ و $m$ ، $n$ عددان صحيحان نسبيان.**

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \ ؛ \ \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \ ؛ \ (ab)^n = a^n \times b^n$$

**أمثلة**

$$(-6)^2 \times (-6)^3 = (-6)^{2+3} = (-6)^5 = -7776$$

$$\frac{5^4}{5^3} = 5^{4-3} = 5^1 = 5$$

$$2^3 \times 5^3 = (2\times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

- أولوية العمليات

**قاعدة**

**في غياب الأقواس، تكون الأولوية في الحساب للقوى على عمليات الضرب والقسمة.**

**تطبيق**

$$A = -3 + 4 \times 5^2$$

**الحلّ**

في غياب الأقواس، الأولوية للقوى:

$$A = -3 + 4 \times 5^2$$
$$= -3 + 4 \times 25$$

نجري عملية الضرب أولا ثمّ عمليات الجمع والطرح حسب ورودها في الحساب"

$$A = -3 + 4 \times 25$$
$$= -3 + 100$$
$$= 97$$

## • تمارين و مشكلات :

1. كيف نسمّي العدد $3$ في الكتابات التالية:

أ) $10+3$ ب) $3\times 10$ حـ) $10^{3}$

2. ما هو عدد الأصفار التي تتضمّنها الكتابة العشرية للأعداد:

$10^{3}$ ؛ $10^{1}$ ؛ $10^{0}$ ؛ $10^{-5}$

3. اكتب الأعداد التالية على الشكل $10^{n}$ حيث $n$ عدد صحيح نسبي:

$a=100\,000$ ؛ $b=$ مليون ؛ $c=$ مليار ؛ $d=0{,}0001$

4. أكمل بالقوة المناسبة للعدد $10$ ما يلي:

أ) $1\,km=\ldots\ m$ ب) $1\ t=\ldots\ g$ حـ) $1\,dL=\ldots\ hL$

5. اكتب مقلوب الأعداد التالية على الشكل $10^{n}$ حيث $n$ عدد صحيح نسبي:

$1000$ ؛ $10$ ؛ $0{,}01$ ؛ $10^{5}$ ؛ $10^{-5}$.

6. اكتب على الشكل $10^{n}$ حيث $n$ عدد صحيح نسبي:

أ) $10^{3}\times 10^{2}$ ؛ $10^{-2}\times 10^{-5}$ ؛ $10^{3}\times 10^{-3}$

ب) $\dfrac{10^{6}}{10^{2}}$ ؛ $\dfrac{10^{-8}}{10^{-5}}$ ؛ $\dfrac{10^{5}}{10^{-4}}$ ؛ $\dfrac{10^{-5}}{10}$

حـ) $\left(10^{3}\right)^{2}$ ؛ $\left(10^{2}\right)^{-3}$ ؛ $\left(10^{-2}\right)^{2}$ ؛ $\left(10^{-3}\right)^{-4}$

7. عيّن الكتابة الغريبة فيما يلي:

$\left(10^{2}\right)^{3}$ ؛ $10^{6}$ ؛ $10^{2}\times 10^{3}$ ؛ $10^{-1}\times 10^{9}\times 10^{-2}$ ؛ $\dfrac{10^{9}}{10^{3}}$

8. بالنسبة إلى كلّ حالة من الحالات التالية، انقل ثمّ أكمل الجملة:

" لتحويل العدد $A$ إلى العدد $B$ ، ننقل الفاصلة بـ ... مراتب نحو ..."

| ننقل الفاصلة بـ ... مراتب نحو ... . | $B$ | |
|---|---|---|
| | $1{,}5$ | $15\,000$ |
| | $25\,400\,000$ | $25{,}4$ |
| | $0{,}000\,28$ | $2{,}8$ |

9. أكتب كلّ عدد على الشكل $a\times 10^{n}$ بثلاث كيفيات مختلفة:

$100\,200$ ؛ $0,000\,12$ ؛ $-1002$

10. عيّن الكتابة العشرية للأعداد:

$3,8\times 10^{3}$ $\quad$ $8,75\times 10^{4}$ $\quad$ $2\times 10^{6}$

$3,8\times 10^{-3}$ $\quad$ $8,75\times 10^{-4}$ $\quad$ $2\times 10^{-6}$

11. عيّن الكتابة العلمية للأعداد:

$22\,000$ $\quad$ $25,3\times 10^{3}$ $\quad$ $-50\,300$ $\quad$ $-45,7\times 10^{-4}$

12. من بين الأعداد التالية، توجد أعداد مكتوبة على شكل غير الكتابة العلمية. المطلوب تعيينها ثمّ كتابتها على الشكل العلمي ؟

$a=2,74\times 10^{-8}$ ؛ $b=0,2\times 10^{6}$ ؛ $c=65,5\times 10^{-2}$ ؛ $d=2005$

13. احصر كلّ عدد من الأعداد الآتية بقوتين للعدد عشرة لهما أسان متتاليان:

$5\times 10^{3}$ ؛ $6,87\times 10^{4}$ ؛ $1,5\times 10^{-2}$

14. أجر الحسابات التالية:

$$A=\frac{28\times 10^{3}}{0,4\times 10^{4}} \quad ; \quad B=\frac{15\times 10^{2}}{0,3\times 10^{5}} \quad ; \quad C=\frac{240\,000}{0,000\,02}$$

15. أعط رتبة مقدار الجداء $A\times B$ وحاصل القسمة $\dfrac{A}{B}$:

$A=7,9\times 10^{9}$ ؛ $B=2,04\times 10^{6}$

تعطى النتيجتان على الشكل العلمي.

16. إذا علمت أنّ كتلة الأرض هي $6\times 10^{24}\ k$ وأنّ كتلة الشمس هي $2\times 10^{30}\ k$.

هل يصحّ القول أنّ كتلة الشمس تُقدّر بحوالي $333\,000$ مرّة كتلة الأرض ؟ علّل.

17. احسب ما يلي:

$$A=5\times 2^{3}-4\times 6 \ ;\ B=2\times(5-4)^{2} \ ;\ C=\left(20+5\times 4^{2}\right)\times\left(10^{2}-5^{2}\right)$$

18. 1°) ما هي إشارات الأعداد: $-5^{3}$ ؛ $-5^{2}$ ؛ $(-5)^{4}$

2°) طلب من ثلاثة تلاميذ حساب $3^{5}$ ، فكانت إجاباتهم كما يلي:

عمر: $15$ ؛ سعاد: $243$ ؛ إيمان: $125$

من أعطى الإجابة الصحيحة. فسّر أخطاء الآخرين.

19. أجر الحسابات التالية: $\left(7^{2}\right)\times\left(7^{3}\right)$ ؛ $\left(6^{7}\right)\times\left(6^{-5}\right)$ ؛ $\dfrac{2,5^{2}}{2,5^{3}}$

تعطى النتائج على شكل قوة عدد نسبي.

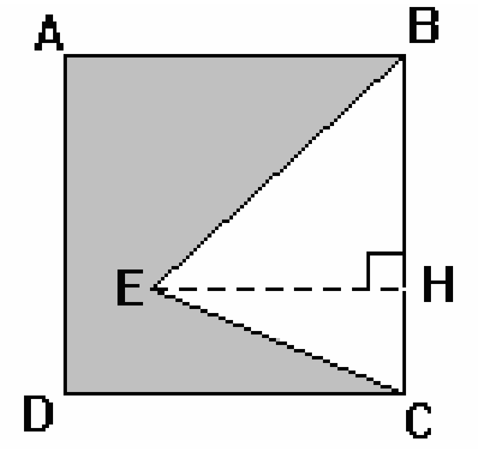
20.

على الشكل المقابل، $ABCD$ مربع،

$BEC$ مثلث ارتفاعه $[EH]$ حيث:

$AB = 15\,cm$ ؛ $EH = 10,5\,cm$

أكتب برنامج حساب مساحة الجزء الملوّن. أجر الحسابات.



## • تصحيح التمارين والمشكلات :

.1

أ) حدّ مجموع ب) عامل جداء حـ) أسّ قوّة

.2 $10^3 = 1000$ $10^0 = 1$

$10^1 = 10$ $10^{-5} = 0,00001$

.3 $a = 10^5$ ؛ $b = 10^6$ ؛ $c = 10^9$ ؛ $d = 10^{-4}$

.4 أ) $1\,km = 10^3\,m$ ب) $1\,t = 10^6$ حـ) $1\,dL = 10^{-2}\,hL$

.5 $10^{-3}$ ؛ $10^{-1}$ ؛ $10^2$ ؛ $10^{-5}$ ؛ $10^5$.

.6 أ) $10^5$ ؛ $10^{-7}$ ؛ $10^0$.

ب) $10^4$ ؛ $10^{-3}$ ؛ $10^9$ ؛ $10^6$.

حـ) $10^6$ ؛ $10^{-6}$ ؛ $10^{-4}$ ؛ $10^{12}$.

.7 $\left(10^2\right)^3$ ؛ $10^6$ ؛ $\boxed{10^2 \times 10^3}$ ؛ $10^{-1} \times 10^9 \times 10^{-2}$ ؛ $\dfrac{10^9}{10^3}$

.8

| $A$ | $B$ | للانتقال من $A$ إلى $B$ : |
|---|---|---|
| $15\,000$ | $1,5$ | ننقل الفاصلة بـ 4 مراتب نحو اليسار . |
| $25,4$ | $25\,400\,000$ | ننقل الفاصلة بـ 6 مراتب نحو اليمين . |
| $2,8$ | $0,000\,28$ | ننقل الفاصلة بـ 4 مراتب حو اليسار . |

.9 $100\,200 = 1002 \times 10^2 = 100,2 \times 10^3 = 1,002 \times 10^5$

$0,000\,12 = 1,2 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-5} = 0,012 \times 10^{-2}$

$-1002 = -1,002 \times 10^3 = -10,02 \times 10^2 = -0,1002 \times 10^4$

.10 $3800$ ؛ $87500$ ؛ $2\,000\,000$

$0,0038$ ؛ $0,000875$ ؛ $0,000002$

11. $22\,000 = 2,2\times 10^4$ ؛ $25,3\times 10^3 = 2,53\times 10^4$
$-50\,300 = -5,03\times 10^4$ ؛ $-45,7\times 10^{-4} = -4,57\times 10^{-3}$

12. $c = 65,5\times 10^{-2} = 6,55\times 10^{-1}$ ؛ $d = 2005 = 2,005\times 10^3$

13. $10^4 < 0,5\times 10^4 < 10^5$ ؛ $10^4 < 6,87\times 10^4 < 10^5$ ؛
$10^{-2} < 1,5\times 10^{-2} < 10^{-1}$

14. $A = \dfrac{28\times 10^3}{0,4\times 10^4} = \dfrac{28}{0,4}\times 10^{-1} = 70\times 10^{-1} = 7\times 10^1\times 10^{-1} = 7$

$$B = \frac{15\times 10^2}{0,3\times 10^5} = \frac{15}{0,3}\times 10^{-3} = 50\times 10^{-3} = 5\times 10^1\times 10^{-3} = 5\times 10^{-2}$$

$$C = \frac{240\,000}{0,000\,02} = \frac{24\times 10^4}{2\times 10^{-5}} = \frac{24}{2}\times 10^9 = 12\times 10^9$$

15. $\times B \approx 2\times 10^{15}$ ؛ $\dfrac{A}{B} \approx 4\times 10^3$

16. نعم. لأنّ رتبة مقدار العدد $333\,000\times 6\times 10^{24}$ هي $2\times 10^{30}$.

17. $A = 16$ ؛ $B = 1$ ؛ $C = 7500$

18. 1°) إشارات الأعداد: $(-5)^3 = -125$ ؛ $-5^2 = -25$ ؛ $(-5)^4 = 625$
2°) الإجابة الصحيحة لسعاد: $243$
تفسير الأخطاء:
عمر: $15$ (اعتبر $3^5 = 3\times 5$)
إيمان: $125$ (اعتبرت $3^5 = 5\times 5\times 5$)

19. $(7^3)\times(7^2) = 7^5$ ؛ $(6^{-5})\times(6^7) = 6^2$ ؛ $\dfrac{2,5^2}{2,5^3} = (2,5)^{-1}$

20. لتكن مساحة الجزء الملوّن $A$ ، نجد $= 146,25\,cm^2$ .

لأنّ: $A = 15^2 - \frac{1}{2}(15 \times 10,5) = 225 - 78,75 = 146,25$

# التناسبية

## تصميم الدرس

- التناسبية والتمثيل البياني
- التناسبية والسرعة المتوسطة
- التناسبية والنسبة المئوية
- تمارين و مشكلات
- حلول التمارين والمشكلات

## • التناسبية والتمثيل البياني :

• ذكير

**نقول عن جدول أعداد أنّه جدول تناسبية عندما نحصل على حدود سطر بضرب كلّ حدود السطر الآخر في نفس العدد.**

**مثال**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $2$ | $4$ | $6$ | $8$ | |
| $y$ | $3$ | $6$ | $9$ | $12$ | $\times 1,5$ |

## • التناسبية والتمثيل البياني

**خاصية**

**نتعرّف على التناسبية على تمثيل بياني عندما تكون كلّ النقاط على نفس الاستقامية مع المبدأ.**

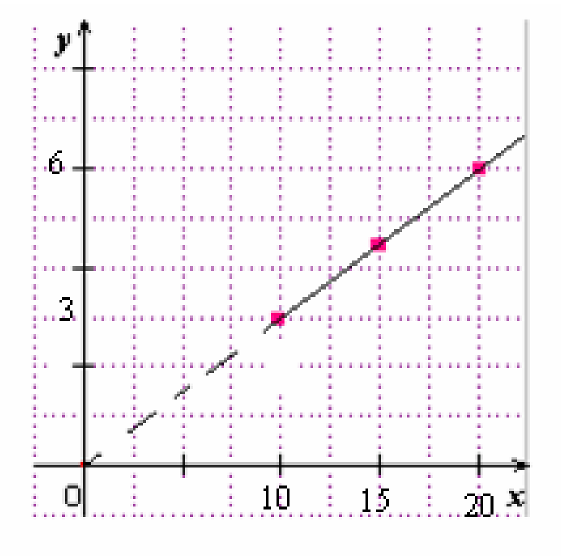
**مثال 1**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x$ | $10$ | $15$ | $20$ |
| $y$ | $3$ | $4,5$ | $6$ |

كلّ حواصل القسمة متساوية:

$$\frac{3}{10}=\frac{4,5}{15}=\frac{6}{20}=0,3$$

فهناك تناسبية.

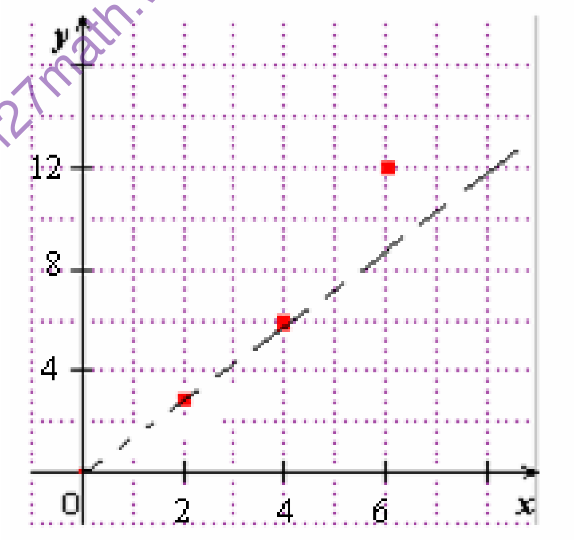



نلاحظ أنّ النقاط على نفس الاستقامية مع المبدأ.

مثال 2

| $x$ | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|
| $y$ | 3 | 6 | 12 |

قيم $y$ ليست متناسبة مع قيم $x$ .
الجدول ليس جدول تناسبية.




نلاحظ أنّ النقاط ليست على نفس الاستقامية مع المبدأ.

## • التناسبية والسرعة المتوسطة:

**تعريف**

**السرعة المتوسطة $v$ (الوحدة $km.h^{-1}$) لمتحرّك يقطع مسافة $d$ (الوحدة $km$) خلال مدة زمنية $t$ (الوحدة $h$) هي حاصل قسمة $d$ على $t$:**

$$v = \frac{d}{t}$$

نلاحظ أنّ المسافة المقطوعة (الوحدة $km$) من طرف المتحرّك متناسبة مع المدة الزمنية المستغرقة (الوحدة $h$) وأنّ معامل التناسبية هو السرعة المتوسطة (الوحدة $km.h^{-1}$) لهذا المتحرّك.

**مثال**

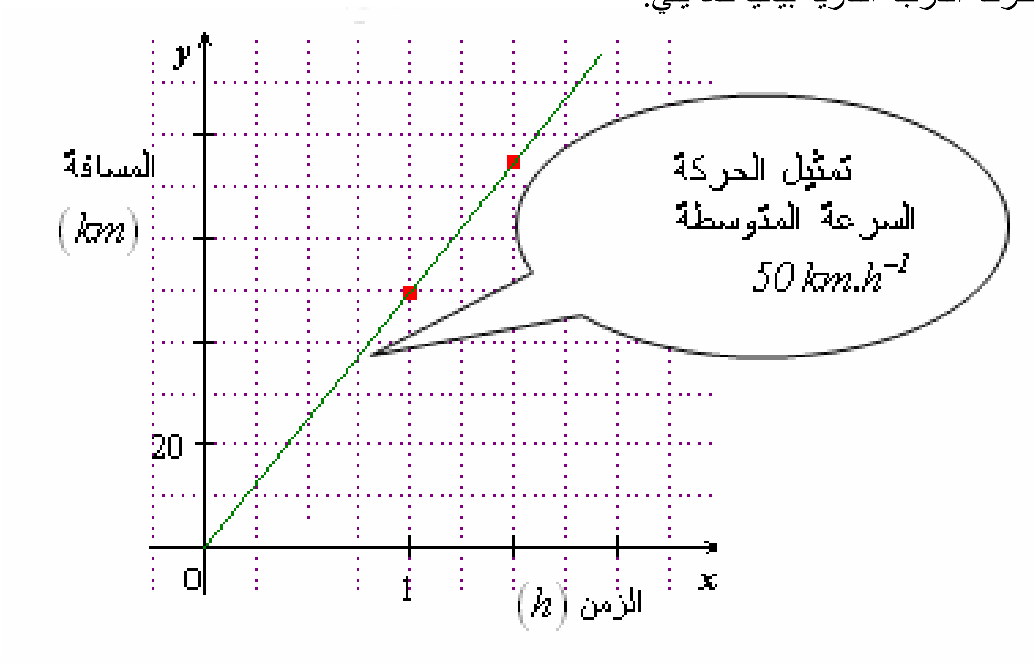
قطعت دراجة نارية مسافة $75\ km$ خلال $1\ h\,30\,min$.

السرعة المتوسطة لها هي $\frac{75}{1,5}$ أي $50\,km.h^{-1}$.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $t$ | المدة الزمنية $(h)$ | $1,5$ | $1$ | $v$ |
| $d$ | المسافة المقطوعة $(km)$ | $75$ | $50$ | |

هذا يعني أنّ الدراجة النارية تقطع معدل $50\,km$ كلّ ساعة.

ونمثل حركة الدرجة النارية بيانيا كما يلي:



ملاحظة

وحدة السرعة متعلقة بوحدتي المسافة والزمن:

عندما تكون المسافة بالكيلومتر والزمن بالساعة، تكون وحدة السرعة $km.h^{-1}$ ونكتب أيضا $km/h$.

عندما تكون المسافة بالمتر والزمن بالثانية، تكون وحدة السرعة $m.s^{-1}$ ونكتب أيضا $m/s$.

## • تحويل وحدات قياس السرعة

**تمرين**

تتنقل دراجة بسرعة $72\,km/h$، احسب سرعتها بـ $m/s$.

الحلّ

نحوّل وحدات المسافة والزمن:

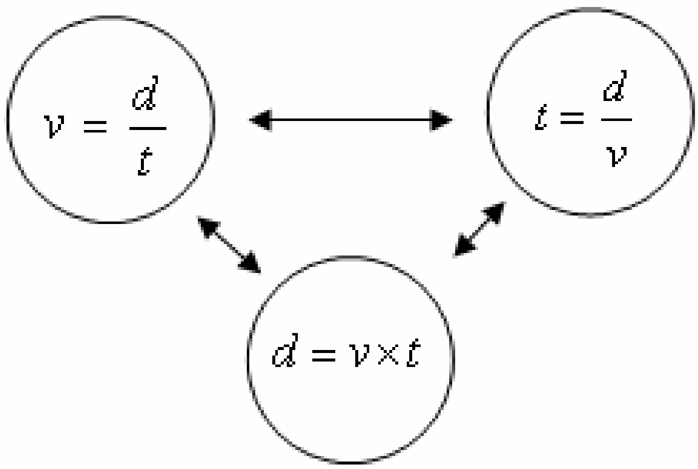
$$72\,km = 72\,000\,m \text{ ؛ } 1\,h = 3\,600\,s$$

نحسب السرعة بالوحدة $m/s$: $v(m/s) = \dfrac{d(m)}{t(s)}$ ونجدّ: $\dfrac{72\,000}{3\,600} = 20$.

سرعة الدراجة $20\,m/s$.

## • حساب السرعة أو المسافة أو الزمن

تسمح العلاقات التالية بحساب سرعة أو مسافة أو زمن.



**تطبيقات**

1. يستغرق قطار ساعتين وربع لقطع مسافة $360\,km$. ما هي سرعته المتوسطة (الوحدة $(km.h^{-1})$ ؟

**الحلّ**

نستعمل المساواة $v = \frac{d}{t}$.

نعلم أنّ $d = 360\,km$ ؛ $2\ h\ 15\,min = 2,25\,h$ بحيث $\frac{15}{60} = 0,25$.

منه $v = \frac{360}{2,25} = 160$.

أي أنّ السرعة المتوسطة للقطار هي $160\ km.h^{-1}$.

2. سائق يسير بالسرعة المتوسطة $72\ km/h$. ما هي المسافة التي يقطعها في مدة $45\,min$ ؟

**الحلّ**

نستعمل المساواة $d = v \times t$.

نعلم أنّ $v = 72\,km/h$ ؛ $45\ min = 0,75\,h$.

منه $d = 72 \times 0,75 = 54$

أي أنّ المسافة المقطوعة هي $54\,km$.

3. بنفس معطيات التمرين 2 ، ما هي المدّة الزمنية لقطع مسافة $540\,km$ ؟

**الحلّ**

نستعمل المساواة $t = \frac{d}{v}$.

نعلم أنّ $d = 540\,km$ ؛ $v = 72\,km/h$.

منه $t = \frac{540}{72} = 7,5$

أي أنّ المدة الزمنية هي $7h\,30\,min$.

## • التناسبية والنسبة المئوية :

• **تذكير**

**نعني بحساب أو تطبيق نسبة مئوية، استعمال التناسبية.**

**تمرين 1**

في قسم من $36$ تلميذا، $27$ تلميذا يملكون حاسبة. ما هي النسبة المئوية لتلاميذ القسم الذين يملكون حاسبة ؟

**الحلّ**

من بين $36$ تلميذا، $27$ تلميذا يملكون حاسبة.
منه النسبة المئوية لتلاميذ القسم الذين يملكون حاسبة:
$\frac{x}{100} = \frac{27}{36}$ أي $\frac{27}{36} \times 100 = 75$ أي $75\%$.

**تمرين 2**

قطع سائق $45\,km$ و هو ما يمثل $12\%$ من مشواره. ما هو عدد كيلومترات هذا المشوار ؟

الحلّ

نعلم أنّ نسبة $12\%$ من المشوار يقابلها $45\,km$.
معنى ذلك $0,12 \times x = 45$ أي أنّ $x = \frac{45}{0,12} = 375$.
منه طول المشوار $375\,km$.

• حساب مؤشر تطور ظاهرة معينة

يبيّن الجدول المقابل تطوّر سعر مادة بين $1995$ و $2005$.

| | 1995 | 2005 |
|---|---|---|
| سعر المادة $(DA)$ | 350 | 434 |

بفرض أنّ قيمة هذه المادة هي $100\ DA$، سنة $1995$، ما هي سعرها، سنة $2005$، باحترام نفس حصص التطوّر المبيّنة في الجدول ؟
نسمّي هذا السعر مؤشر $2005$ أساسه $100$، سنة $1995$.

**الحلّ**

لدينا $\frac{100}{350} = \frac{x}{434}$

منه $x = \frac{434 \times 100}{350} = 124$

| | 1995 | 2005 |
|---|---|---|
| سعر المادة $(DA$ | 350 | 434 |
| المؤشر (أساس 100، سنة 1995) | 100 | $x$ |

| | |
|---|---|
| وبالتالي يكون مؤشر $2005$ الذي أساسه $100$ ، سنة $1995$ هو $124$. ونرجم هذا المؤشر بالقول أنّ بين $1995$ و $2005$ سُجلت زيادة $24\%$ على سعر هذه المادة. | |

## • تمارين و مشكلات:

عيّن، من بين هذه الجداول، تلك التي تمثّل تناسبية:

أ(

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 12 | 24 |
| 5 | 15 | 30 |

ب(

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 9 | 12 |
| 9 | 13 | 18 |

ﺣ(

| | | |
|---|---|---|
| 24 | 16 | 8 |
| 27 | 18 | 10 |

د(

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 12 | 18 |
| 3,75 | 9 | 13,5 |

.2 1) انقل الجدول التالي ثمّ أكمله. اعتبر $\pi = 3,14$

| القرص | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ |
|---|---|---|---|
| نصف القطر $(cm)$ | $1$ | $1,5$ | $3$ |
| المحيط $(cm)$ | ... | ... | ... |
| المساحة $(cm^2)$ | ... | ... | ... |

2)هل المحيطات متناسبة مع أنصاف الأقطار ؟

3) هل المساحات متناسبة مع أنصاف الأقطار ؟

4) باستعمال ورق ميليمتري ولونين مختلفين، مثّل في نفس المعلم المحيطات والمساحات بدلالة أنصاف الأقطار.

5) كيف نتحقق نتيجة السؤال الأوّل باستعمال التمثيلين البيانيين ؟

.3 تستهلك سيارة معدل $5$ لترات من البنزين كلّ $100\ km$.

1) ما هو معدل استهلاكها في الكيلومتر الواحد ؟

2) ما هي المسافة التي تقطعها السيارة عندما تستهلك لترا من البنزين ؟

.4 1) انقل ثمّ أكمل الجدول التالي:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $5$ | $\frac{12}{5}$ | $\frac{7}{8}$ | ... | ... |
| $y$ | ... | ... | ... | $3$ | $\frac{3}{2}$ |

$\times \frac{1}{2}$

2) تحقق بيانيا من التناسبية بتمثيل النقاط ذات الإحداثيات $(x;$ .

5. حوّل في النظام العشري ما يلي:

$3\,h\,20\,min = \ldots\ h$ ؛ $36\ min = \ldots\ h$ ؛ $30\ min = \ldots\ h$

6. باعتبار الساعة كوحدة، عبّر عن المدد التالية بكتابة عشرية:

أ) $2\,h\ \ 30\,min$ ب) $1\ h\ 12\ min$

7. باعتبار الساعة كوحدة، عبّر عن المدد التالية بكتابة كسرية:

أ) $15\ min$ ب) $30\ min$ جـ) $2\,h\ 45\,min$

8. يجري محمد مسافة $200\,m$ في مدة $25\ s$.

1) احسب سرعته المتوسطة بالمتر على الثانية $(m/s)$.

2) عبّر عن هذه السرعة بالكيلومتر على الساعة $(km/h)$.

9. شخصان يتنقلان، الأوّل بالسرعة $7,5\,m/s$ والآخر بالسرعة $25\,km/h$.

أيهما أسرع ؟

10. انقل ثمّ أكمل الجدول التالي:

| | | | |
|---|---|---|---|
| المسافة المقطوعة | $180\,km$ | $\ldots km$ | $3\,km$ |
| الزمن المستغرق | $3\,h$ | $2,5\,h$ | $\ldots min$ |
| السرعة المتوسطة | $\ldots km.h^{-1}$ | $540\,km.h^{-1}$ | $9\,km.h^{-1}$ |

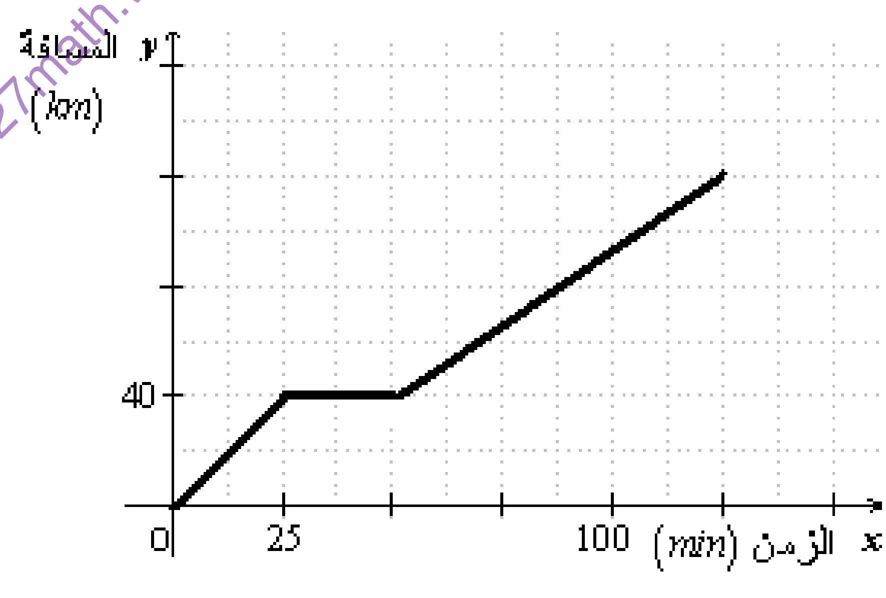
11. قطعت سيارة مسافة $140\,km$ في مدة $1\,h\,45\,min$.

احسب سرعتها المتوسطة.

12. يطير عصفور بسرعة متوسطة $36\,km.h^{-1}$ مدة $10\ min$.

ما هي المسافة التي يقطعها ؟

13. يمثّل البيان التالي المسافة المقطوعة من طرف سائق بدلالة الزمن:




1) احسب سرعة السائق في الشطر الأوّل من المشوار بـ $(km/h)$.
2) احسب سرعته في الشطر الثاني من المشوار.
3) احسب سرعته على كلّ المشوار.

14. خرج سائح بدراجته في نزهة على الساعة $7\,h\,45\,min$ وسُجل على عدّاد دراجته $12\ 353\,km$ ورجع على $11h\ 15\,min$ ويبيّن العدّاد $12\ 430\,km$.
1) ما هي المسافة التي قطعها ؟
2) ما هي المدة الزمنية التي استغرقها ؟
3) ما هي سرعته المتوسطة بـ $(km/h)$ ؟

15. احسب: $50\%$ من $68,5$ ؛ $0,2\%$ من $730$ ؛ $125\%$ من $40$

16. من بين $485$ تلميذا لمدرسة، سُجّل $50$ غائبا.
هل يوجد أقل من $10\%$ من التلاميذ الغائبين أو أكثر ؟

17. عدد المسجلين البالغين في بلدية هو $1600$. انتخب $1020$ منهم، ومن بين هؤلاء نعدّ $51$ ورقة ملغاة.
1) ما هي نسبة الأوراق الملغاة ؟
2) ما هي نسبة الممتنعين ؟

18. قرّر صاحب محلّ تجاري تخفيض $20\%$ عن كلّ المواد التي يبيعها. زيادة على ذلك، يمنح زبائنه المتمدرسين تخفيض $5\%$. اشترى التلميذ "عمر" حاسبة بثمن $180\,DA$. ما هو السعر الأصلي للحاسبة ؟

19. ثمن كراء مسكن هو $495\ DA$ في جانفي $1999$. ارتفع ثمن هذا الكراء في جانفي $2002$ إلى $544,50\ DA$ وزاد في جانفي $2005$ بنسبة $10\%$. انقل ثمّ أكمل الجدول التالي:

| | $1999$ | $2002$ | $2005$ |
|---|---|---|---|
| ثمن الكراء $(DA)$ | ... | ... | ... |
| المؤشر (الأساس $100$ في $1999$) | ... | ... | ... |

## • حلول التمارين والمشكلات :

.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 12 | 24 |
| 5 | 15 | 30 |

الجدول هو جدول تناسبية، لأنّ حواصل القسمة $\frac{4}{5}$ ، $\frac{12}{15}$ ، $\frac{24}{30}$ متساوية ومعامل التناسبية هو $0,8$.

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 9 | 12 |
| 9 | 13 | 18 |

الجدول لا يمثّل تناسبية، لأنّ حواصل القسمة ليست متساوية كلّها.

$\frac{9}{13}=0,692$ و $\frac{6}{9}=\frac{12}{18}=0,667$

| | | |
|---|---|---|
| 24 | 16 | 8 |
| 27 | 18 | 10 |

بالمثل، نبيّن أنّ الجدول لا يمثّل تناسبية.

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 12 | 18 |
| 3,75 | 9 | 13,5 |

الجدول هو جدول تناسبية، لأنّ حواصل القسمة متساوية ومعامل التناسبية هو $1,333$.

.2

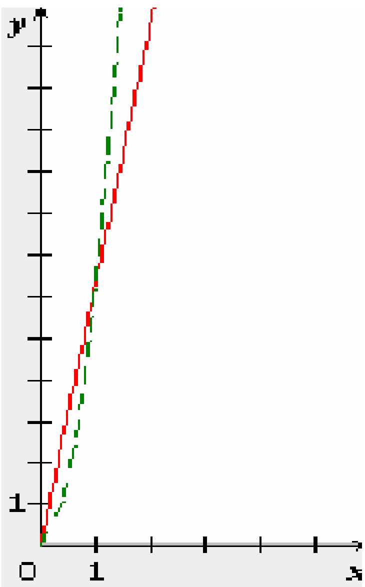
(1

| القرص | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ |
|---|---|---|---|
| نصف القطر $(cm)$ | $1$ | $1,5$ | $3$ |
| المحيط $(cm)$ | $6,28$ | $9,42$ | $18,84$ |
| المساحة $(cm^2)$ | $6,28$ | $14,13$ | $56,52$ |

2) المحيطات متناسبة مع أنصاف الأقطار.

3) المساحات غير متناسبة مع أنصاف الأقطار.

4) باستعمال ورق ميليمتري، نمثّل باللون الأحمر قيم المحيطات بدلالة أنصاف الأقطار وبالأخضر قيم المساحات بدلالة أنصاف الأقطار.



5) نتحقق من نتيجة السؤال الأوّل
باستعمال التمثيلين البيانيين
بملاحظة أنّ النقاط $A(1\ ;\ 6,28)$ ،
$B(1,5\ ;\ 9,42)$ ، $C(3\ ;\ 18,84)$
واقعة على نفس الاستقامة مع المبدأ.
و هو ما يؤكد تناسب المحيطات مع أنصاف الأقطار.
بينما النقاط $A'(1\ ;\ 6,28)$ ،
$B'(1,5\ ;\ 14,13)$ ، $C'(3\ ;\ 56,52)$
ليست على نفس الاستقامة مع المبدأ .
و هو ما يؤكد عدم تناسب المساحات مع أنصاف الأقطار.

.3
1) معدل استهلاك السيارة في الكيلومتر الواحد هو: $0,051$ .
2) المسافة التي تقطعها السيارة عندما تستهلك لترا من البنزين هي: $20\,km$ .

.4 1)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $5$ | $\frac{12}{5}$ | $\frac{7}{8}$ | $6$ | $3$ |
| $y$ | $2,5$ | $1,2$ | $0,438$ | $3$ | $\frac{3}{2}$ |

$\times\frac{1}{2}$

2) نتحقق بيانيا من التناسبية بتمثيل النقاط ذات الإحداثيات $(x\,;y)$ ،
حيث نجد النقاط على نفس الاستقامة مع المبدأ.

.5 $30\ min = 0,5\,h$ ؛ $36\ min = 0,6\ h$ ؛ $3\,h\,20\,min = \frac{10}{3}\ h$

.6 باعتبار الساعة كوحدة، نعبّر عن المدد المعطاة بكتابة عشرية:
أ) $2\,h\ \ 30\,min = 2,5\,h$ ب) $1\ h\ 12\ min = 1,2\,h$

.7 باعتبار الساعة كوحدة، نعبّر عن المدد المعطاة بكتابة كسرية:
أ) $15\ min = \frac{1}{4}\,h$ ب) $30\ min = \frac{1}{2}\,h$ جـ) $2\,h\ 45\,min = \frac{11}{4}\,h$

.8 1) السرعة المتوسطة هي $8m/s$ .
2)نحسب المسافة المقطوعة في ساعة واحدة $(1h = 3600s)$:
$8 \times 3600 = 28800$
هذه المسافة مقاسة بالمتر، نحولها إلى الكيلومتر: $28800\,m = 28,8\,km$

فتكون السرعة: $28,8\,km.h^{-1}$.

9. لمقارنة السرعتين، نكتبهما بنفس الوحدة: $25\,km/h = 6,944\ m/s$
الأسرع هو الذي يتنقل بالسرعة $7,5\,m/s$.

10.

| | | | |
|---|---|---|---|
| المسافة المقطوعة | $180\,km$ | $1350\ km$ | $3\,km$ |
| الزمن المستغرق | $3\,h$ | $2,5\,h$ | $20\,min$ |
| السرعة المتوسطة | $60\,km.h^{-1}$ | $540\,km.h^{-1}$ | $9\,km.h^{-1}$ |

11. السرعة المتوسطة هي: $v = \dfrac{140}{1,75} = 80\,km/h$

12. المسافة المقطوعة: $d = 36 \times 0,167 \approx 6\,km$

13. 1) السرعة في الشطر الأوّل من المشوار: $v_1 = \dfrac{40}{0,147} \approx 96\,km/h$ 2) السرعة في الشطر الثاني من المشوار: $v_2 = 0\,km/h$.
3) السرعة في كلّ المشوار: $v = \dfrac{120}{2} = 60\,km/h$.

14. 1) المسافة المقطوعة: $d = 12430 - 12353 = 77\,km$
2) المدة الزمنية المستغرقة: $t = 3,5\,h$
3) السرعة المتوسطة: $v = \dfrac{77}{3,5} = 22\,km/h$

15. $34,25$ ؛ $1,46$ ؛ $50$

16. يوجد أكثر من $10\%$ من التلاميذ الغائبين.

17. 1) نسبة الأوراق الملغاة: $5\%$.
2) نسبة الممتنعين: $36,25\%$.

18. السعر الأصلي للحاسبة: $240\,DA$.

.19

| | 1999 | 2002 | 2005 |
|---|---|---|---|
| ثمن الكراء ($DA$) | 495 | 544,50 | 598,95 |
| المؤشر (الأساس 100 في 1999) | 100 | 110 | 121 |

# المثلث القائم والدائرة المحيطة

## تصميم الدرس

- تذكير
- المثلث القائم والدائرة المحيطة
- المثلث القائم والمتوسط المتعلق بالوتر
- تمارين و مشكلات
- حلول التمارين و المشكلات

## • تذكير:

### • محور قطعة مستقيم

**تعريف**

**محور قطعة مستقيم هو المستقيم الذي يعامد هذه القطعة في منتصفها.**

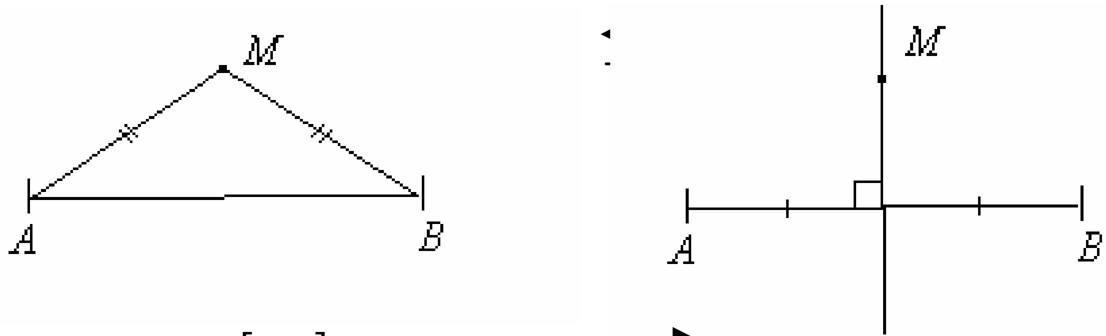
**الخاصية المميزة**

**- الخاصية**

**إذا كانت نقطة تنتمي إلى محور قطعة مستقيم فإنها متساوية المسافة عن طرفي هذه القطعة.**

**- الخاصية العكسية**

**إذا كانت نقطة متساوية المسافة عن طرفي قطعة مستقيم، فأنها تنتمي إلى محور هذه القطعة.**




$M$ نقطة من محور $[AB]$

$A = MB$

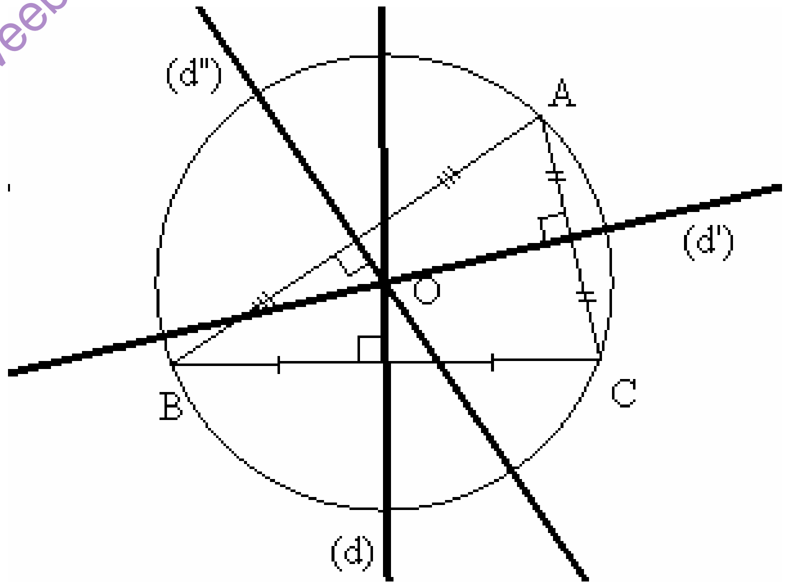
**ملاحظة: يمكن تلخيص الخاصتين السابقتين في الخاصية المميّزة التالية:**

محور قطعة مستقيم هو مجموعة النقط المتساوية المسافة عن طرفي هذه القطعة.

### • الدائرة المحيطة بمثلث

خاصية:

في المثلث، المحاور الثلاثة تتقاطع في نفس النقطة. هذه النقطة متساوية المسافة عن رؤوس المثلث وهي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.

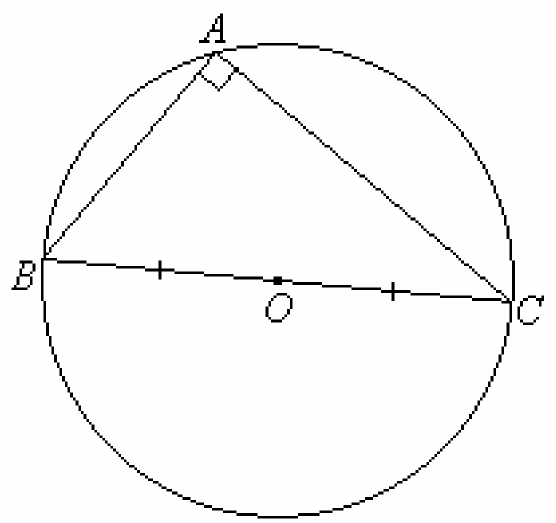



المحاور الثلاثة (d)، (’d)، (’’d) تتقاطع في النقطة O، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC..

## 2. المثلث القائم والدائرة المحيطة :

**خاصية:**

**إذا كان مثلث قائما، فإنّ وتره يكون قطرا للدائرة المحيطة به.**



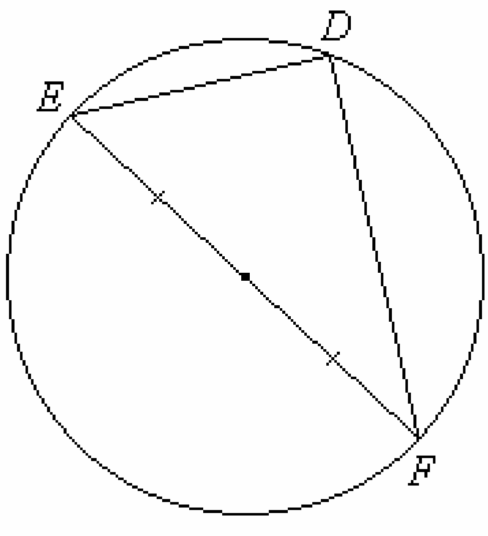

$ABC$ مثلث قائم في . إذن $[BC]$ قطر للدائرة المحيطة بالمثلث $ABC$ .

**إستنتاج:**

- **منتصف الوتر هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.**
- **طول الضلع الذي يصل بين رأس الزاوية القائمة ومنتصف الوتر يساوي نصف الوتر.**

**ـ خاصية عكسية**

**إذا كان مثلث مرسوما في دائرة قطرها هو أحد أضلاع المثلث، فهذا المثلث قائم ووتره هو قطر الدائرة.**

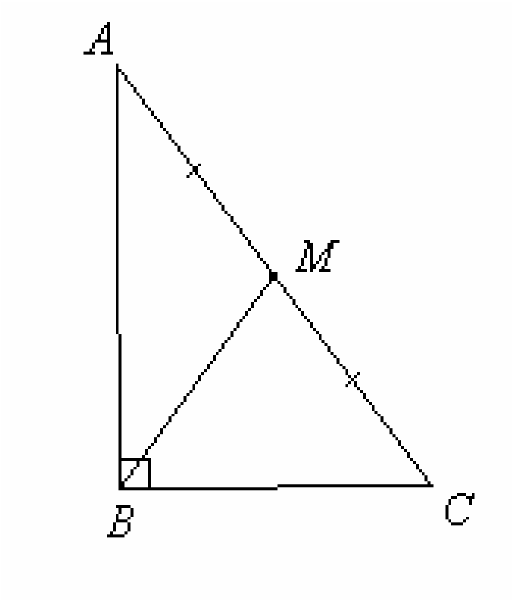


$[EF]$ قطر الدائرة المحيطة بالمثلث $DEF$، فإنّ المثلث $DEF$ قائم في $D$ .

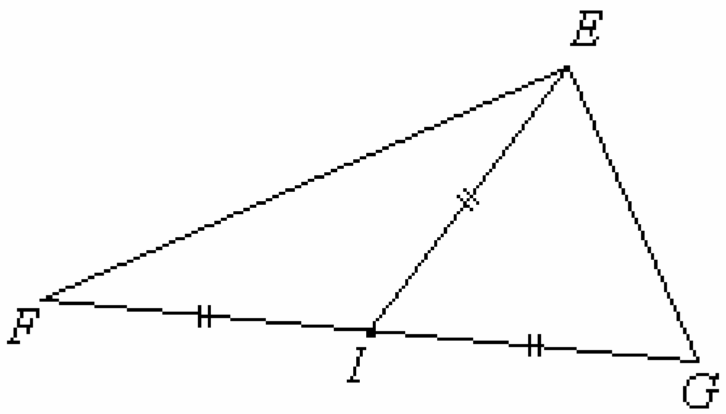
## 3. المثلث القائم والمتوسط المتعلق بالوتر :

**خاصية:**

**إذا كان مثلث قائما، فإنّ المتوسط المتعلق بوتره يساوي نصف هذا الوتر.**




$ABC$ مثلث قائم في $B$ و $[BM]$ المتوسط المتعلق بالوتر $[AC]$، إذن: $BM = \frac{1}{2} AC$ .



**خاصية عكسية:**

**إذا كان المتوسط المتعلق بأحد أضلاع مثلث يساوي نصف طول هذا الضلع، فإنّ المثلث قائم ووتره هو هذا الضلع.**

$[EI]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[FG]$ و $EI=\frac{1}{2}FG$ ، إذن المثلث $EFG$ قائم في $E$.

## • تمارين و مشكلات :

1. أرسم قطعة $[AB]$ طولها $6\,cm$ ثمّ الدائرتين: $(C)$ التي مركزها $A$ ونصف قطرها $5\,cm$ و $(C')$ التي مركزها $B$ ونصف قطرها $3\,cm$.

الدائرتان تتقاطعان في النقطتين و $N$.

أتمم النصّ التالي:

بما أنّ النقطتان و $N$ تنتميان إلى ....... $(C)$ ......... $A$ ، فإنّ $AM = AN$.

$BM = BN$ ، لأنّ و $N$ نقطتان من.........

إذن النقطتان $A$ و $B$ متساويتا المسافة عن النقطتين و $N$.

نستنتج أنّ المستقيم $(\quad B)$ هو ...... القطعة $[\quad N]$.

**1.** أرسم مثلثا $ABC$ بحيث $AB = 7\,cm$ ، $AC = 5\,cm$ ، $BC = 4\,cm$.

أرسم الارتفاع $(CH)$ والمحور $(d)$ للقطعة $[AB]$.

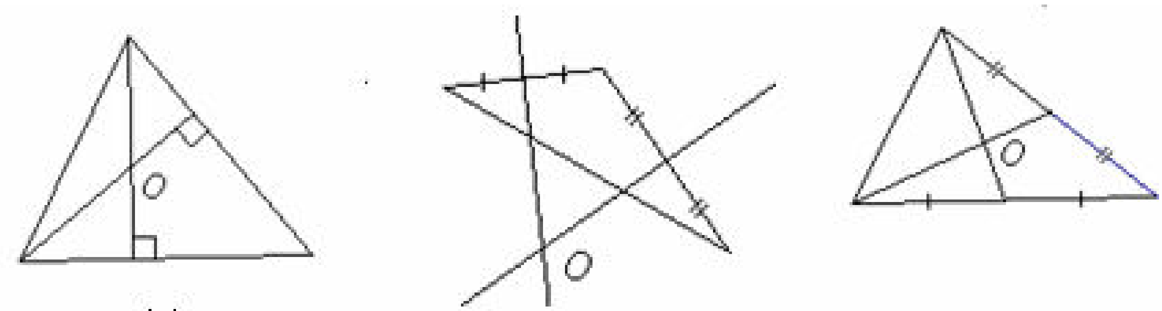
برهن أنّ المستقيمين $(CH)$ و $(d)$ متوازيان.

**2.** أرسم دائرة مركزها $O$ ثمّ وترا $[AB]$ في هذه الدائرة.

أرسم المحور $(d)$ للقطعة $[AB]$.

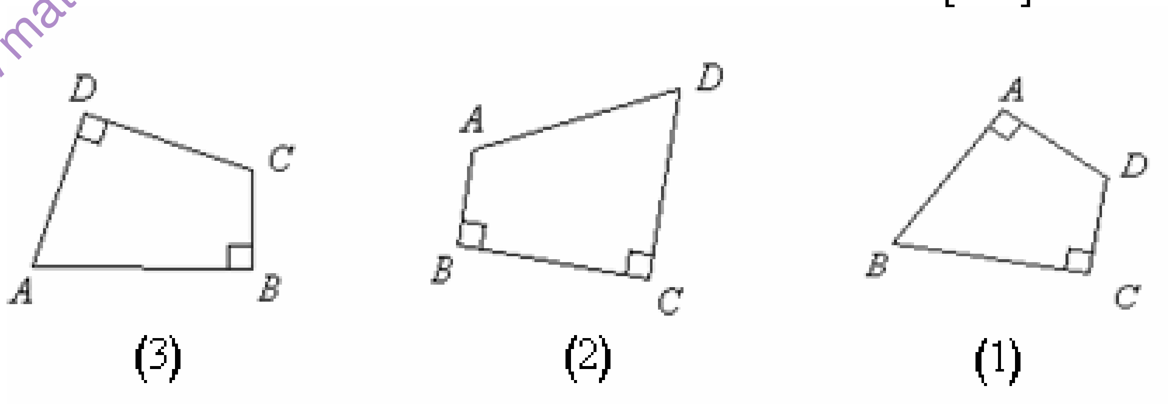
- برهن أنّ $(d)$ يشمل المركز $O$. ماذا تستنتج بصفة عامة؟

**3.** في أية حالة من الحالات التالية تكون النقطة $O$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ؟

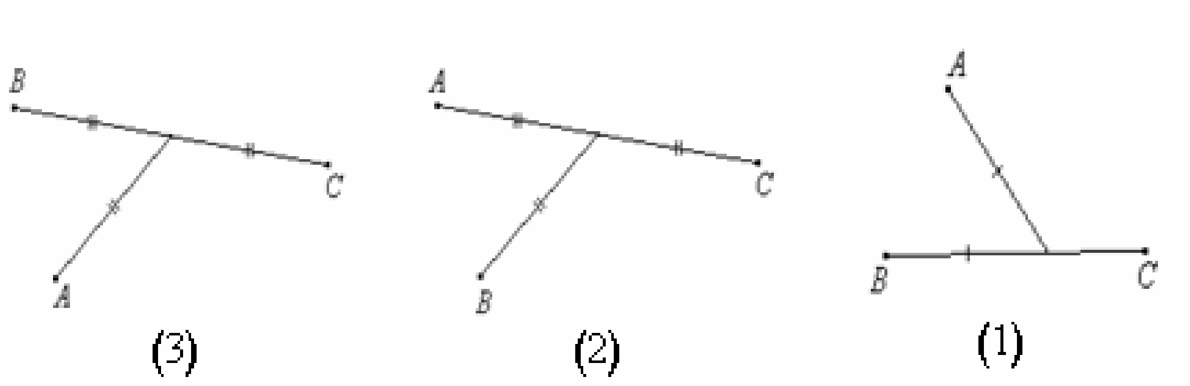


(3) (2) (1)

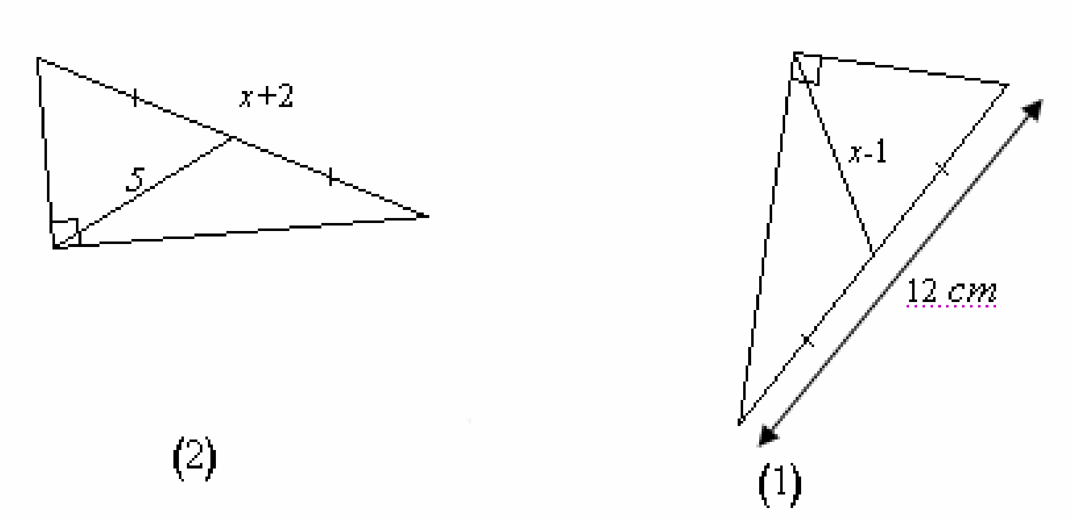
**4**--في أية حالة من الحالات التالية يكون الرباعي $ABCD$ مرسوما في الدائرة التي قطرها $[BD]$ ؟



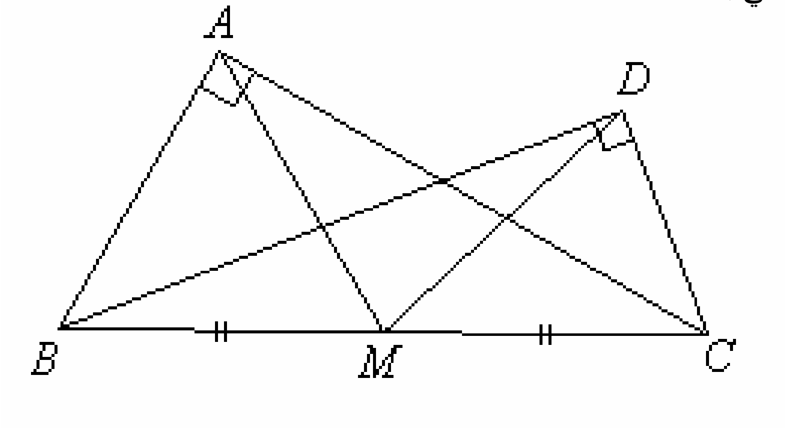

**5**_في أية حالة من الحالات التالية يكون المثلث $ABC$ قائما في $B$ ؟




**.4** عين قيمة $x$ في كلّ حالة من الحالات التالية:

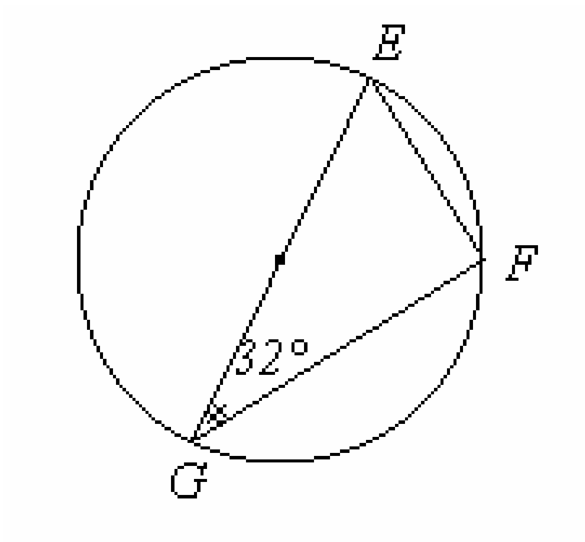


**.5** لاحظ الشّكل التالي :



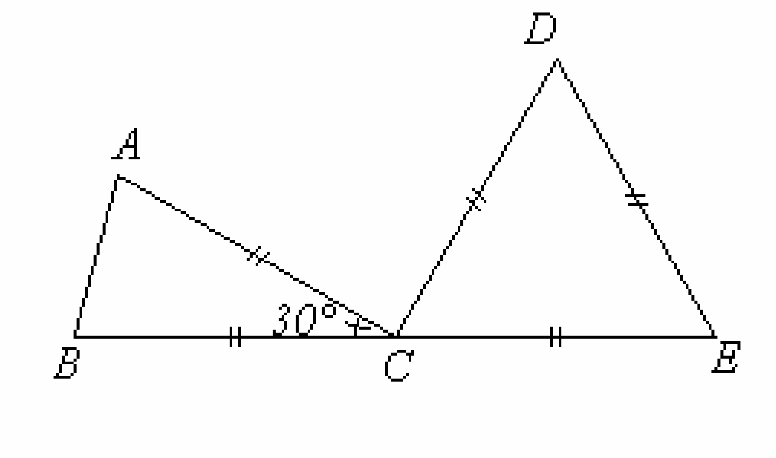

برهن أنّ المثلث $AMD$ متساوي الساقين في      .

**.6** إليك الشّكل التالي:




أحسب الزاوية $\widehat{FEG}$ . علّل.

.10 لاحظ الشّكل التالي. النقط $B$ ، $C$ ، $E$ على استقامة واحدة.



عيّن المثلثات القائمة فيه. برّر إجابتك.

11. أرسم دائرة $(C)$ مركزها $O$ ونصف قطرها $3cm$. عيّن نقطة $A$ من هذه الدائرة ثم ارسم الدائرة $(C')$ التي قطرها $[OA]$. أرسم مستقيما يشمل ويقطع الدائرة $(C)$ في والدائرة $(C')$ في $N$.

1) برهن أنّ المستقيم $(ON)$ محور القطعة $[AM]$.

2) ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة $N$ ؟

12. نعتبر دائرة $(C)$ قطرها $[AB]$، نقطة من $(C)$.

لتكن $D$ نظيرة $B$ بالنسبة إلى $A$ و $E$ نظيرة $B$ بالنسبة إلى .

1) أنجز الشكل.

2) ما نوع المثلث $AMB$ ؟ علّل.

3) ماذا يُمثل المستقيم $(\quad M)$ بالنسبة إلى الضلع $[BE]$؟

4) ما نوع المثلث $EAD$ ؟ علّل.

5) ما نوع المثلث $EBD$ ؟ علّل.

- **حلول التمارين و المشكلات :**

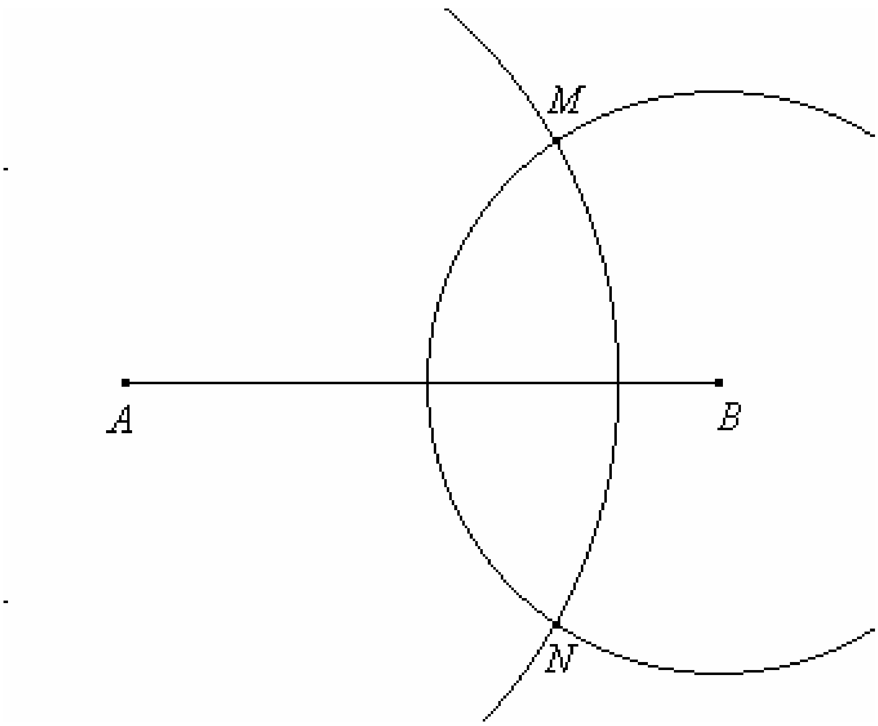
.1

بما أنّ النقطتان      و $N$ تنتميان إلى الدائرة $(C)$ التي مركزها $A$ ، فإنّ $AM = AN$ .

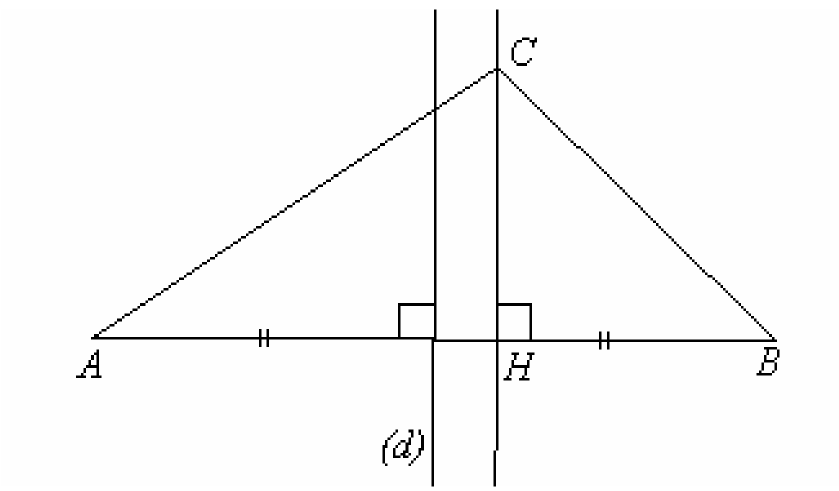
$BM = BN$ ، لأنّ      و $N$ نقطتان من الدائرة $(C')$ .

إذن النقطتان $A$ و $B$ متساويتا المسافة عن النقطتين      و $N$ .

نستنتج أن المستقيم $(\quad B)$ هو محور القطعة $[\quad N]$ .




.2

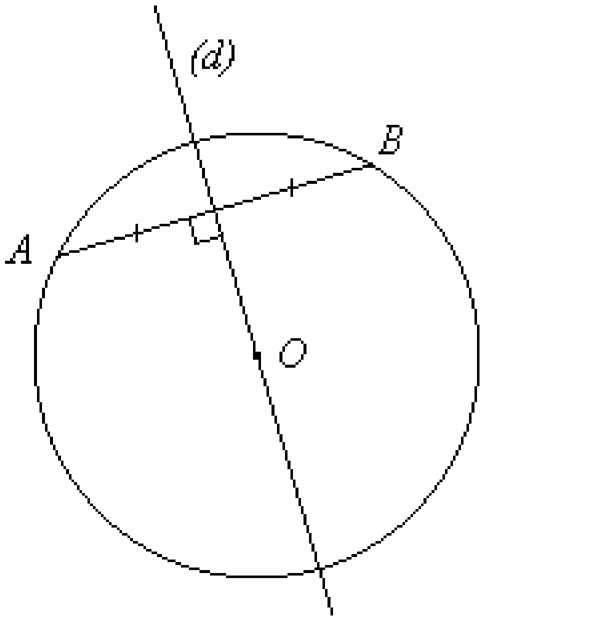


بما أنّ $(CH)$ هو الارتفاع المتعلق بالضلع $[AB]$ فإن $(CH) \perp (AB)$.

بما أنّ $(d)$ هو محور الضلع $[AB]$ فإنّ $(d) \perp (AB)$.

بما أنّ $(CH) \perp (AB)$ و $(d) \perp (AB)$ فإنّ $(CH) \parallel (d)$.

.3




- بما أنّ $OA = OB$ (نصفا قطر في الدائرة)، فإنّ $O$ متساوية المسافة عن طرفي القطعة $[AB]$ .

إذن $O$ ينتمي إلى المحور $(d)$ للقطعة $[AB]$ .

- بصفة عامة: محور وتر في الدائرة يشمل مركز هذه الدائرة.

4. الحالة (2).

5. الحالة (1).

6. الحالة (2).

7. في الحالة (1)، لدينا: $x-1=\dfrac{12}{2}$ . ومنه $x = 7\,cm$

في الحالة (2)، لدينا: $5=\dfrac{x+2}{2}$ . ومنه $x = 8\,cm$

.8

$ABC$ قائم في $A$ و $[AM]$ هو المتوسط المتعلق بالوتر $[BC]$، إذن:

$$AM = \frac{BC}{2} \quad \ldots (1)$$

$BDC$ قائم في $D$ و $[DM]$ هو المتوسط المتعلق بالوتر $[BC]$، إذن:

$$(2) \ldots DM = \frac{BC}{2}$$

من (1) و (2) نستنتج أنّ $M = DM$ .

إذن: المثلث $MD$ متساوي الساقين في .

9. بما أنّ المثلث $FEG$ مرسوم في الدائرة التي قطرها $[EG]$، فإنّ المثلث $FEG$ قائم في $F$.

في المثلث $FEG$ القائم في $F$ لدينا $\widehat{FEG} + \widehat{FGE} = 90°$ .

لكن $\widehat{FEG} = 58°$ ، إذن $\widehat{FGE} = 32°$

10. المثلثات القائمة هي: $ACD$ ، $ABE$ ، $DBE$ .

التعليل:

- المثلث $DCE$ متقايس الأضلاع، إذن $\widehat{DCE} = 60°$ .
-

النقط $B$ ، $C$ ، $E$ على استقامة واحدة، إذن $\widehat{BCE} = 180°$ .

لدينا $\widehat{BCE} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD} + \widehat{DCE}$ أي $180 = 30 + \widehat{ACD} + 60$، إذن $\widehat{ACD} = 90°$ . ومنه الثلث $ACD$ قائم في $C$.

- في المثلث $ABE$، $[AC]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BE]$ و لدينا

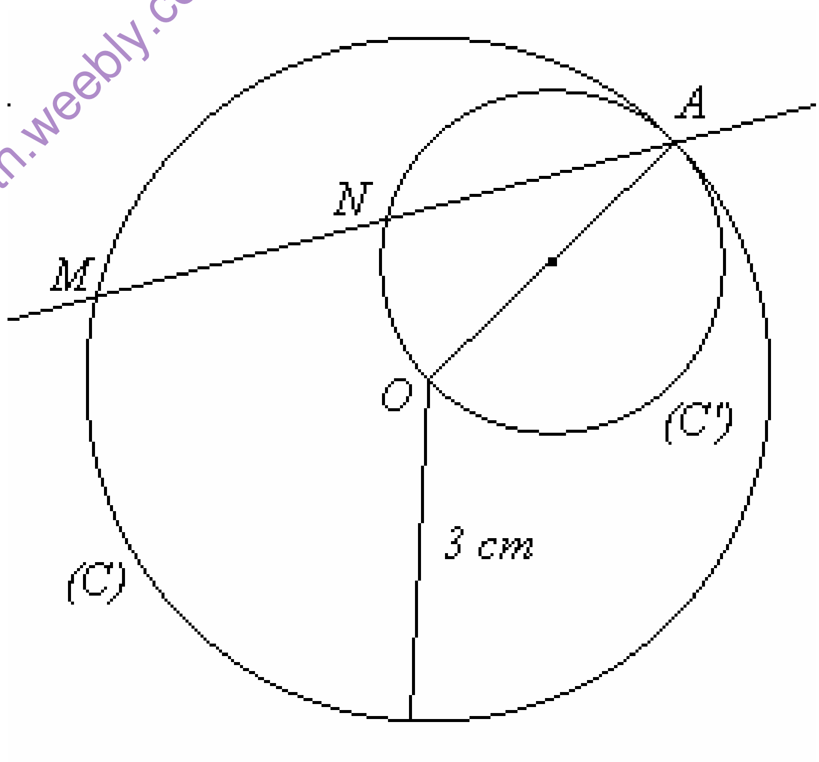
$AC = \frac{1}{2}BE$ . إذن الثلث $ABE$ قائم في $A$ .

- في المثلث $DBE$، $[DC]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BE]$ و لدينا

$DC = \frac{1}{2}BE$ . إذن الثلث $DBE$ قائم في $D$ .

.11

(1




2) بما أن المثلث $ONA$ مرسوم في الدائرة التي قطرها $[OA]$ ، فإنّ المثلث $ONA$ قائم في $N$ ،

إذن $(ON) \perp (AM)$ ... (1)

لدينا $OM = OA = 3\,cm$ ،

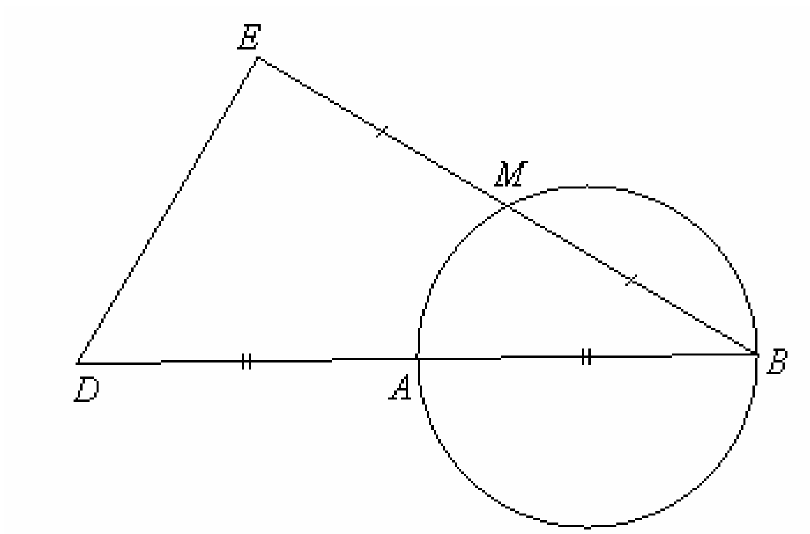
إذن النقطة $O$ تنتمي إلى محور القطعة $[AM]$ ... (2)

من (1) و (2) ينتج أنّ $(ON)$ محور القطعة $[AM]$.

3) نستنتج أنّ النقطة $N$ منتصف القطعة $[AM]$.

.12

(1




2) المثلث $AMB$ قائم في ، لأنّه مرسوم في الدائرة $(C)$ التي قطرها $[AB]$.

3) المستقيم $(M)$ محور الضلع $[BE]$ ، لأنّ $(M)$ عمودي على $[BE]$ و منتصف $[BE]$.

4) بما أنّ نقطة من محور $[BE]$ ، فإنّ $E = AB$ .

إذن المثلث $EAB$ متساوي الساقين.

5) في المثلث $EBD$ ، $[EA]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BD]$ ولدينا

$EA = AB = \frac{1}{2}BD$ . إذن الثلث $EBD$ قائم في $E$.

# نظرية فيثاغورس وعكسها

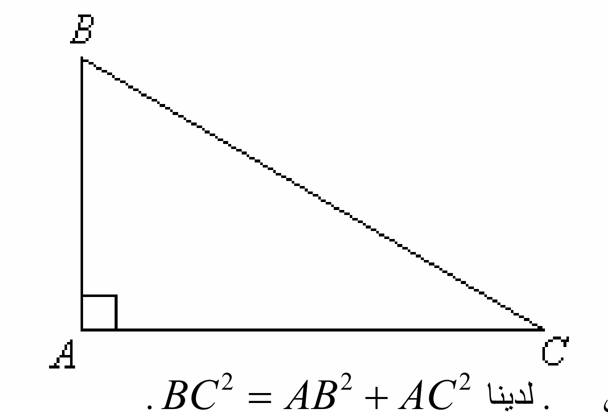
## تصميم الدرس

- نظرية فيثاغورس
- تمارين و مشكلات
- حلول التمارين و المشكلات

## • نظرية فيثاغورس :

### • نظرية

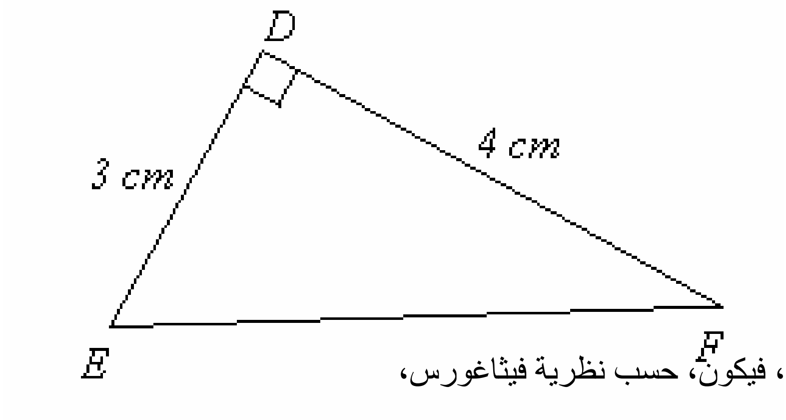
**إذا كن مثلث قائما، فإنّ مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين.**




المثلث $ABC$ قائم في $A$ . لدينا $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

**تطبيق:** حساب طول ضلع في مثلث قائم

**مثال:** $DEF$ مثلث قائم في $E$ بحيث $DE = 3\,cm$ و $DF = 5\,cm$ .
أحسب الطول $EF$ (تعطى القيمة المضبوطة ثم القيمة المدورة إلى الميليمتر).




**الحلّ:**

بما أنّ المثلث $DEF$ قائم في $E$ ، فيكون، حسب نظرية فيثاغورس،
$EF^2 = DE^2 + DF^2$ .
إذن $EF^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$
نستنتج أنّ $EF = \sqrt{34}$ (القيمة المضبوطة بـ $cm$).
ملاحظة: $\sqrt{34}$ هو العدد الموجب الذي مربعه $34$ .
نحسب القيمة المقربة لهذا العدد باستعمال الحاسبة.

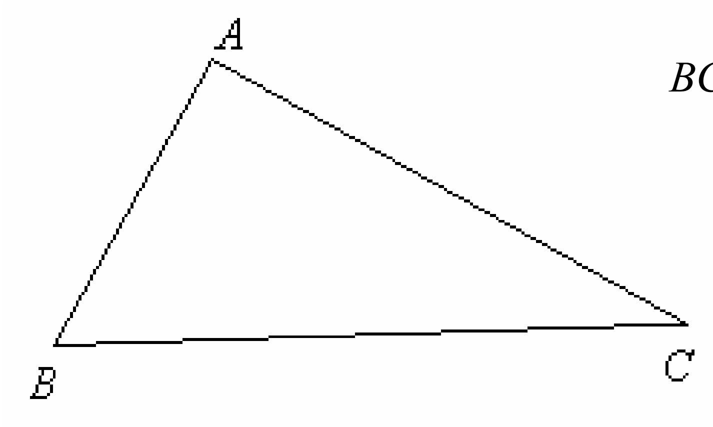
ضغط على $\boxed{=}$ $34$ $\boxed{\sqrt{}}$ (أو على $\boxed{=}$ $\boxed{\sqrt{}}$ $34$ حسب الآلة).

يظهر على الشاشة العدد $5,830951895$ ومدوّر هذا العدد إلى $0,1$
هو $5,8$ . نستنتج : $EF \approx 5,8\,cm$ (المدوّر إلى الميليمتر).

## • نظرية عكسية

إذا كان في مثلث، مربع طول أكبر ضلع فيه يساوي مجوع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإنّ هذا المثلث قائم. وتر المثلث هو الضلع الأكبر.

إذا كان في مثلث $BC^2 = AB^2 + AC^2$
فإن المثلث $ABC$ قائم في $A$ .




**تطبيق**: إثبات كون مثلث قائما.

**مثال:**

$LM$ مثلث بحيث $L = 6\,cm$ ، $M = 8\,cm$ ، $M = 10\,cm$ .

برهن أنّ المثلث $LM$ قائم.

**الحلّ:**

$[\ M]$ هو أكبر ضلع، نحسب مربع طوله : $LM^2 = 10^2 = 100$ .

نحسب مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين:

$$KM^2 + KL^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

نقارن النتيجتين ونلاحظ أنّ $M^2 = KL^2 + KM^2$ .

وحسب عكس نظرية فيثاغورس، نستنتج أنّ المثلث $LM$ قائم في .

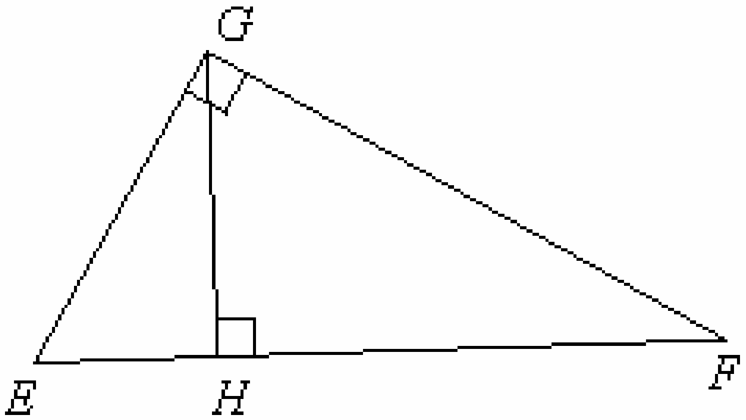
**ملاحظة هامة:**

لإثبات كون مثلث ليس قائما نطبق الخاصية التالية:

**إذا كان في مثلث، مربع طول أكبر ضلع فيه لا يساوي مجوع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإنّ هذا المثلث ليس قائما.**

## • تمارين و مشكلات :

1. عيّن كلّ المثلثات القائمة في الشكل التالي ثمّ اكتب علاقة فيثاغورس في كلّ منها.

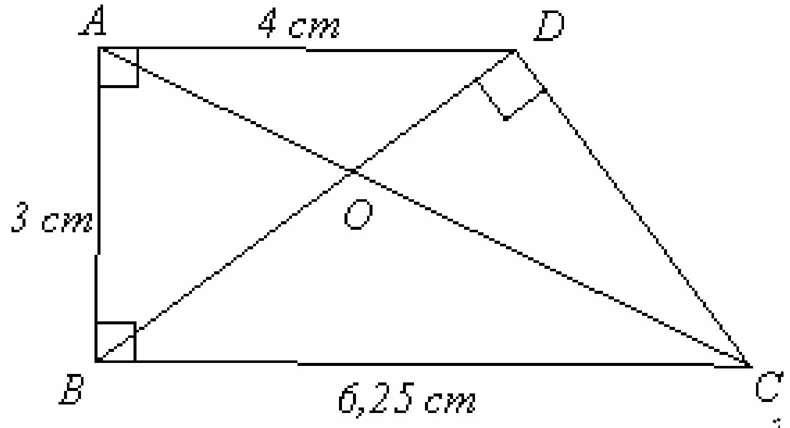



2. عيّن، باستعمال الحاسبة، القيمة المضبوطة لكلّ من الأعداد التالية:
$\sqrt{169}$ ؛ $\sqrt{625}$ ؛ $0,45^2$ ؛ $\sqrt{5,29}$ ؛ $(\sqrt{7})^2$ ؛ $5,6^2+5,2^2$.

3. أحسب في كلّ حالة من الحالات التالية القيمة المضبوطة للطول $BC$ :
أ) $BC^2=12^2+16^2$ ؛ ب) $7,4^2+BC^2=7,6^2$ ؛ جـ) $4,5^2+6^2=BC^2$.

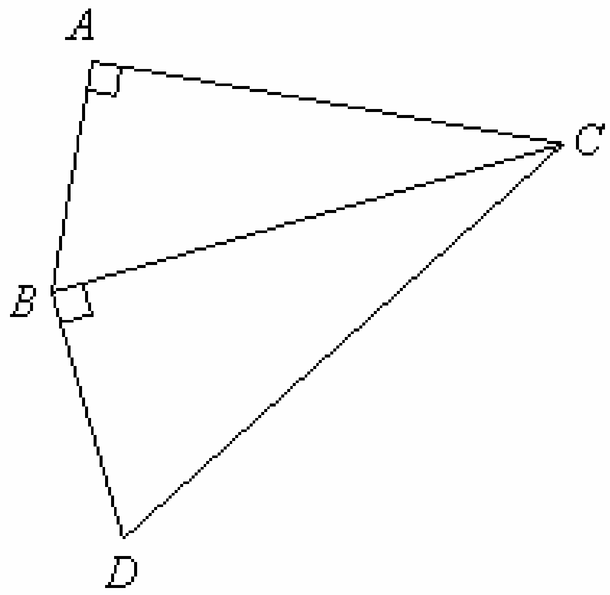
4. عيّن، في كل حالة من الحالات التالية وباستعمال الحاسبة ، المدوّر إلى الجزء من المائة للطول $EF$ :
$EF^2=6^2+10^2$ ؛ $EF^2=7^2-4^2$ ؛ $5^2+EF^2=11^2$ ؛ $EF^2+8^2=15^2$ ؛
$(\sqrt{13})^2+3^2=EF^2$.

5. $ABCD$ هو شبه منحرف قائم.




أتمم الجمل التالية:
- لحساب $AC$ ، نستعمل المثلث ... القائم في ... و الطولين...، ..... .
- لحساب $BD$ ، نستعمل المثلث ... القائم في ... و الطولين...، ... .
- لحساب $CD$ ، نستعمل المثلث ... القائم في ... و الطولين...، ... .

6. لاحظ الشّكل التالي:




نعلم أنّ $5^2 = 4^2 + 3^2$ و $6,25^2 = 5^2 + 3,75^2$ .

أوجد الأطوال $AB$ ، $AC$ ، $CD$ ، $BD$ ، $BC$ من بين الأعداد التالية:

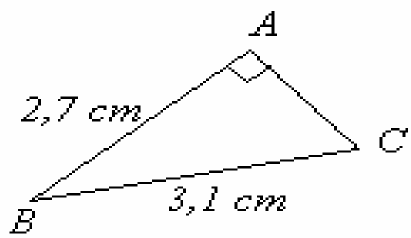
$3$ ؛ $3,75$ ؛ $4$ ؛ $5$ ؛ $6$ ؛ $6,25$.

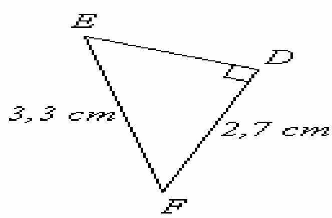
**7.** أتمم الجدول التالي الذي يمثل أطوال أضلاع مثلث $ABC$ قائم في $C$.

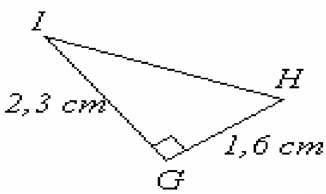
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $AC$ | $2\,cm$ | $8\,cm$ | $...m$ | $7,2\,dm$ |
| $BC$ | $3\,cm$ | $...cm$ | $12\,m$ | $...dm$ |
| $AB$ | $...cm$ | $11\,cm$ | $15\,m$ | $7,4\,dm$ |

**8.** أحسب في كلّ حالة من الحالات التالية طول الضلع الثالث في المثلث:

(يعطى تدوير كلّ نتيجة إلى الميليمتر).



**9.** أحسب طول ضلع معيّن حيث طولا قطريه $13\,cm$ و $11\,cm$.

10. برهن في كلّ من الحالتين التاليتين أنّ المثلث $EFG$ قائم في $F$ :

1) $EF = 8\,cm$ ؛ $FG = 15\,cm$ ؛ $EG = 17\,cm$.

2) $EF = 0,7\,cm$ ؛ $FG = 2,4\,cm$ ؛ $EG = 2,5\,cm$.

11. $ABC$ مثلث حيث $B = 10,4\,cm$ ؛ $C = 9,6\,cm$ ؛ $BC = 4\,cm$.

1) أرسم شكلا وأتممه.

2) برهن أنّ المثلث $ABC$ قائم.

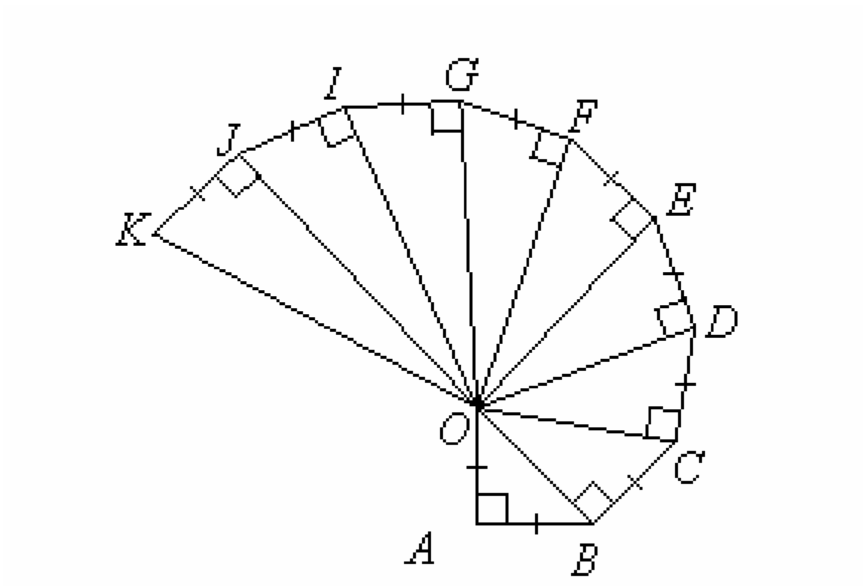
3) عيّن النقطة $D$ من القطعة $[AB]$ حيث $D = 7,8\,cm$ ثم أرسم الدائرة التي قطرها $[AD]$ والتي تقطع $[AC]$ في $E$.

ما نوع المثلث $AED$ ؟ علّل.

4) برهن أنّ المستقيمين $(BC)$ و $(DE)$ متوازيان.

12. نسمي الشّكل التالي " حلزون فيثاغورس":

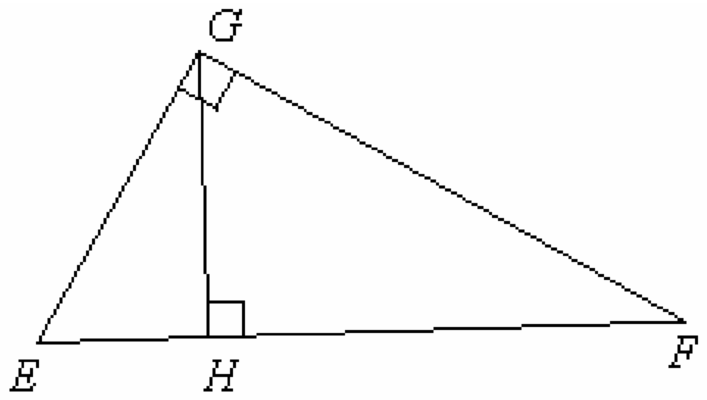
كلّ من الأطوال $OA$ ، $AB$ ، $BC$ ، $CD$ ،...، $JK$ يساوي $1cm$.




أحسب القيمة المضبوطة لكل من الأطوال $OB$ ، $OC$ ، $OD$ ،...، $OK$.

(استعمل الرمز $\sqrt{\ }$ عند الحاجة).

## • حلول التمارين و المشكلات :




المثلثات القائمة: $GEF$ قائم في $G$، $HGE$ قائم في $H$، $HGF$ قائم في $H$.
تطبيق خاصية فيثاغورس:
- في المثلث $GEF$ القائم في $G$: $EF^2 = GE^2 + GF^2$.
- في المثلث $HGF$ القائم في $H$: $GF^2 = HG^2 + HF^2$.
- في المثلث $HGE$ القائم في $H$: $EG^2 = HE^2 + HG^2$.

.2
$\sqrt{169} = 13$ ؛ $\sqrt{625} = 25$ ؛ $0,45^2 = 0,2025$ ؛ $\sqrt{5,29} = 2,3$ ؛ $(\sqrt{7})^2 = 7$ ؛
$5,6^2 + 5,2^2 = 58,4$.

.3
أ) $BC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$ ، إذن $BC = \sqrt{400}$ أي أنّ $BC = 20$.
ب) $3,9^2 + BC^2 = 6,5^2$ أي أنّ $BC^2 = 6,5^2 - 3,9^2 = 27,04$.
و منه $BC = \sqrt{27,04}$ أي أنّ $BC = 5,2$.
جـ) $4,5^2 + 6^2 = BC^2$ أي أنّ $BC^2 = 20,25 + 36 = 56,25$.
و منه $BC = \sqrt{56,25}$ أي أنّ $BC = 7,5$.

.4
- $EF^2 = 6^2 + 10^2 = 36 + 100 = 136$ أي أنّ $EF = \sqrt{136}$.
منه $EF \approx 11,66$.
- $EF^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$ أي أنّ $EF = \sqrt{33}$.

منه $EF \approx 5,74$.

- $5^2 + EF^2 = 11^2$ أيّ أنّ $EF^2 = 11^2 - 5^2 = 121 - 25 = 96$ أيّ أنّ $EF = \sqrt{96}$

. منه $EF \approx 9,80$.

-

$EF^2 + 8^2 = 15^2$ أيّ أنّ $EF^2 = 15^2 - 8^2 = 225 - 64 = 161$ أيّ أنّ $EF = \sqrt{161}$

. منه $EF \approx 12,69$.

- $(\sqrt{13})^2 + 3^2 = EF^2$ أيّ أنّ $EF^2 = 13 + 9 = 22$ أيّ أنّ $EF = \sqrt{22}$

منه $EF \approx 4,69$.

.5

- لحساب $AC$ ، نستعمل المثلث $ABC$ القائم في $B$ والطولين $AB$ ، $BC$.
- لحساب $BD$ ، نستعمل المثلث $ABD$ القائم في $A$ والطولين $AB$ ، $AD$.
- لحساب $CD$ ، نستعمل المثلث $DCB$ القائم في $D$ والطولين $DC$ ، $DB$.

.6

$AB = 3$ ؛ $AC = 4$ ؛ $CD = 6,25$ ؛ $BD = 3,75$ ؛ $BC = 5$.

.7

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $AC$ | $2\,cm$ | $8\,cm$ | $9\,m$ | $7,2\,dm$ |
| $BC$ | $3\,cm$ | $\sqrt{57}\ cm$ | $12\,m$ | $\sqrt{2,92}\ dm$ |
| $AB$ | $\sqrt{13}\ cm$ | $11\,cm$ | $15\,m$ | $7,4\,dm$ |

.8

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث $BC$ القائم في نجد:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ أي $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 3,1^2 - 2,7^2 = 2,32$.

و منه $AC = \sqrt{2,32}$ أيّ أنّ $C \approx 1,5\,cm$ .

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث $DEF$ القائم في $D$ نجد:

$EF^2 = DE^2 + DF^2$ أيّ أنّ $DE^2 = EF^2 - DF^2 = 3,3^2 - 2,7^2 = 3,60$ ومنه

$DE = \sqrt{3,6}$ أيّ أنّ $DE \approx 1,9\,cm$.

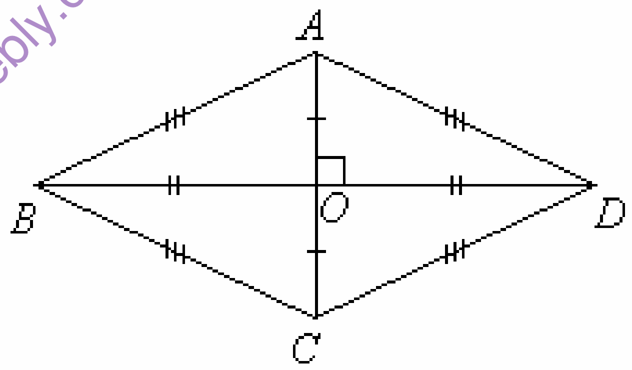
- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث $GHI$ القائم في $G$ نجد:

$HI^2 = GH^2 + GI^2$ أيّ أنّ $HI^2 = 2,3^2 + 1,6^2 = 6,89$ .

ومنه $HI = \sqrt{6,89}$ أيّ أنّ $HI \approx 2,6\,cm$.

.9 نسمي $ABCD$ المعيّن و $O$ نقطة تقاطع قطريه. لدينا ( في الشكل )

$BD = 13\,cm$ و $C = 11\,cm$ .

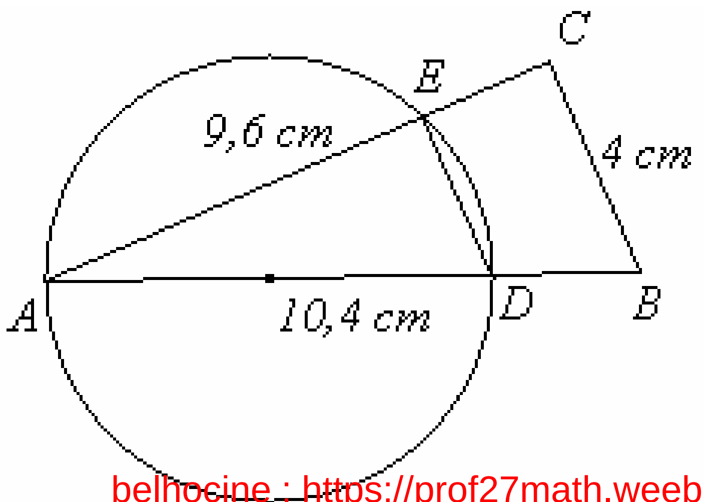



بما أنّ $ABCD$ معيّن، فإنّ قطريه متعامدان.
ومنه، المثلث $OD$ (مثلا) قائم في $O$.
بما أنّ $ABCD$ معيّن، فإنّ قطريه متناصفان. ومنه : $OA = \frac{AC}{2} = \frac{11}{2}$ أي $OA = 5,5\,cm$
و $OD = \frac{BD}{2} = \frac{13}{2}$ أي $OD = 6,5\,cm$.
بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث $AOD$ قائم في $O$، نجد:
$AD^2 = OA^2 + OD^2 = 5,5^2 + 6,5^2 = 72,5$. ومنه:
$AD = \sqrt{72,5}$ أي $AD \approx 8,5\,cm$.
إذن طول ضلع المعيّن هو $8,5\,cm$ (بالتدوير إلى الميليمتر).

10. 1) $[EG]$ هو أكبر ضلع، نحسب مربع طوله : $EG^2 = 17^2 = 289$.
نحسب مجموع طولي الضلعين الآخرين:
$EF^2 + FG^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$

نلاحظ أنّ $EG^2 = EF^2 + FG^2$
حسب عكس نظرية فيثاغورس، نستنتج أنّ المثلث $EFG$ قائم في $F$.
2) بنفس الطريقة نجد : $EG^2 = 2,5^2 = 6,25$
و $EF^2 + FG^2 = 0,7^2 + 2,4^2 = 0,49 + 5,76 = 6,25$.
نلاحظ أنّ $EG^2 = EF^2 + FG^2$.
حسب عكس نظرية فيثاغورس، نستنتج أنّ المثلث $EFG$ قائم في $F$.

.11



$[AB]$ هو أكبر ضلع، نحسب مربع طوله : $AB^2 = 10,4^2 = 108,16$ .

نحسب مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين:

$AC^2 + BC^2 = 9,6^2 + 4^2 = 92,16 + 16 = 108,16$ .

نلاحظ أنّ $B^2 = AC^2 + BC^2$ .

حسب عكس نظرية فيثاغورس، نستنتج أنّ المثلث $ABC$ قائم في $C$ .

3) بما أنّ المثلث $AED$ مرسوم في الدائرة التي قطرها $[AD]$ ، فإنّ هذا المثلث قائم في $E$ .

4) $ABC$ قائم في $C$ يعني أنّ المستقيمين $(AC)$ و $(BC)$ متعامدان.

$AED$ قائم في $E$ يعني أنّ المستقيمين $(AE)$ و $(DE)$ متعامدان.

لكن $(\quad C)$ و $(\quad E)$ متطابقان، إذن نستنتج أنّ المستقمين $(BC)$ و $(DE)$ يعامدان نفس المستقيم.

فإنّهما متوازيان.

.12

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث $OAB$ القائم في نجد:

$OB^2 = OA^2 + AB^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ ومنه $OB = \sqrt{2}\ cm$ .

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث $OBC$ القائم في $B$ نجد:

$OC^2 = OB^2 + BC^2 = 2 + 1^2 = 3$ ومنه $OB = \sqrt{3}\ cm$

- بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث $OCD$ القائم في $C$ نجد:

$OD^2 = OC^2 + BD^2 = 3 + 1^2 = 4$ ومنه $OD = \sqrt{4}$ . $(OD = 2\,cm)$ .

بنفس الطريقة سنجد:

$OE = \sqrt{5}\ cm$ ، $OF = \sqrt{6}\ cm$ ، $OG = \sqrt{7}\ cm$ ، $OH = \sqrt{8}\ cm$

$OI = \sqrt{9}\ cm$ $(OI = 3\,cm)$ ، $OJ = \sqrt{10}\ cm$ ، $OK = \sqrt{11}\ cm$ .

# الحساب الحرفي:
# التبسيط، النشر، الترتيب والعمليات

## تصميم الدرس

- تبسيط عبارة جبرية
- نشر عبارة جبرية
- اختبار نتيجة حساب حرفي
- المساويات-المتباينات و العمليات
- حصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري باستعمال التدوير إلى رتبة معينة
- تمارين ومشكلات
- حلول تمارين ومشكلات

## • تبسيط عبارة جبرية :

• **خاصية**

$k$ ، $a$ ، $b$ أعداد نسبية.

$ka + kb = k(a+b)$ ؛ $ka - kb = k(a-b)$

**مثال**

بسّط العبارة: $E = 8x + 6x - 3x$

$$\begin{aligned} E &= 8x + 6x - 3x \\ &= (8+6-3)x \\ &= 11x \end{aligned}$$

$E = 11x$ هو الشكل المبسّط للعبارة $E$ .

• **حذف الأقواس**

**قاعدة**

- **عندما تكون الأقواس مسبوقة بالإشارة + ، يمكن حذفها مع الاحتفاظ بالإشارات الموجودة داخل الأقواس.**

$a + (b+c) = a + b + c$ ؛ $a + (b-c) = a + b - c$

- **عندما تكون الأقواس مسبوقة بالإشارة - ، يمكن حذفها مع تغيير الإشارات الموجودة داخل الأقواس.**

$a - (b+c) = a - b - c$ ؛ $a - (b-c) = a - b + c$

**تطبيق**

بسّط العبارة $A = (x^2 + x) - (3x^2 + 2x - 1) + 2$

**الحلّ**

نحذف الأقواس بتطبيق قاعدة حذف الأقواس:

$$A = \left(x^2 + x\right) - \left(3x^2 + 2x - 1\right) + 2$$

$$= x^2 + x - 3x^2 - 2x + 1 + 2$$

نجمّع الحدود المتشابهة:

$$A = \underbrace{x^2 - 3x^2} + \underbrace{x - 2x} + \underbrace{1 + 2}$$

نبسّط بتطبيق خاصية تبسيط عبارة جبرية:

$$A = \left(1 - 2\right)x^2 + \left(1 - 2\right)x + 3$$

$$= x^2 - x + 3$$

## • نشر عبارة جبرية :

**تعريف**

**نعني بنشر جداء، كتابته على شكل مجموع أو فرق.**

• **خاصية**

$k$ ، $a$ ، $b$ أعداد نسبية.

$$k(a+b)=ka+kb \quad ؛ \quad k(a-b)=ka-kb$$

**مثال**

انشر العبارة $E=3\times(x-2)$

بتطبيق الخاصية أعلاه، نجد:

$$E=3\times(x-2)=3x-3\times 2=3x-6$$

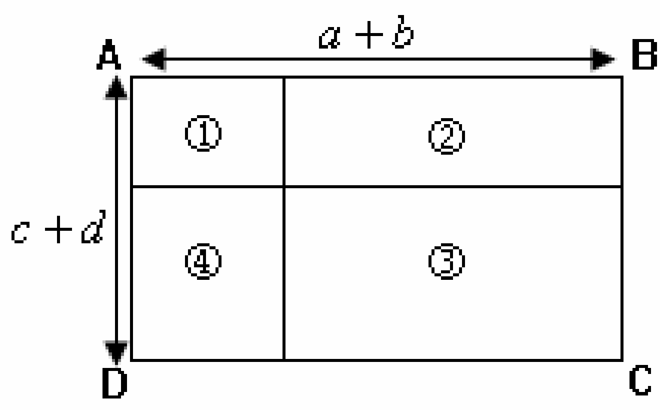
• نشر الجداء $(a+b)(c+d)$

**خاصية**

$a$ ، $b$ ، $c$ ، $d$ أعداد نسبية.

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

**تفسير**




1. نعبّر عن مساحة المستطيل $ABCD$ كجداء طوله في عرضه:

$$A=(a+b)(c+d)$$

2. نعبّر عن مساحة المستطيل $ABCD$ كمجموع مساحات المستطيلات 1، 2، 3، 4:

$$A=ac+bc+ad+bd$$

نستنتج أنّ $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$.

**ملاحظة**

البرهان السابق لا يصحّ إلا من أجل أعداد موجبة. للبرهان أنّ المساواة صحيحة مهما كانت الأعداد $a$ ، $b$ ، $c$ ، $d$ نستعمل خاصية التوزيع للضرب.

## • اختبار نتيجة حساب حرفي :

**تمرين**

انشر وبسّط العبارة $E = x(x-2)-(x-3x^2)$ ثمّ اختبر النتيجة من أجل $x = 2$ .

**الحلّ**

$$\begin{aligned} E &= x(x-2)-(x-3x^2) \\ &= x\times x - 2\times x - x + 3x^2 \\ &= x^2 - 2x - x + 3x^2 \\ &= x^2 + 3x^2 - 2x - x \\ &= (1+3)x^2 - (2+1)x \\ &= 4x^2 - 3x \end{aligned}$$

نختبر النتيجة من أجل $x = 2$ :

- نعوّض $x$ بالقيمة $2$ في العبارة المعطاة:

$$\begin{aligned} E &= 2(2-2)-(2-3\times 2^2) \\ &= 2\times 0-(2-3\times 4) \\ &= 0-2+12 \\ &= 10 \end{aligned}$$

- نعوّض $x$ بالقيمة $2$ في العبارة الناتجة:

$$\begin{aligned} E &= 4\times 2^2 - 3\times 2 \\ &= 4\times 4 - 6 \\ &= 16-6 \\ &= 10 \end{aligned}$$

نلاحظ أنّ الاختبار محقق.

**طريقة**

**لاختبار صحة حساب حرفي ، يكفي تعويض الحرف $x$ بنفس القيمة في العبارة المعطاة وفي العبارة الناتجة:**

**- إذا أعطى الاختبار نتيجتين مختلفتين، فإنّ الحساب خاطئ .**

**- إذا كان الاختبار محقق، فهذا يجعل الحساب معقولا ولكن ذلك لا يكون كافيا للجزم من صحته.**

## • المساويات-المتباينات والعمليات :

- **مقارنة عددين ناطقين**

**خاصية**

$a$ ، $b$ ، $c$ ، $d$ أعداد نسبية مع $b$ و $d$ غير معدومين:

$$\frac{c}{d}=\frac{a}{b} \quad \text{يعني} \quad ad=bc$$

**أمثلة**

$\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$ (لأنّ، $5\times 18=6\times 15$ ) ؛ $\frac{5}{26}\neq\frac{2}{13}$ (لأنّ، $2\times 26\neq 5\times 13$ )

قاعدة

$x$ ، $y$ عددان ناطقان.

$x\le y$ يعني $x-\quad \le 0$ ؛ $x\ge y$ يعني $x-\quad \ge 0$

**مثال**

من أجل $x=\frac{2}{3}$ ، $y=\frac{5}{7}$ ؛ لدينا: $x-y=\frac{2}{3}-\frac{5}{7}=\frac{14}{21}-\frac{15}{21}=-\frac{1}{21}$

أي أنّ $x-\quad \le 0$ .

منه $\frac{5}{7}\le\frac{2}{3}$ .

**ملاحظة**

يمكن استبدال $\le$ (أو $\ge$ ) بالرمز $<$(أو $>$) في القاعدة السابقة.

- المساويات-المتباينات و العمليات

**قاعدة 1**

**$a$ ، $b$ ، $c$ أعداد نسبية.**

**إذا كان $a\le b$ ، فإنّ $a+c\le b+c$**

نقول أيضا:

العددان $a+c$ ، $b+c$ مرتبان في نفس ترتيب العددين $a$ ، $b$ .

**أمثلة**

1. إذا كان $a<-1$ ، فإنّ $a-\ -5 < -1-(-5)$ .

أي أنّ $a+5<4$ .

2. إذا كان $x+3=-1$ ، فإنّ $x+3+(-3)=-1+(-3)$ .

أي أنّ $x=-4$ .

**قاعدة 1**

$a$ ، $b$ ، $k$ أعداد نسبية.

- إذا كان $a \leq b$ و $k > 0$ ، فإنّ $ka \leq kb$ .
- إذا كان $a \leq b$ و $k < 0$ ، فإنّ $ka \geq kb$ .

نقول أيضا:

- عندما يكون $k$ موجبا تماما، فإنّ العددين $ka$ و $kb$ مرتبان في نفس ترتيب العددين $a$ ، $b$ .
- عندما يكون $k$ سالبا تماما، فإنّ العددين $ka$ و $kb$ مرتبان في عكس ترتيب العددين $a$ ، $b$ .

**أمثلة**

إذا كان $x \leq -1$ ، فإنّ $\left(-\frac{1}{3}\right) \times x \geq -\left(-\frac{1}{3}\right)$ .

## • حصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري باستعمال التدوير إلى رتبة معينة.

• تعيين مدوّر عدد إلى رتبة معينة.

مثال

عيّن مدوّر $\dfrac{245}{13}$.

الحاسبة تظهر القيمة: $18,84615385$

نحصل على:

| مدوّر $\dfrac{245}{13}$ إلى ... | |
|---|---|
| الوحدة | $19$ |
| الجزء من عشرة | $18,8$ |
| الجزء من مائة | $18,85$ |
| الجزء من ألف | $18,846$ |
| الجزء من عشرة آلاف | $18,8462$ |
| ... | ... |

• حصر عدد باستعمال التدوير إلى رتبة معيّنة

**مثال**

عيّن حصرا للعدد $x$ علما أنّ المدوّر إلى الجزء من عشرة له هو $5,8$.

حسب قاعدة تدوير عدد إلى رتبة معيّنة المطبقة أعلاه وباعتبار أنّ $5,8$ هي القيمة المدورّة للعدد $x$ إلى الجزء من عشرة، فإنّ الكتابة برقمين بعد الفاصلة للعدد $x$ تكون: $5,75$ أو $5,76$ أو ... أو $5,80$ أو $5,81$ أو ...

أو $5,84$.

منه حصر العدد $x$: $5,75 \leq x < 5,84$

**تطبيق**

مستطيل عرضه $16\ cm$ وطوله محصور بين $25\ cm$ و $30\ cm$.

أوجد حصرا لمحيطه وحصرا لمساحته.

الحلّ

نضع $x$ عرض المستطيل و $y$ طوله.

لدينا $x = 16$ ؛ $25 < y < 30$

منه $16 + 25 < x + y < 16 + 30$

أي $41 < x + \quad < 46$

منه حصر المحيط:

$$2\times 41 < 2\left(x+\quad\right) < 2\times 46$$

أي $82 < 2\left(x+y\right) < 92$

وبنفس الطريقة، نجد حصرا للمساحة:

$$400 < xy < 480$$

## • تمارين و مشكلات :

1. انقل ثمّ اربط كلّ عبارة بالعبارة المبسطة الموافقة لها.

| | |
|---|---|
| • $2x+5x+6x$ | $-5x$ • |
| • $10x-x$ | $9x$ • |
| • $3x-8x$ | $13x$ • |

2. بسّط العبارات التالية:

أ) $75x+25x$ ب) $12,5x+8,9x$ جـ) $0,2x-x$

3. بسّط العبارات التالية:

أ) $A=4x+5+7x-5x-3$ ؛ ب) $B=-a+5b+a+2$

4. بسّط العبارات التالية:

أ) $A=3x^2+x^2$

ب) $B=5x^2+3x-x^2-x$

جـ) $C=x^2-8x+x^2+2x-1$

5. بسّط العبارات التالية:

أ) $A=\left(x^2+5x-4\right)-\left(5x-x^2-6\right)$

ب) $B=3z^2-\left(2z-5\right)-3\left(z^2-2z+1\right)$

جـ) $C=x+x^2-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1+x}{6}-x^2$

6. $E=3+\left(-2x+5\right)-\left(-8+x\right)$

احسب قيمة $E$ من أجل $x=3$.

7. احسب قيمة العبارة $F$ من أجل $x=4$ ؛ $y=11$.

$$F=9-\left(-3-x\right)+\left(x-y\right)+\left(y-3\right)$$

8. رتّب الأعداد الناطقة التالية تصاعديا:

$\dfrac{3}{4}$ ؛ $-\dfrac{5}{2}$ ؛ $\dfrac{13}{8}$ ؛ $-1$ ؛ $0,25$.

9. دون استعمال الحاسبة، بيّن إن كانت المتباينتان التاليتان صحيحتين:

- $-\dfrac{35}{23}>-\dfrac{58}{15}$

- $\frac{258}{7} < \frac{1125}{13}$

10. إذا علمت أنّ $a < 12$ ، ماذا يمكن قوله بالنسبة إلى:

$a+3$ $\quad$ $a-20$ $\quad$ $3a$ $\quad$ $\frac{a}{4}$

11. نعلم أنّ $a \leq b$ ، أكمل بأحد الرمزين $\leq$ ، $\geq$ ما يلي:

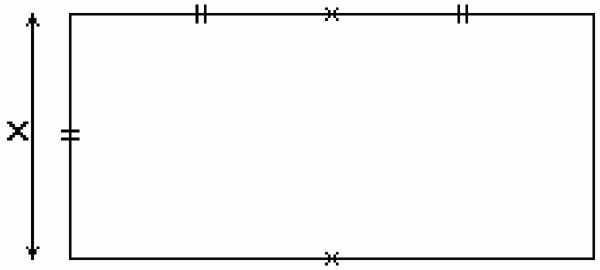
$a+3 \ldots b+3$ ؛ $b-1 \ldots a-1$ ؛ $3b \ldots 3a$

$2a+5 \ldots 2b+5$ ؛ $\frac{a}{5} \ldots \frac{b}{5}$ ؛ $-2a \ldots -2b$

12. بالاستعانة بحاسبة، عيّن المدوّر إلى الجزء من المائة لكلّ من الأعداد التالية:

$\frac{1}{6}$ ؛ $\frac{17}{19}$ ؛ $\frac{121}{58}$

13. أوجد حصرا لمحيط المستطيل،
علما أن $1,5 < x < 1,6$



## • حلول التمارين و المشكلات :

.1

• $2x+5x+6x$ • $13x$

• $10x-x$ • $9x$

• $3x-8x$ • $-5x$

.2 أ) $100x$ ب) $21,4x$ حـ) $-0,8x$

.3 أ) $A=6x+2$ ؛ ب) $B=5b+a$

.4 أ) $A=4x^2$ ب) $B=4x^2+2x$ حـ) $C=2x^2-6x+1$

.5 أ)

$$\begin{aligned} A &= \left(x^2+5x-4\right)-\left(5x-x^2-6\right) \\ &= x^2+5x-4-5x+x^2+6 \\ &= 2x^2+2 \end{aligned}$$

ب)

$$\begin{aligned} B &= 3z^2-\left(2z-5\right)-3\left(z^2-2z+1\right) \\ &= 3z^2-2z+5-3z^2+6z-3 \\ &= 4z+2 \end{aligned}$$

حـ)

$$\begin{aligned} C &= x+x^2-\frac{1}{3}-\frac{1+x}{6}-x^2 \\ &= \frac{6x+6x^2-2-1-x-6x^2}{6} \\ &= \frac{5x-3}{6} \end{aligned}$$

.6 $E=7$

.7 $F=17$

.8 $-\frac{5}{2}<-1<0,25<\frac{3}{4}<\frac{13}{8}$

.9

- $-\frac{58}{15} > -\frac{35}{23}$ ....... (خاطئة)
- $\frac{258}{7} < \frac{1125}{13}$ ....... (صحيحة)

.10 $a+3 < 15$ ؛ $a-20 < -8$
$3a < 36$ ؛ $\frac{a}{4} < 3$

.11 $a+3 \leq b+3$ ؛ $b-1 \geq a-1$ ؛ $3b \geq 3a$
$2a+5 \leq 2b+5$ ؛ $\frac{a}{5} \leq \frac{b}{5}$ ؛ $-2a \geq -2b$

.12 $0,17$ ؛ $0,89$ ؛ $2,09$

.13 ليكن $P$ محيط المستطيل.
لدينا $P = 4x$ وباعتبار $1,5 < x < 1,6$.
نحصل على $5 \times 1,5 < 5x < 5 \times 1,6$.
أي أنّ:

$$7,5 < P < 8$$

# مواضيع الإرسال الثالث

يتضمن هذا الإرسال المواضيع التالية:

- الحساب الحرفي : المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد
- المثلث القائم و الدائرة :
  - بُعد نقطة عن مستقيم ، المماس لدائرة.
  - جيب تمام زاوية حادة.
- تنظيم معطيات ( الإحصاء )
- الانسحاب.
- الهرم و مخروط الدوران

# الحساب الحرفي:
# المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول

## تصميم الدرس

- المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد
- ترييض مشكلة
- تمارين و مشكلات
- حلول التمارين و المشكلات

## • المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد:

- **تعريف**

**نعني بحلّ معادلة، إيجاد كلّ القيم العددية للمجهول $x$ التي من أجلها تكون المساواة محققة.**
**نسمّي هذه القيم العددية حلول المعادلة.**

**مثال**

حلّ المعادلة $\underbrace{8-x}=\underbrace{3x-4}$

تتشكّل المعادلة من طرف أوّل وطرف ثان.

$x=3$ حلّ المعادلة. لأنّ $8-3=3\times3-4$

- **مراجعة**

**1. حلّ المعادلة** $3x+7=5-x$

- نجمّع الحدود التي تتضمّن المجهول $x$ في الطرف الأوّل بإضافة $+x$ إلى الطرفين:

$$3x+7=5-x$$
$$3x+7+x=5-x+x$$
$$4x+7=5$$

- نجمّع الحدود التي لا تتضمّن المجهول $x$ في الطرف الثاني بإضافة $-7$ إلى الطرفين:

$$4x+7=5$$
$$4x+7+(-7)=5+(-7)$$
$$4x=-2$$

- نقسم الطرفين على $4$:

$$4x=-2$$
$$x=-\frac{2}{4}$$
$$x=-\frac{1}{2}$$

- نتحقق: $3\left(-\frac{1}{2}\right)+7=5-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{2}$

- نستخلص: $-\frac{1}{2}$ هو حلّ المعادلة.

### -2حلّ المعادلة $\frac{5}{3}x = 4$

نلاحظ أنّ الحدود التي تتضمّن المجهول $x$ موجودة في الطرف الأوّل والحدود التي لا تتضمّن المجهول $x$ موجودة في الطرف الثاني.

- نضرب طرفي المعادلة في مقلوب $\frac{5}{3}$ :

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3}x = \frac{3}{5} \times 4$$

$$x = \frac{12}{5}$$

- نتحقق: $\frac{5}{3} \times \frac{12}{5} = 4$
- نستخلص: $\frac{12}{5} = 2,4$ حلّ المعادلة.

## • ترييض مشكلة :

**نعني بترييض مشكلة، ترجمتها بمعادلة و حلّها.**

**تمرين:**

هل يوجد ثلاثة أعداد طبيعية متتابعة مجموعها يساوي:

أ) $252$ ؟ ب) $197$ ؟

- **نختار المجهول**

**نسمّي $x$ أصغر هذه الأعداد.**

**تكون الأعداد الطبيعية المتتابعة هي $x$ ؛ $x+1$ ؛ $x+2$.**

- **نترجم المشكلة بمعادلة**

**أ) إذا كان المجموع يساوي $252$ ، فإنّ:**

$$x+(x+1)+(x+2)=252$$

**ب) إذا كان المجموع يساوي $197$ ، فإنّ:**

$$x+(x+1)+(x+2)=197$$

- **نحلّ المعادلة**

| | |
|---|---|
| أ) $x+(x+1)+(x+2)=252$<br>$3x+3=252$<br>$3x=249$<br>$x=\frac{249}{3}=83$ | ب) $x+(x+1)+(x+2)=197$<br>$3x+3=197$<br>$3x=194$<br>$x=\frac{194}{3}$<br>$x$ ليس عددا طبيعيا، لأنّ $197$ لا يقبل القسمة على $3$. |

- **نترجم النتيجة**

**الأعداد المتتابعة التي مجموعها يساوي $252$ هي: $83$ ؛ $84$ ؛ $85$.**

**(تحقيق: $83+84+85=252$).**

**لا يمكن إيجاد ثلاثة أعداد متتابعة يكون مجموعها $197$.**

**طريقة**

لترييض مشكلة، نتبّع المنهجية التالية:
- نختار المجهول.
- نترجم المشكلة بمعادلة.
- نحلّ المعادلة.
- نترجم النتيجة.

## • تمارين و مشكلات :

حلّ المعادلات ذات المجهول $x$ التالية:

.1

أ) $5+x=65$ ‏ ‏ ‏ ‏ ج) $102-x=2$

ب) $x+3=15$ ‏ ‏ ‏ ‏ د) $-4=x+7$

.2

أ) $-x-5=-8$ ‏ ‏ ‏ ‏ ج) $x-0,5=7,5$

ب) $6=-3-x$ ‏ ‏ ‏ ‏ د) $1,3+x=-3$

.3

أ) $7x=12$ ‏ ‏ ‏ ‏ ج) $-250=2,5x$

ب) $0,5x=2$ ‏ ‏ ‏ ‏ د) $\frac{-x}{2}=45$

.4

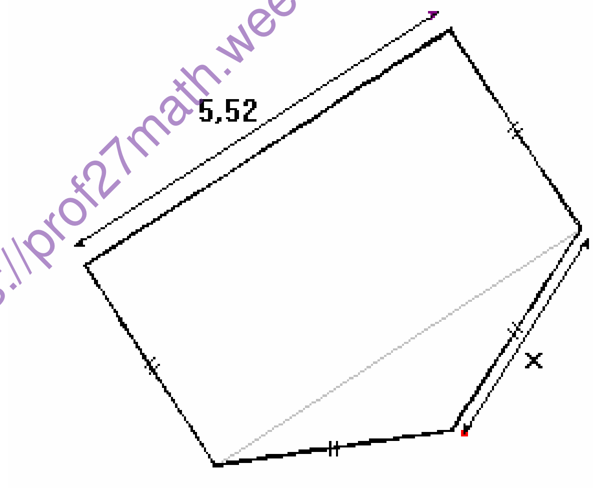
أ) $3x+1=10$ ‏ ‏ ‏ ‏ ج) $0,2x=-5-0,3x$

ب) $-6x+2=-4x$ ‏ ‏ ‏ ‏ د) $\frac{3}{x}=2$

.5 أرفق بكلّ نصّ المعادلة الموافقة له.

| | |
|---|---|
| • مساحة مستطيل تساوي $8\,cm^2$ و طوله يساوي $10\,cm$. ما هو عرضه ؟ | • $x+10=8$ |
| | • $x+8=10$ |
| • ارتفعت درجة الحرارة بـ $10°C$ عما كانت عليه في الصباح وأصبحت $8°C$. ما هي الدرجة المسجلة في الصباح ؟ | • $10x=8$ |
| | • $\frac{x}{8}=10$ |

.6




محيط الشكل المقابل يساوي $17\ cm$.

- باستعمال البيانات على الشكل،اكتب المعادلة التي تسمح بتعيين $x$.

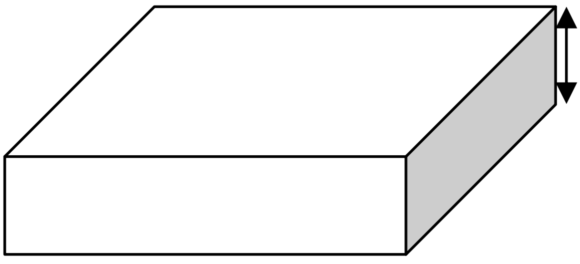
أوجد قيمة $x$.

7. هل يمكن إيجاد ثلاثة أعداد متتابعة بحيث يكون مجموعها:

أ) 252 ب) 197

.8

1. عبّر بدلالة $x$ عن الطول الكلي لأحرف العلبة التالية.




2. احسب علما أنّ الطول الكلّي للأحرف هو $4m$.

9. أكل أصدقاء في مطعم ودفعوا مبلغ $1000$ دينارا وأرجع لهم صاحب المطعم $370$ دينارا. إذا علمت أنّ حصة كلّ واحد هي $210$ دينارا، ما هو عدد الأشخاص في المجموعة ؟

10. نقطة من قطعة مستقيم $[AB]$ طولها $5\ cm$. $AMCD$ مستطيل حيث $D = 2,5\ cm$ و $BE$ مثلث متقايس الأضلاع. نضع $AM = x$.

1. ارسم الشكل باليد الحرّة.
2. احسب $x$ بحيث يكون للمستطيل والمثلث نفس المحيط.

## • حلول التمارين و المشكلات :

.1

أ) $x = 60$ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ حـ) $x = 100$

ب) $x = 12$ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ د) $x = -11$

.2

أ) $x = 3$ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ حـ) $x = 8$

ب) $x = -9$ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ د) $x = -4,3$

.3

أ) $x = \dfrac{12}{7}$ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ حـ) $x = -100$

ب) $x = 4$ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ د) $x = -90$

.4

أ) $x = 3$ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ حـ) $x = -10$

ب) $x = 1$ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ ‏ د) $x = 1,5$

.5

| | |
|---|---|
| • مساحة مستطيل تساوي $8\,cm^2$<br>وطوله يساوي $10\,cm$.<br>ما هو عرضه ؟ | • $10x = 8$ |
| • ارتفعت درجة الحرارة بـ $10°C$ عما<br>كانت عليه في الصباح وأصبحت $8°C$.<br>ما هي الدرجة المسجلة في الصباح ؟ | • $x + 10 = 8$ |

.6 لدينا: $4x + 5,52 = 17$.

منه:

$$4x + 5,52 = 17$$

$$4x = 17 - 5,52$$

$$4x = 11,48$$

$$x = \frac{11,48}{4} = 2,87$$

أي أنّ طول الضلع $x$ هو $2,87\,cm$.

7. ليكن أحد هذه الأعداد $n$ ،

منه $(n-1)+n+(n+1)=252$ أي أنّ: $3n=252$.

نلاحظ أنّ العدد $252$ يقبل القسمة على $3$ ونجد: $n=84$

وتكون الأعداد كما يلي: $83$ ؛ $84$ ؛ $85$.

بينما العدد $197$ لا يقبل القسمة على $3$ ، فلا يمكن إيجاد ثلاثة أعداد متتابعة بحيث يكون مجموعها $197$.

8. ليكن الطول الكلي للأحرف.

لدينا: $=4(x+35+42)$

من أجل $=4\,m=400\,cm$ ، نجد:

$$4(x+35+42)=400$$

$$x+35+42=100$$

$$x=23$$

أي أنّ طول الحرف $x$ ساوي $23\,cm$.

9. نفرض $n$ عدد أفراد المجموعة.

لدينا: $n\times 210+370=1000$

منه:

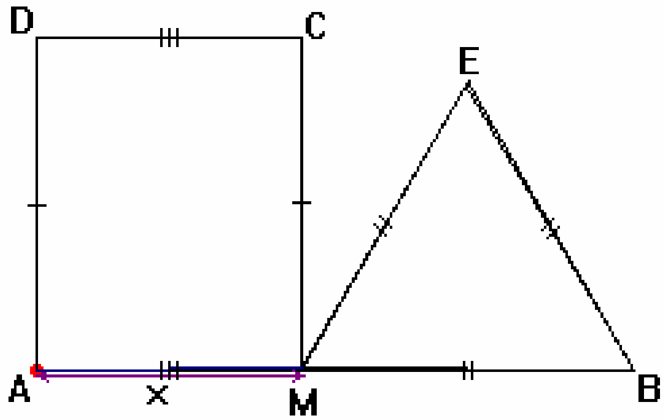
$$n\times 210+370=1000$$

$$210n=630$$

$$n=\frac{630}{210}=3$$

إذن، عدد أفراد المجموعة هو: $3$.

.10



إذا كان للشكلين نفس المحيط، فإنّ:

$$2\left(x+2,5\right.\ \ =3\ \ 5-x$$

منه:

$$2\left(x+2,5\right)=3\left(5-x\right)$$

$$2x+5=15-3x$$

$$5x=10$$

$$x=2$$

حتي يكون للشكلين نفس المحيط، ينبغي أن نختار $M=2\,cm$ .

# المثلث القائم والدائرة:

-بعد نقطة عن مستقيم، المماس لدائرة

-جيب تمام زاوية حادة.

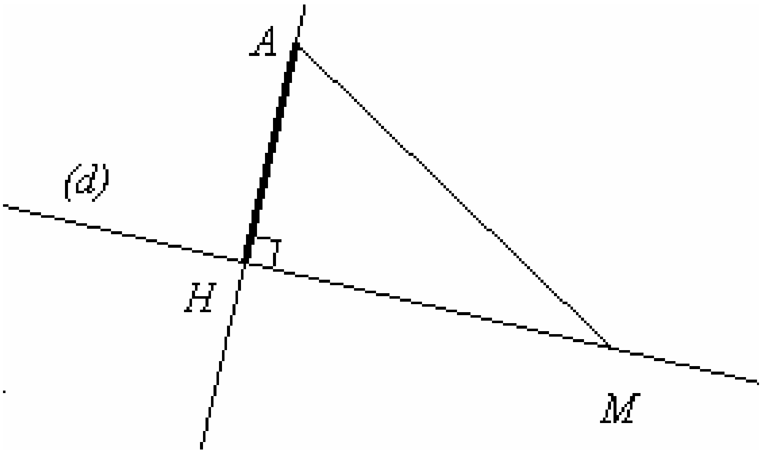
## تصميم الدرس

- بعد نقطة عن مستقيم
- المماس لدائرة
- الوضعيات النسبية لمستقيم ودائرة
- جيب تمام زاوية حادة
- تمارين و مشكلات
- حلول التمارين و المشكلات

## • بعد نقطة عن مستقيم :

**تعريف:**

**نسمي بعد نقطة A عن مستقيم (d) أقصر مسافة بين النقطة $A$ والمستقيم $(d)$.**
**تقاس هذه المسافة على المستقيم العمودي $(d)$ والذي يشمل $A$ .**




المعطيات: المستقيم الذي يشمل $A$ و يعامد $(d)$ يقطع $(d)$ في $H$ .

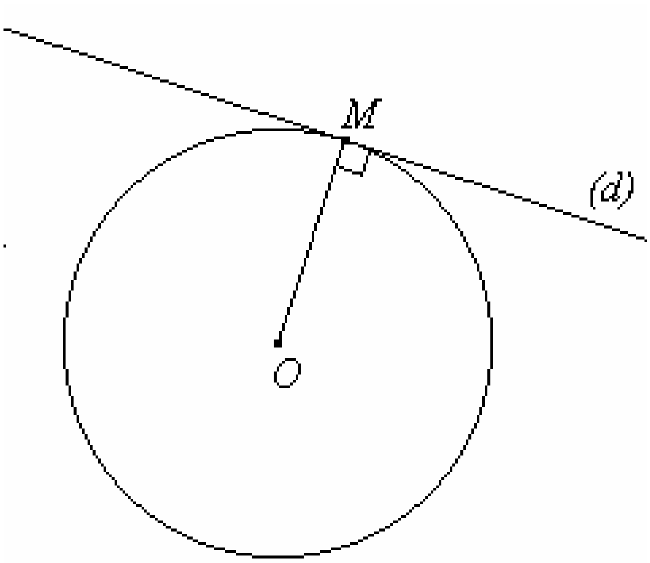
الخلاصة: المسافة $H$ هي بعد النقطة عن المستقيم $(d)$ .

استنتاج:
- من أجل كلّ نقطة M من المستقيم $(d)$ ، فإنّ $H \quad M \geq$ .

## • المماس لدائرة :

**تعريف:**

**المماس لدائرة في نقطة من دائرة مركزها $O$ هو المستقيم الذي يشمل والذي يعامد نصف القطر $[OM]$.**




المعطيات: M نقطة من دائرة مركزها $O$. $(d)$ عمودي على $[OM]$ في M.

الخلاصة: $(d)$ مماس للدائرة في .

**خاصية:**

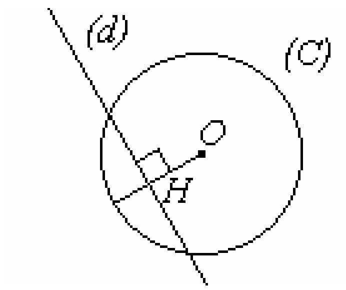
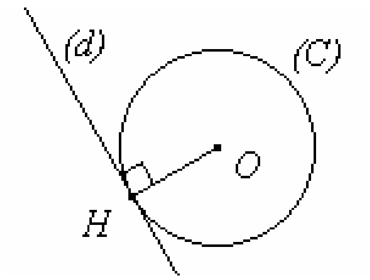
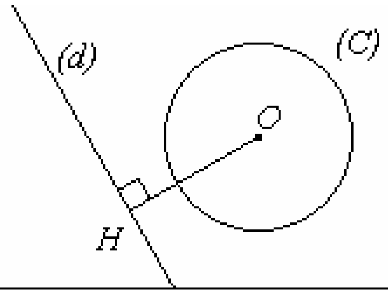
**إذا كان مستقيم $(d)$ مماسا لدائرة $(C)$ في نقطة ، فإن هذه النقطة هي النقطة الوحيدة المشتركة بين الدائرة $(C)$ والمماس $(d)$.**

**ملاحظة:** النقطة تسمى نقطة التماس.

- **إنشاء مماس لدائرة:**

طريقة: لإنشاء المماس في لدائرة مركزها $O$ ، ننشئ المستقيم الذي يشمل والذي يعامد $(OM)$.

## • الوضعيات النسبية لمستقيم ودائرة :

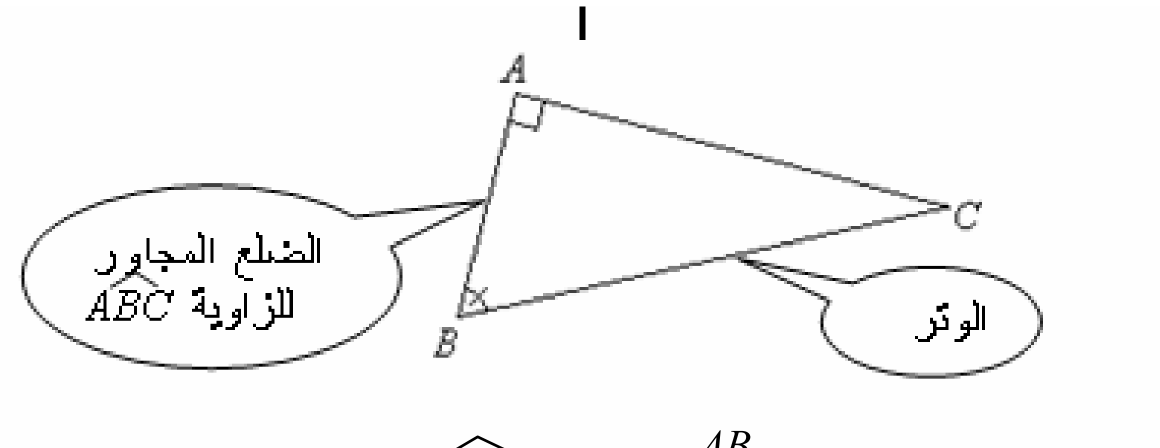
| | | |
|---|---|---|
| $(d)$ قاطع للدائرة $(C)$ التي مركزها $O$ ونصف قطرها $r$. يعني:<br>• الدائرة والمستفيم لهما نقطتان مشتركتان.<br>• $OH < r$.<br> | $(d)$ مماس للدئرة $(C)$ التي مركزها $O$ ونصف قطرها $r$. عني:<br>• الدائرة والمستفيم لهما نقطة مشتركة وحيدة.<br>• $OH = r$.<br> | $(d)$ خارج للدائرة $(C)$ التي مركزها $O$ ونصف قطرها $r$.<br>يعني:<br>• الدائرة والمستفيم ليس لهما نقط مشتركة.<br>• $OH > r$.<br> |

ملاحظة: المسافة $OH$ هي بعد المركز $O$ عن المستقيم $(d)$.

## • جيب تمام زاوية حادة :

**تعريف:**

**جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم هو حاصل قسمة الضلع المجاور لهذه الزاوية على وتر المثلث.**




ABC مثلث قائم في . لدينا $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$

الرمز cos يقرأ " جيب تمام" أو "تجب".

**ملاحظة:**

بما أنّ الوتر هو أكبر ضلع في المثلث القائم، فإنّ جيب تمام زاوية حادة هو عدد محصور بين 0 و 1.

تعيين جيب تمام أو زاوية باستعمال الحاسبة

- اللمسة $\boxed{\cos}$ تسمح بتعيين قيمة جيب تمام زاوية.

مثال: عيّن $\cos 35°$.

- المرحلة الأولى: نختار الوضعية « degrés » للآلة.
- المرحلة الثانية: نضغط على 35 $\boxed{\cos}$ (أوعلى $\boxed{\cos}$ 35 حسب الآلة).

يظهر على شاشة الحاسبة العدد $0,819152044$ .

إذن: $\cos 35° \approx 0,82$ (النتيجة مدوّرة إلى $0,01$).

- اللمسة $\boxed{\cos^{-1}}$ تسمح بتعيين قيمة الزاوية.

مثال: نعلم أن $\cos \widehat{DEF} = 0,3$. عين الزاوية $\widehat{DEF}$.

- المرحلة الأولى: نختار الوضعية « degrés » للآلة.
- المرحلة الثانية:نضغط على 0,3 $\boxed{\cos^{-1}}$ (أوعلى $\boxed{\cos^{-1}}$ $0,3$ حسب الآلة).

يظهر على شاشة الحاسبة العدد $72,54239688$ .

إذن: $\widehat{DEF} \approx 73°$ (النتيجة مدورة إلى الوحدة أي إلى الدرجة).

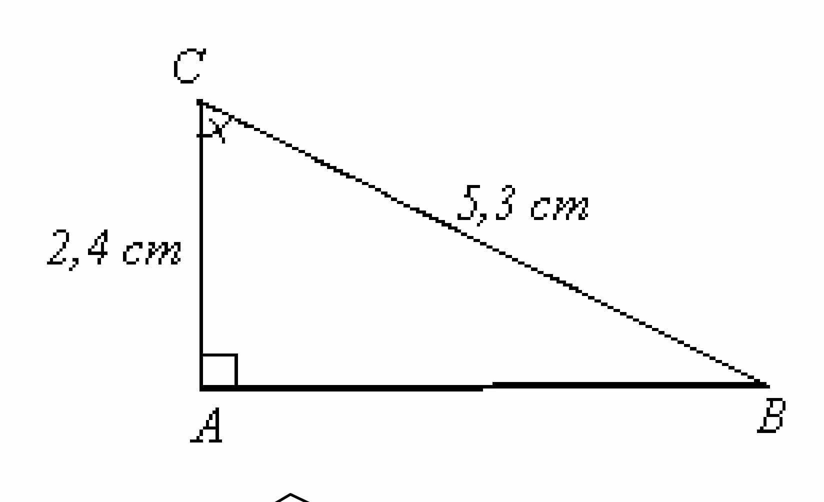
ملاحظة: بصفة عامة، العدد الذي يظهر على شاشة الآلة هو القيمة المقربة لجيب تمام أو لزاوية.

تعيين زاوية حادة في مثلث قائم

مثال: ABC مثلث قائم في $A$ حيث $AC = 2,4\,cm$ و $BC = 5,3\,cm$ .

عيّن المدور إلى الدرجة للزاوية $\widehat{ACB}$ .

الحلّ:




بما أنّ الثلث ABC قائم في $A$ ، فإنّ $\cos\widehat{ACB} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{2,4}{5,3}$ .

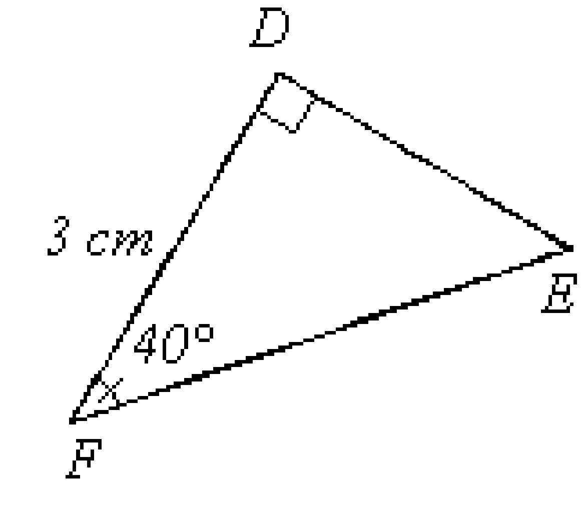
باستعمال اللمسة $\boxed{\cos^{-1}}$ للحاسبة يظهر العدد $63,07458857$ .

إذن: $\widehat{ACB} \approx 63°$.

حساب طول في مثلث قائم باستعمال جيب تمام زاوية

مثال: $DEF$ مثلث قائم في $D$ حيث $DF = 3\ cm$ و $\widehat{DFE} = 40°$ .

أحسب المدور إلى الميليمتر للطول $FE$ .



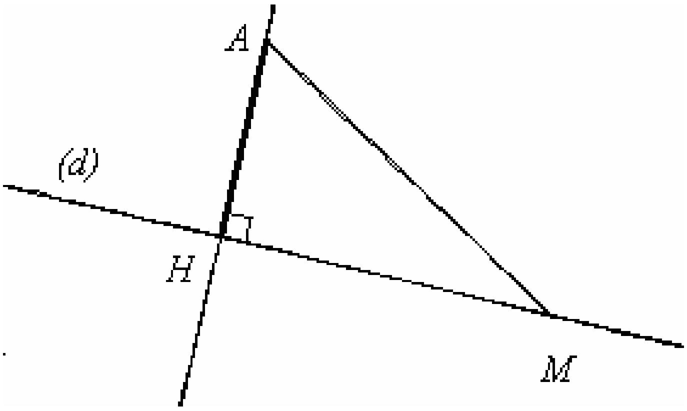
بما أنّ المثلث $DEF$ قائم في $D$ ، فإنّ $\cos \widehat{DFE} = \dfrac{DF}{FE}$

أي $FE = \dfrac{DF}{\cos D\hat{F}E} = \dfrac{3}{\cos 40°}$ .

منه $FE \approx 3,9\,cm$

## • تمارين و مشكلات :

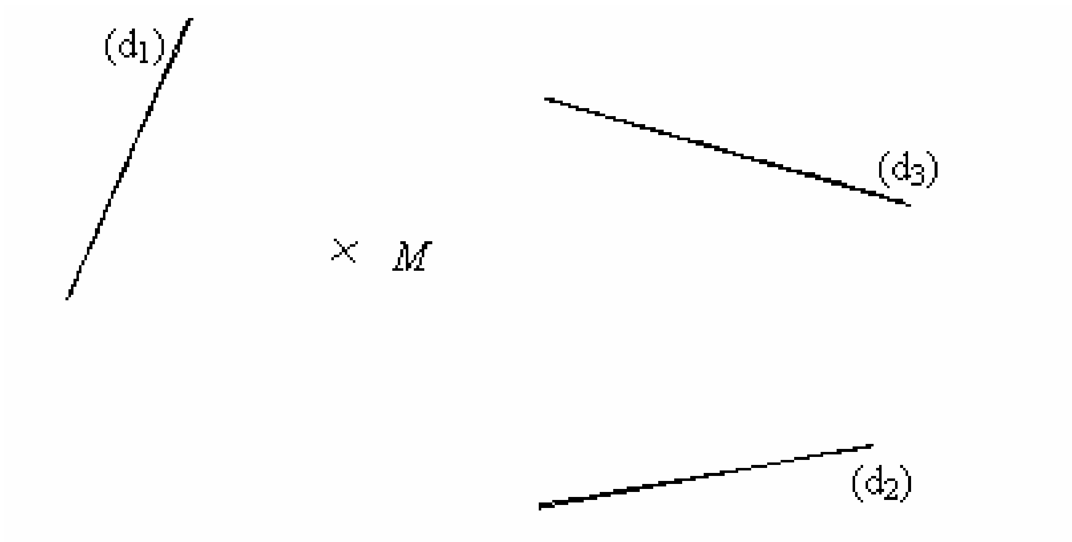
1. إليك الشّكل التالي:




أتمم الجملة التالية:

$H$ هو بُعد النقطة ... عن المستقيم ... .

**2.** أنقل الشّكل التالي ثم عيّن، بالتقريب إلى الميليمتر، بعد النقطة عن كلّ من المستقيمات $(d_1)$، $(d_2)$، $(d_3)$.



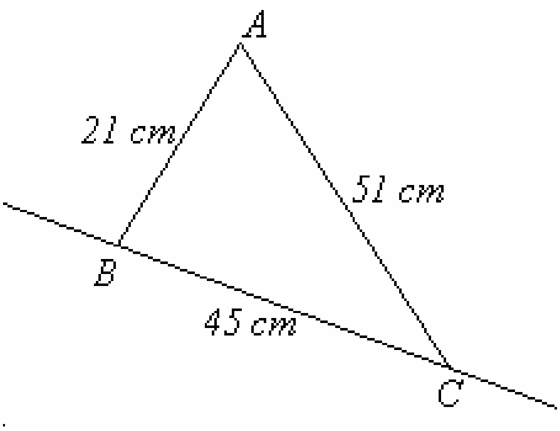

3. 1) - أرسم دائرة مركزها $O$ ونصف قطرها $2,5\,cm$.
- أرسم قطرا $[\ \ N]$.
- أرسم المماس $(d)$ للدائرة في ثم المماس $(d')$ للدائرة في $N$.

2) بيّن أنّ المستقيمين $(d)$ و $(d')$ متوازيان.

4. 1) أرسم قطعة مستقيم $[AB]$ طولها $5\,cm$ ثمّ أرسم محورها $(d)$.

2 ) – أنشئ الدائرة التي مركزها $B$ والتي تمسّ المستقيم $(d)$.
- ما هو طول نصف قطر هذه الدائرة ؟
- ما هو بعد النقطة عن المستقيم $(d)$ ؟

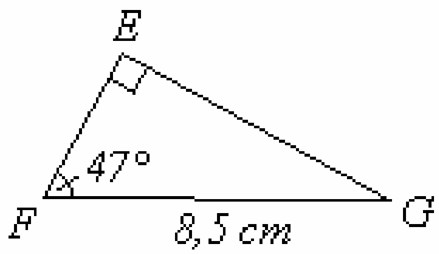
5. لاحظ الشّكل الآتي:

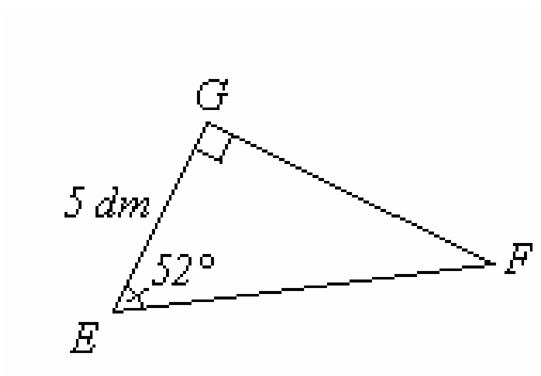



هل بعد النقطة $A$ عن المستقيم $(BC)$ يساوي $21cm$ ؟ علّل.

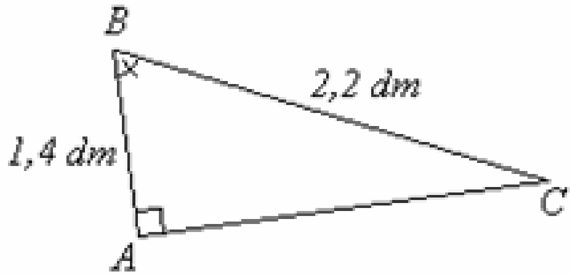
6. باستعمال الحاسبة:
1) أعط حصر العدد $\cos\alpha$ بالتقريب إلى $0,01$ في الحالات التالية : $\alpha = 10°$ ؛ $\alpha = 28°$ ؛ $\alpha = 75°$.
2) أعط المُدور إلى $0,01$ للعدد $\cos\alpha$ في الحالات التالية :
$\alpha = 16°$ ؛ $\alpha = 45°$ ؛ $\alpha = 83°$.

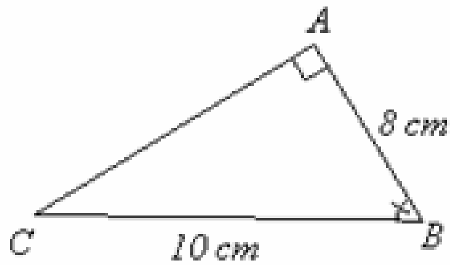
7. أحسب الطول $EF$ بالتقريب إلى الميليمتر في الحالتين التاليتين:



8. أحسب المُدور إلى $0,1°$ للزاوية $\hat{B}$ في الحالتين التاليتين:

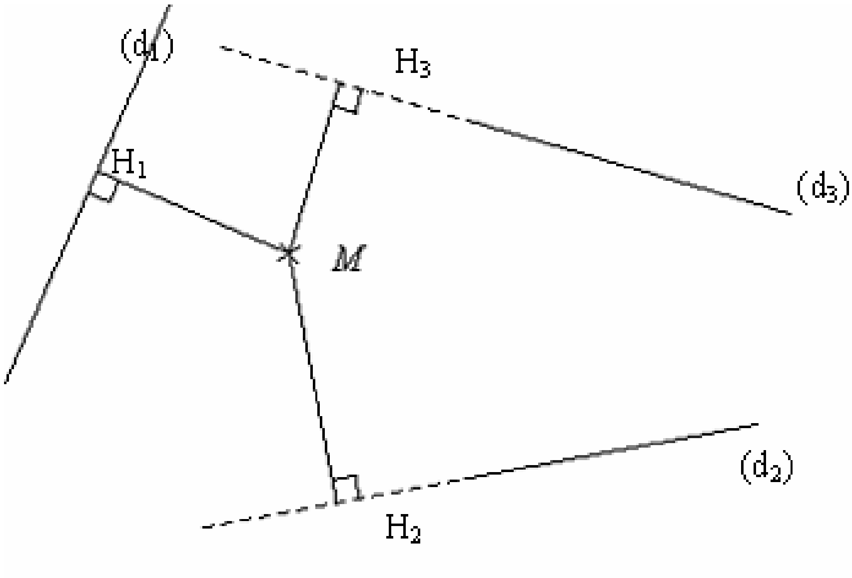


## • حلول التمارين و المشكلات :

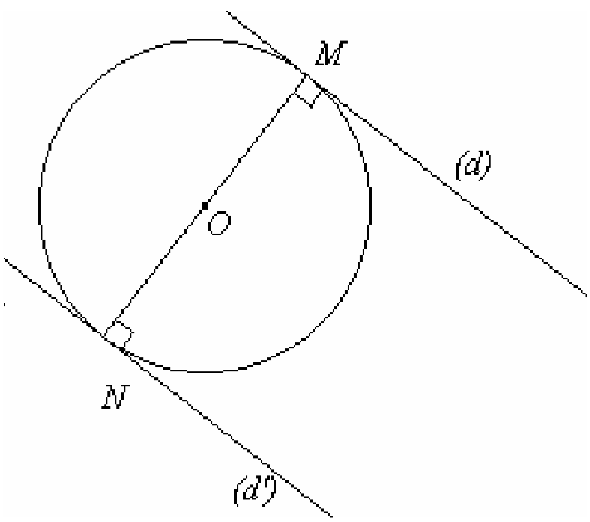
1. $H$ هو بعد النقطة عن المستقيم $(\quad H)$.

2.




- بعد النقطة عن المستقيم $(d_1)$ هو الطول $H_1$ ،
إذن $H_1 \approx 2,3\,cm$ .
- بعد النقطة عن المستقيم $(d_2)$ هو الطول $H_2$ ،
إذن $H_2 \approx 2,9\,cm$ .
- بعد النقطة عن المستقيم $(d_3)$ هو الطول $H_3$ ،
إذن $H_3 \approx 2\,cm$ .

3. 1)



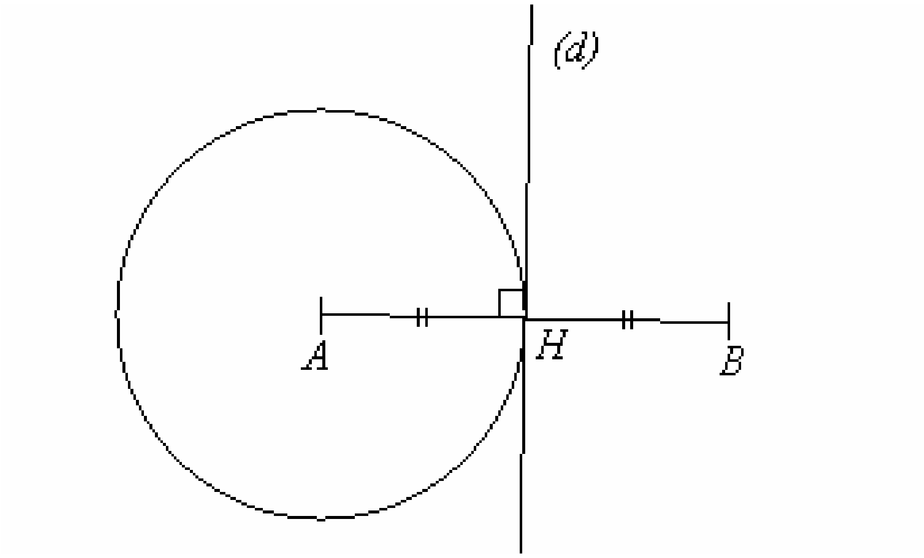

2) بما أنّ $[\quad N]$ قطر للدائرة،فإنّ النقط ، $O$ ، $N$ على استقامة واحدة.

بما أنّ $(d)$ مماس للدائرة في ، فإنّ $(d)$ يعامد $[OM]$ في أي $(d)$ يعامد $(N)$ في .

بنفس الطريقة نبيّن أنّ $(d')$ يعامد $(N)$ في $N$.

$(d)$ و $(d')$ يعامدان نفس المستقيم $(N)$. إذن $(d)$ و $(d')$ متوازيان.

.4




- طول نصف قطر الدائرة هو $AH$ أي $2cm$.
- بعد النقطة عن المستقيم $(d)$ $HB$ أي $2cm$.

.5 للإجابة عن السؤال، نتحقق إن كان المستقيم $(B)$ عموديا على $(BC)$ أي نتحقق إن كان المثلث $ABC$ قائما في $B$.

$AC^2 = 51^2 = 2601$.

$AB^2 + BC^2 = 24^2 + 45^2 = 575 + 2025 = 2601$

نلاحظ أنّ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

حسب عكس نظرية فيثاغورس، فإنّ الثلث $ABC$ قائم في $B$.

نستنتج أن بعد النقطة $A$ عن المستقيم $(BC)$ يساوي $21cm$.

.6 (1 $0,99 > \cos 10° > 0,98$ ؛ $0,89 > \cos 28° > 0,88$ ؛ $0,26 > \cos 75° > 0,25$.

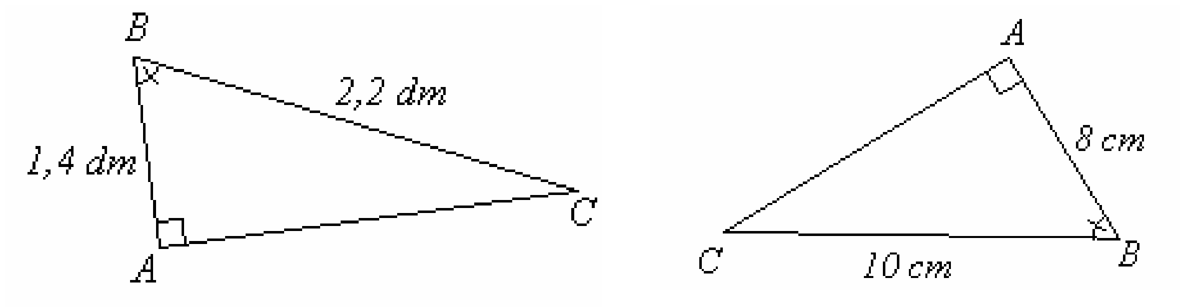
(2 $\cos 16° \approx 0,96$ ؛ $\cos 45° \approx 0,71$ ؛ $\cos 83° \approx 0,12$

.7

- في الحالة الأولى، المثلث $EFG$ قائم في $E$. إذن $\cos EFG = \dfrac{EF}{EG}$ ومنه
$EF = \cos EFG \times EG = \cos 47° \times 8,5$ أي $EF \approx 5,8\,cm$.

- في الحالة الثانية، المثلث $EFG$ قائم في $G$. إذن $\cos GEF = \dfrac{GE}{EF}$ ومنه
$EF = \dfrac{GE}{\cos GEF} = \dfrac{5}{\cos 52°}$ أي $EF \approx 8,1\,dm$.

8. المدور إلى $0,1°$ للزاوية $\hat{B}$ في الحالتين التاليتين:




- في الحالة الأولى، لدينا المثلث $ABC$ قائم في $A$.
إذن $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{8}{10} = 0,8$ وباستعمال الآلة الحاسبة، نجد:
$EF = \cos EFG \times EG = \cos 47° \times 8,5$ أي $EF \approx 5,8\,cm$.

- في الحالة الثانية، المثلث $EFG$ قائم في $G$. إذن $\cos GEF = \dfrac{GE}{EF}$ ومنه
$EF = \dfrac{GE}{\cos GEF} = \dfrac{5}{\cos 52°}$ أي $EF \approx 8,1\,dm$.

# تنظيم معطيات (الإحصاء)

## تصميم الدرس

- تجميع معطيات إحصائية في فئات
- حساب تكرارات و تواترات
- تمثيل سلسلة إحصائية
- حساب الوسط المتوازن لسلسلة إحصائية
- استعمال مجدول لاستغلال معطيات إحصائية.
- تمارين و مشكلات
- حلول التمارين و المشكلات

## • تجميع معطيات إحصائية في فئات:

**طريقة**

**لتقديم بعض المعطيات وتسهيل قراءتها وتفسيرها، يستحسن أحيانا تجميعها في مجالات تُسمّى فئات.**

**مثال:** إليك العلامات التي تحصّل عليها تلاميذ قسم للسنة الثالثة في فرض الرياضيات:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7,5 | 7,5 | 5 | 5 | 5 | 4,5 | 4,5 | 3 | 1 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 10 | 10 | 9 | 9 | 9 | 8 |
| 16,5 | 16,5 | 16 | 16 | 16 | 14,5 | 14 | 14 | 14 | 12,5 |
| | | | | | | | | 18 | 17 |

- يمكن تقديم المعطيات السابقة في شكل توزيع لتلاميذ القسم حسب العلامة المحصل عليها في الفرض:

| العلامة | 1 | 3 | 4,5 | 5 | 7,5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12,5 | 14 | 14,5 | 16 | 16,5 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 |

- يمكن أيضا تقديم هذه المعطيات في شكل توزيع لفئات العلامات:

| الفئة | $0 \le n < 5$ | $5 \le n < 10$ | $10 \le n < 15$ | $15 \le n \le 20$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 4 | 10 | 11 | 7 | 32 |

للحصول على الفئة $0 \le n < 5$ مثلا، نعتبر العلامات: 1 ؛ 3 ؛ 4,5 ؛4,5.

**ملاحظة**

في الحالة السابقة، طول كلّ فئة هو 5. نقول أنّ الفئات متساوية الطول.

## • حساب تكرارات و تواترات :

**تعريف:**

**نسمّي تكرار قيمة في سلسلة إحصائية عدد مرّات ظهور تلك القيمة في المعطيات.**
**نسمّي تواتر قيمة في سلسلة إحصائية حاصل قسمة تكرار هذه القيمة على التكرار الكلّي.**
**التكرار الكلّي هو العدد الكلّي للمعطيات.**
**التواتر هو عدد أصغر من أو يساوي 1، غالبا ما نعبّر عنه بنسبة مئوية.**

**مثال**

نتائج سبر آراء خصّ 1240 شخصا:
496 " موافق " 434 " ضد " 310 " بدون رأي ".

| الرأي | موافق | ضد | بدون رأي | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| التكرار | 496 | 434 | 310 | 1240 |
| التواتر | 40 | 35 | 25 | 100 |

434 " [illegible] 1240.

[illegible] $\frac{434}{1240}$ [illegible] $0,35$ [illegible] $35\%$ .

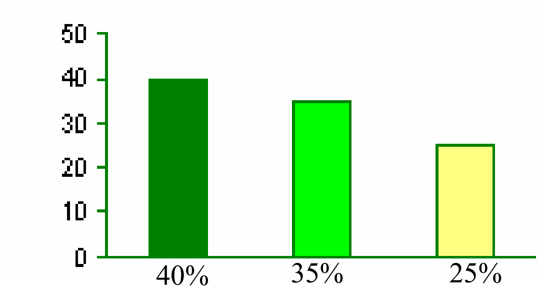
## • تمثيل سلسلة إحصائية :

**مثال 1**

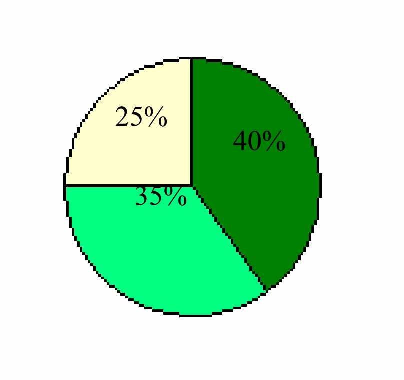
نمثّل المعطيات الواردة في مثال الفقرة السابقة باحترام القواعد التالية:

- في المخطط بالأعمدة ، تكون ارتفاعات " الأعمدة " متناسبة مع التكرارات.
- في المخطط الدائري (أو نصف الداخلي)، تكون أقياس الزوايا متناسبة مع التكرارات.

| الرأي | موافق | ضد | بدون رأي | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| التكرار (%) | 40 | 35 | 25 | 100 |
| الارتفاع (cm) | 2 | 1,75 | 1,25 | 5 |




| الرأي | موافق | ضد | بدون رأي | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| التكرار (%) | 40 | 35 | 25 | 100 |
| الزاوية ( ° ) | 144 | 126 | 90 | 360 |
| | 72 | 63 | 45 | 180 |




**مثال 2**

عند فحص طبيّ خصّ تلميذا ، سُجل العدد $p$ للنبضات القلبية في الدقيقة الواحدة وكانت النتائج التالية:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 86 | 61 | 50 | 64 | 77 | 78 | 81 | 75 | 90 | 68 |
| 61 | 73 | 89 | 75 | 77 | 67 | 79 | 69 | 97 | 70 |

1°) نظّم المعطيات السابقة في فئات أطوالها 10، ثمّ احسب تكرار كلّ فئة.
2°) مثّل السلسلة الناتجة بمخطط بالأشرطة.

طريقة ـــــــــــــــــ

1°) نقدّم السلسلة في جدول كما يلي:

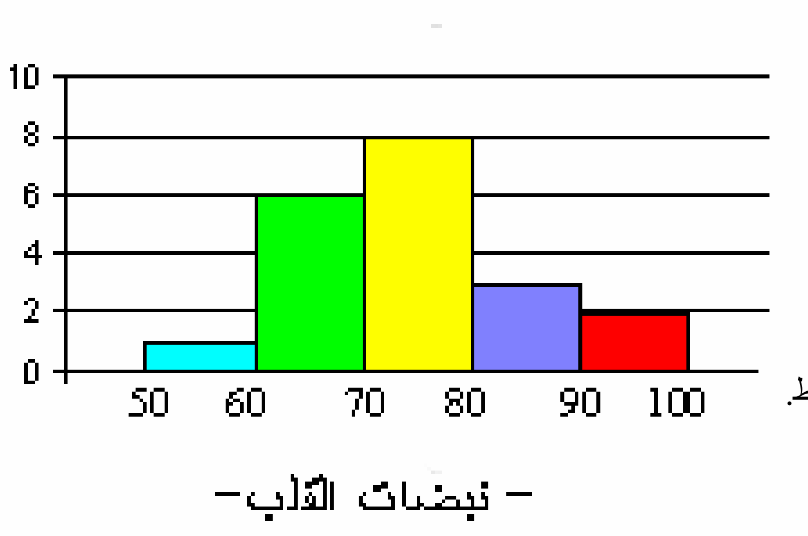
| الفئات | $50 \leq p < 60$ | $60 \leq p < 70$ | $70 \leq p < 80$ | $80 \leq p < 90$ | $90 \leq p < 100$ |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 1 | 6 | 8 | 3 | 2 |

نتحقق من أنّ مجموع التكرارات يساوي التكرار الكلّي 20.

2°)

- نرسم محورين للاحداثيات،
نعلّم على محور الفواصل القيم الحدية للفئات
وعلى محور التراتيب قيم التكرارات.

- نرسم مستطيلات عرض كلّ منها يساوي الطول المشترك للفئات
وارتفاعاتها تساوي تكرارات الفئات.




- نُعنون المخطط.

## • حساب الوسط المتوازن لسلسلة إحصائية:

**تعريف**

**نسمّي وسط سلسلة إحصائية حاصل قسمة مجموع القيم على التكرار الكلّي.**

**أمثلة**

1. نعتبر العلامات المحصّل عليها من طرف 25 تلميذا للسنة الثالثة في فرض لمادة الرياضيات:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 9 | 16 | 12 | 8 | 9 | 7 | 12 | 9 | 12 |
| 10 | 11 | 12 | 7 | 9 | 7 | 12 | 8 | 8 | 16 |
| 10 | 12 | 8 | 12 | 8 | | | | | |

لدينا:

| العلامة | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 16 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 6 | 4 | 2 | 1 | 7 | 2 | 25 |
| الجداء | 21 | 48 | 36 | 20 | 11 | 84 | 32 | 252 |

وسط العلامات: $\frac{252}{25} = 10,08$

نقول أيضا أنّ $10,08$ هو وسط القيم 7؛ 8؛ 9 ؛ 10؛ ... المتوازن بالتكرارات الموافقة 3؛ 6 ؛ 4 ؛ 2؛ ...

**ملاحظة**

إنّ إرفاق 3 بالقيمة (العلامة) 7 يعني اعتبار هذه القيمة ثلاث مرّات في حساب الوسط.

2. نجمّع السلسلة في فئات كما يلي:

| الفئة | $7 \leq n < 10$ | $10 \leq n < 13$ | $13 \leq n < 16$ | $16 \leq n < 19$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 13 | 10 | 0 | 2 | 25 |
| مركز الفئة | 8,5 | 11,5 | 14,5 | 17,5 | – |
| الجداء | 110,5 | 115 | 0 | 35 | 260,5 |

وسط السلسلة: $\frac{260,5}{25} = 10,42$

**ملاحظة**

النتيجتان السابقتان متقاربتان، لكنهما غير متساويتين.
قيمة الوسط الأوّل مضبوطة والثانية تقريبية.

## • استعمال مجدول لاستغلال معطيات إحصائية:

**تمرين:**
الجدول التالي يبيّن توزيع عائلات مجتمع معيّن حسب عدد الأطفال

1. احجز المعطيات الواردة في الجدول في ورقة حساب لمجدول اكسال.

| عدد الأطفال | عدد العائلات (بالآلاف) |
|---|---|
| 0 | 3 000 |
| 1 | 3 300 |
| 2 | 58 000 |
| 3 | 3 200 |
| 4 | 1 000 |
| 5 أو أكثر | 4 400 |

2. أظهر التواترات (في شكل نسب مئوية).
3. احسب وسط هذه السلسلة الإحصائية.
4. مثّل السلسلة الإحصائية بطريقتين مختلفتين.

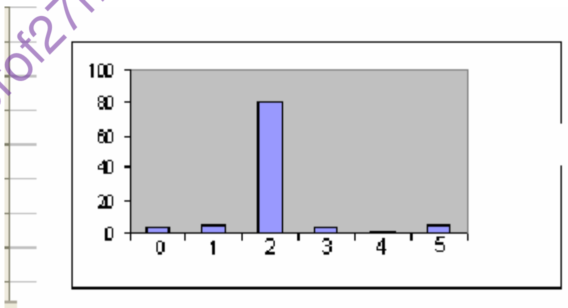
الحلّ:

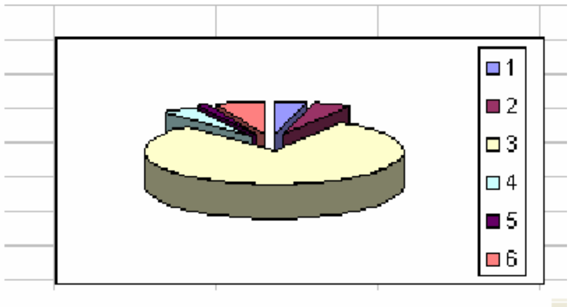
- بعد حجز المعطيات على ورقة حساب، نظهر التواترات على شكل نسب مئوية وذلك بإدخال الدستور =B2/B9*100 في الخلية C2 ثمّ السحب نحو نحو الأسفل بعد اختيار هذه الخلية. نتحصّل على التواترات مدورة إلى $0,01$. لحساب وسط السلسلة الإحصائية، نطبّق القاعدة:

$$\overline{X} = \frac{154900}{72900} \; ; \; 2,12$$

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | عدد الأطفال | عدد العائلات | التواترات (%) | الجداءات | |
| 2 | 0 | 3 000 | 4,12 | 0 | |
| 3 | 1 | 3 300 | 4,53 | 3300 | =B2/B9*100 |
| 4 | 2 | 58 000 | 79,56 | 116000 | |
| 5 | 3 | 3 200 | 4,39 | 9600 | |
| 6 | 4 | 1 000 | 1,37 | 4000 | |
| 7 | 5 | 4 400 | 6,04 | 22000 | |
| 8 | | | | | |
| 9 | المجموع | 72 900 | 100 | 154900 | |
| 10 | | | | | =D9/B9 |
| 11 | | | الوسط | 2,12 | |
| 12 | | | | | |

- لتمثيل هذه المعطيات، نستعمل المساعد البياني للمجدول  .



## • تمارين و مشكلات :

1. احسب:

$50\%$ من $458$ ؛ $75\%$ من $2400$

$500\%$ من $25$ ؛ $5\%$ من $2000$

2. قارن ما يلي:

$10\%$ من $1500$ و $20\%$ من 2800.

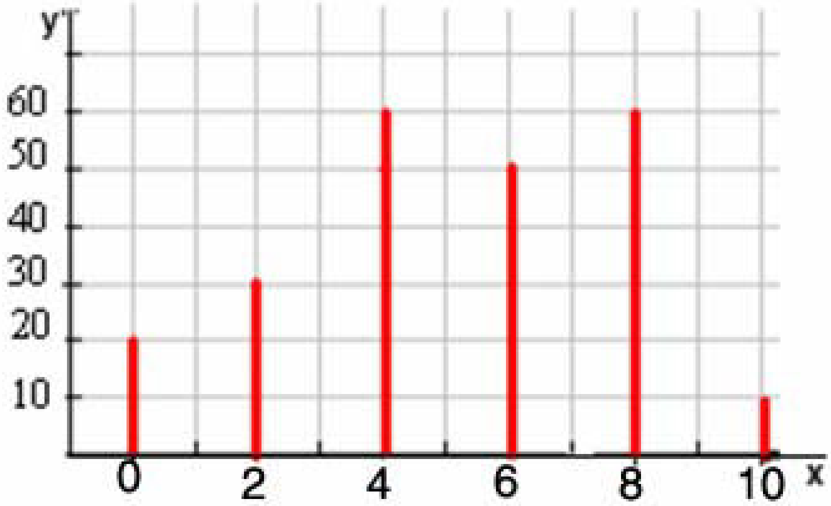
3. احسب التواترات على شكل نسب مئوية.

| القيمة | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ |
|---|---|---|---|---|
| التكرار | 2 | 6 | 2 | 5 |
| التواتر (%) | | | | |

4. أكمل الجدول.

| القيمة | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | | | | | | 650 |
| التواتر (%) | 16 | 12 | 24 | 26 | 22 | 100 |

5.




انطلاقا من المخطط بالأعمدة أعلاه، أكمل الجدول التالي:

| القيمة | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | | | | | | |
| التواتر (%) | | | | | | |

6. في منافسة رياضية مدرسية، سجلت النتائج التالية:

| المدة $(s)$ | $t<9$ | $9\leq t<10$ | $10\leq t<11$ | $11\leq t$ |
|---|---|---|---|---|
| التكرار | 13 | 38 | 25 | 8 |

ماذا تعني العمليات التالية:

- $T = 13+38+25+8$
- $_1 = \dfrac{13}{T}\times 100$

7. إليك السرعات المسجلة داخل مدينة:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 36 | 54 | 57 | 52 | 44 | 46 | 49 | 50 | 56 | 45 |
| 44 | 70 | 65 | 40 | 38 | 60 | 47 | 46 | 50 | 51 |
| | | | | | | | | 55 | 49 |

أكمل الجدول:

| السرعة | من $31$ إلى $40$ | من $41$ إلى $50$ | ... |
|---|---|---|---|
| التكرار | | | |
| التواتر (%) | | | |

8. احسب وسط السلسلة الإحصائية التالية:

| القيمة | 3 | 2 | 1 | 5 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 14 | 11 | 7 | 8 | 10 |

9. نفس السؤال.

| الفئة | $[0;5[$ | $[5;10[$ | $[10;15[$ | $[15;20[$ |
|---|---|---|---|---|
| التكرار | 7 | 9 | 12 | 4 |

10. اختبرت مؤسسة المصابيح الكهربائية بدراسة مدة صلاحيتها (بالساعات) على عيّنة 2000 مصباحا، وكانت النتائج كما يلي:

| المدة | عدد المصابيح |
|---|---|
| $300\leq d<500$ | 270 |
| $500\leq d<700$ | 640 |
| $700\leq d<900$ | 750 |
| $900\leq d<1100$ | 340 |

1. مثّل الجدول بمدرّج تكراري.

(نختار: $1cm$ لكلّ $100\,h$ و $1cm$ لكلّ $100$ مصابيح).

2. احسب بالساعات القيمة الوسط لمدة صلاحية المصابيح.

## • حلول التمارين و المشكلات :

.1

| | |
|---|---|
| $50\%$ من $458$ | 229 |
| $75\%$ من $2\,400$ | 1800 |
| $500\%$ من $25$ | 125 |
| $5\%$ من $2\,000$ | 100 |

2. لدينا: $10\%$ من $1500$ هو $150$ و $20\%$ من 2800 هو $560$.
منه $10\%$ من $1500$ أصغر من $20\%$ من 2800.

.3

| القيمة | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 2 | 6 | 2 | 5 | 15 |
| التواتر (%) | $13,33$ | $40$ | $13,33$ | $33,33$ | 100 |

.4

| القيمة | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 104 | 78 | 156 | 169 | 143 | 650 |
| التواتر (%) | 16 | 12 | 24 | 26 | 22 | 100 |

.5

| القيمة | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 20 | 30 | 60 | 50 | 60 | 10 | 230 |
| التواتر (%) | 8,7 | 13,04 | 26,09 | 21,74 | 26,09 | 4,35 | 100 |

ملاحظة: أعطيت النتائج مدورة إلى $0,01$.

.6

- $T = 13 + 38 + 25 + 8$ تعني مجموع التكرارات.
- $_{1} = \frac{13}{T} \times 100$ تعني تواتر القيمة $t < 9$.

.7

| السرعة | $[31;40]$ | $[41;50]$ | $[51;60]$ | $[61;70]$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 10 | 7 | 2 | 22 |
| التواتر (%) | $13,64$ | $45,46$ | $31,82$ | $9,1$ | $100$ |

ملاحظة: أعطيت النتائج مدورة إلى $0,01$.

.8

| القيمة | 3 | 2 | 1 | 5 | 4 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 14 | 11 | 7 | 8 | 10 | 50 |
| الجداءات | 42 | 22 | 7 | 40 | 40 | 151 |

$$\overline{X}=\frac{151}{50}=3,02$$

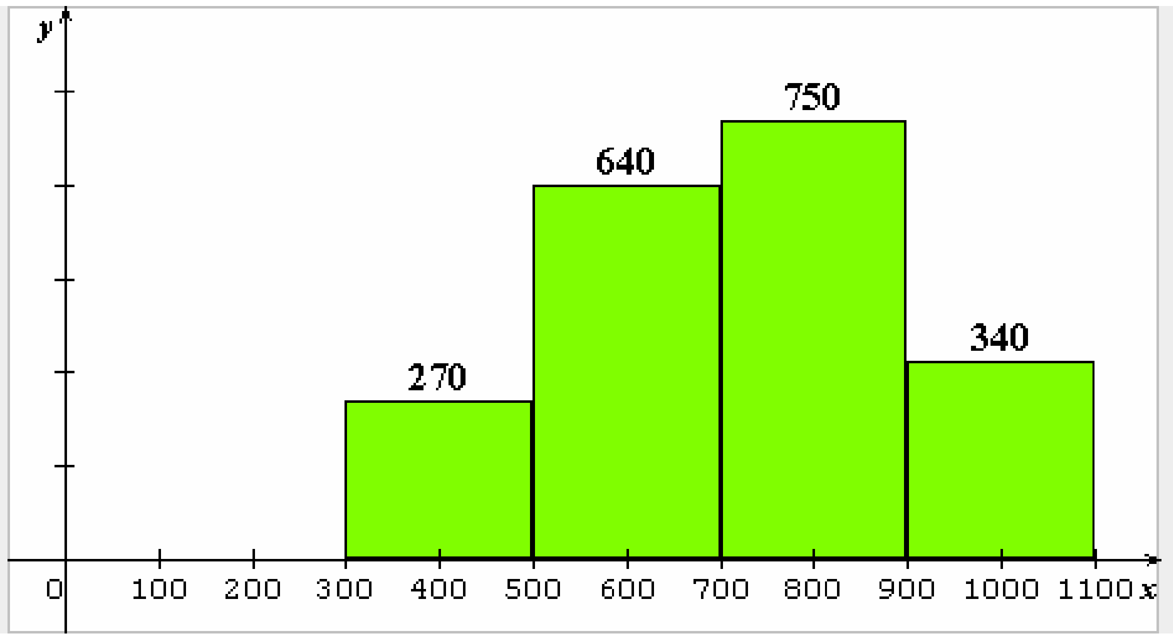
.9

| الفئة | $[0;5[$ | $[5;10[$ | $[10;15[$ | $[15;20[$ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 7 | 9 | 12 | 4 | 32 |
| مركز الفئة | $2,5$ | $7,5$ | $12,5$ | $17,5$ | |
| الجداءات | $17,5$ | $67,5$ | $150$ | $70$ | 305 |

$$\overline{X}=\frac{305}{32}=9,531$$

.10

1. نمثل السلسلة بمدرّج تكراري كما يلي:



2. نحسب وسط السلسلة:

| المدة | عدد المصابيح | مراكز الفئات | الجداءات |
|---|---|---|---|
| $300 \le d < 500$ | 270 | 400 | 108000 |
| $500 \le d < 700$ | 640 | 600 | 384000 |
| $700 \le d < 900$ | 750 | 800 | 600000 |
| $900 \le d < 1100$ | 340 | 1000 | 340000 |
| المجموع | 2000 | – | 1432000 |

$$\overline{X} = \frac{1432000}{2000} = 716$$

# الإنسحاب

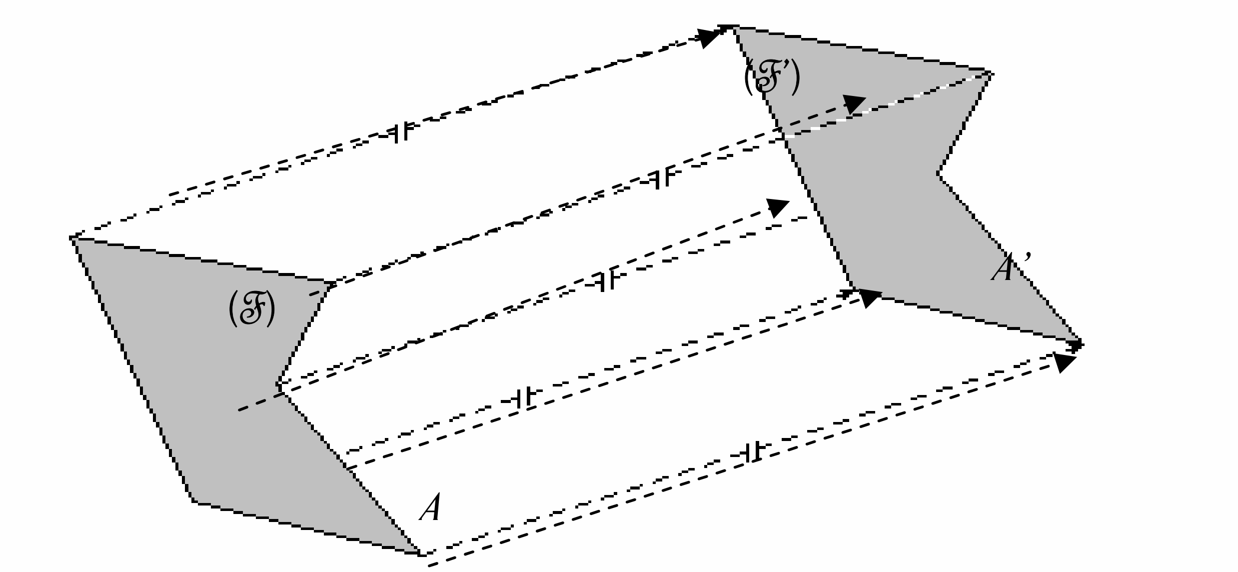
## تصميم الدرس

- الانسحاب
- صور أشكال بسيطة بانسحاب
- خواص الانسحاب
- تمارين و مشكلات
- حلول تمارين و مشكلات

## • الانسحاب :

### • مفهوم الانسحاب

**عندما نزيح (دون دوران) شكلا بحيث تنقل كل نقط هذا الشكل على مستقيمات متوازية في نفس الاتجاه وبنفس المسافة فنحصل على شكل هو صورة الشكل المعطى بانسحاب.**

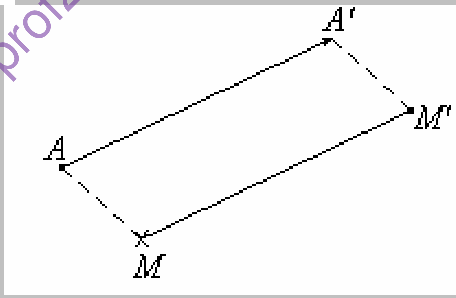



الشكل(F’) صورة الشكل (F) بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى النقطة $A'$ .

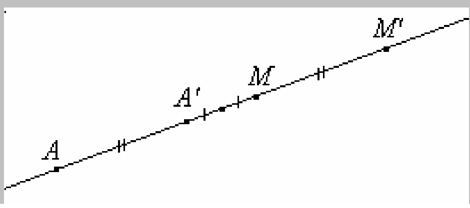
**ملاحظة:**
**لتعيين انسحاب يكفي أن نيّعن نقطة وصورتها بهذا الانسحاب.**

- **صورة نقطة بانسحاب**

لتكن ، ' ، ثلاث نقط متمايزة و $t$ الانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى $A'$ .




- إذا كانت النقطة لا تنتمي إلى المستقيم $(\ A')$ فإن صورتها بالانسحاب $t$ هي النقطة ' حيث يكون الرباعي $AA'M'M$ متوازي الأضلاع.

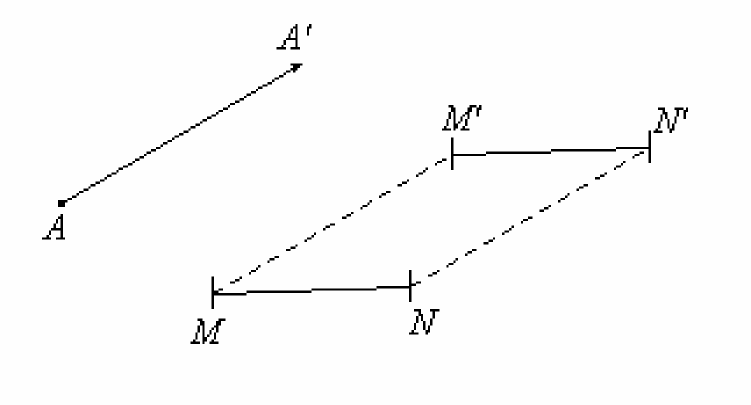



- إذا كانت النقطة لا تنتمي إلى المستقيم $(\ A')$ فإن صورتها بالانسحاب $t$ هي النقطة ' حيث يكون للقطعتين $[AM']$ و $[A'M]$ نفس المنتصف.

# صور أشكال بسيطة بانسحاب :

## • صورة قطعة مستقيم

**صورة قطعة $[\quad N]$ بالانسحاب $t$ هي القطعة $[\quad N']$ حيث تكون النقطتان ' ، $N'$ صورتي النقطتين ، $N$ بالانسحاب $t$.**



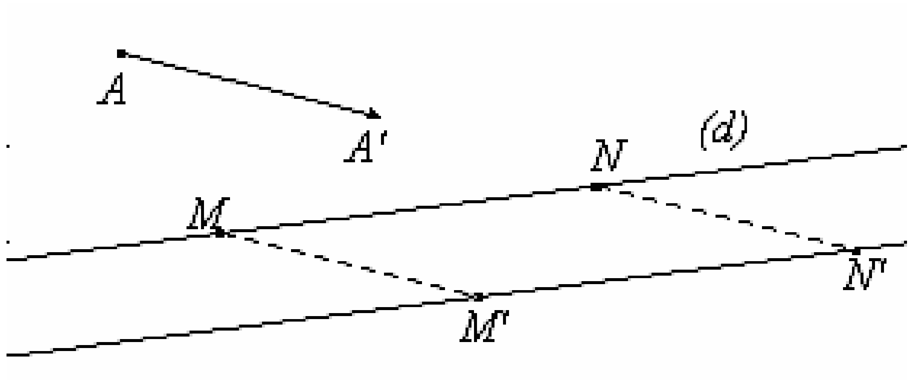

$t$ هو الانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى ' .
' ، $N'$ صورتا النقطتين ، $N$ بالانسحاب $t$ يعني $[\quad N']$ صورة $[\quad N]$ بالانسحاب $t$.

ملاحظة: لإنشاء صورة قطعة بانسحاب ننشئ صورتي طرفي القطعة بهذا الانسحاب.

## • صورة مستقيم

**صورة مستقيم $(d)$ بالانسحاب $t$ هي المستقيم $(d')$ بحيث تكون كلّ نقطة من $(d')$ صورة لنقطة من $(d)$ بالانسحاب $t$.**

ملاحظة: لإنشاء صورة مستقيم بانسحاب ننشئ صورتي نقطتين متمايزتين من هذا المستقيم بهذا الانسحاب.



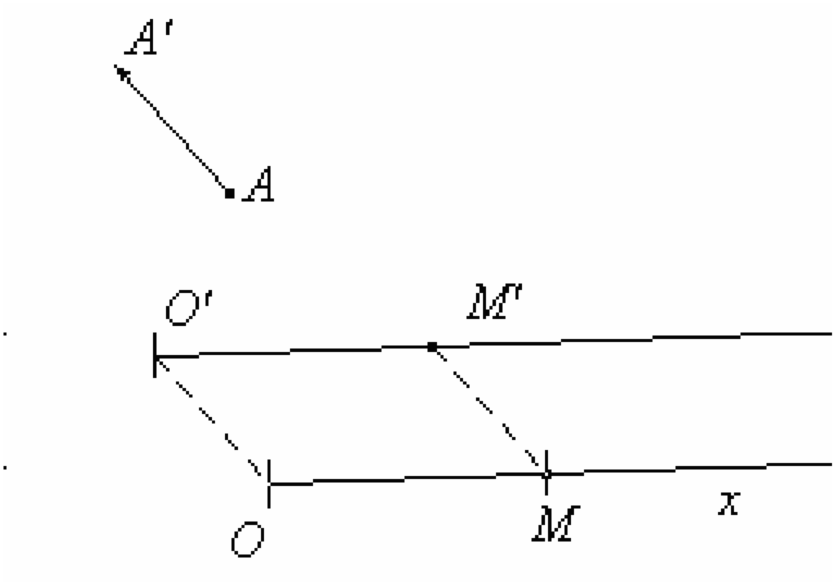

$t$ هو الانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى ' . $(d)$ مستقيم.
، $N$ نقطتان متمايزتان من $(d)$.

' $N'$، صورتا النقطتين $N$ ، بالانسحاب $t$، فإن المستقيم
$(N')$' ) صورة $(d)$ بالانسحاب $t$.

## • صورة نصف مستقيم

**صورة نصف مستقيم بالانسحاب $t$ هي نصف مستقيم بحيث تكون كلّ نقطة منه صورة بالانسحاب $t$ لنقطة من نصف المستقيم المعطى.**

ملاحظة:
لإنشاء صورة نصف مستقيم بانسحاب ننشئ صورة مبدأ نصف المستقيم هذا و صورة نقطة أخرى منه بالانسحاب.



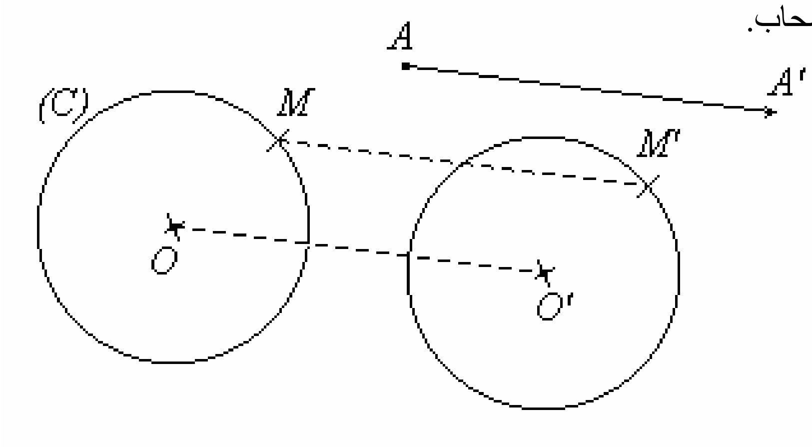

$t$ هو الانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى ' . $[Ox)$ نصف مستقيم.
نقطة $[Ox)$ (تختلف عن $O$).

' $O'$، صورتا النقطتين $O$، ، بالانسحاب $t$ . فإنّ $[O'M'$ صورة $[Ox$ بالانسحاب $t$.

## • صورة دائرة

**صورة دائرة بالانسحاب $t$ هي دائرة بحيث تكون كلّ نقطة منها صورة بالانسحاب $t$ لنقطة من الدائرة المعطاة.**

ملاحظة: لإنشاء صورة دائرة بانسحاب ننشئ صورة مركز هذه الدائرة وصورة نقطة منها بالانسحاب.



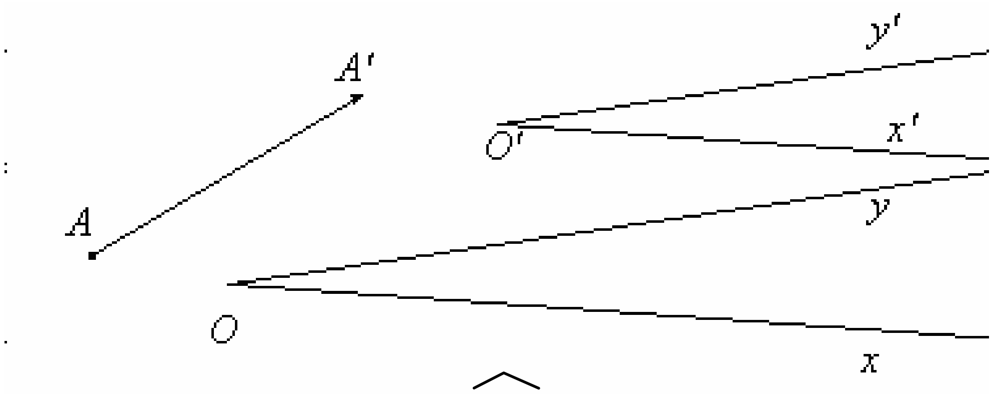

$t$ هو الانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى ' . $(C)$ دائرة مركزها $O$.
نقطة $(C)$.

$O'$، ' صورتا النقطتين $O$، بالانسحاب $t$ فإن الدائرة التي مركزها $O'$ و تشمل ' هي صورة الدلئرة $(C)$ بالانسحاب $t$.

## • صورة زاوية

**صورة زاوية بالانسحاب $t$ هي زاوية بحيث تكون كلّ نقطة منها صورة بالانسحاب $t$ لنقطة من الزاوية المعطاة.**

**ملاحظة: لإنشاء صورة زاوية بانسحاب ننشئ صورتي ضلعي هذه الزاوية** بهذا الانسحاب.




$t$ هو الانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى ' . $\widehat{xOy}$ زاوية,.

$[O'\ \ )$، $[O'x')$ صورتا الضلعين $[Ox)$، $[O\ \ )$ بالانسحاب $t$ .

الزاوية $\widehat{x'O'y'}$ هي صورة الزاوية $\widehat{xOy}$ بالانسحاب $t$.

## • خواص الانسحاب:

**خاصية 1:**

**إذا كانت قطعة مستقيم صورة قطعة أخرى بانسحاب، فإنّ القطعتين متساويتان.**
**نقول أن الانسحاب يحفظ المسافات.**

**خاصية 2:**

**إذا كان مستقيم صورة مستقيم أخر بانسحاب، فإن المستقيمين متوازيان.**
**نقول أن الانسحاب يحفظ المنحى.**

**خاصية 3:**

**إذا كانت ثلاث نقط على استقامة واحدة، فإنّ صورها بانسحاب تكون على استقامة واحدة.**
**نقول أن الانسحاب يحفظ الاستقامية.**

**خاصية 4:**

**إذا كانت زاوية صورة زاوية أخرى بانسحاب، فإنّ الزاويتين متساويتان.**
**نقول أن الانسحاب يحفظ الزوايا.**

**خاصية 5:**

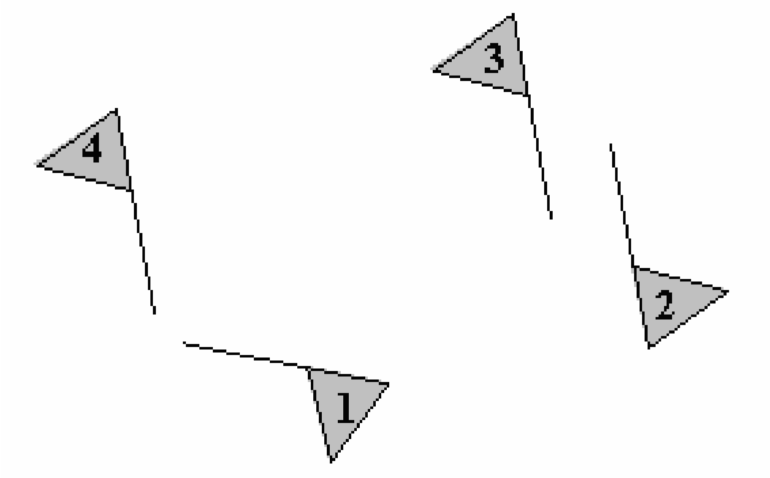
**إذا كان شكل صورة شكل أخر بانسحاب، فإنّ للشكلين نفس المساحة.**
**نقول أن الانسحاب يحفظ المساحات.**

**خاصية 6:**

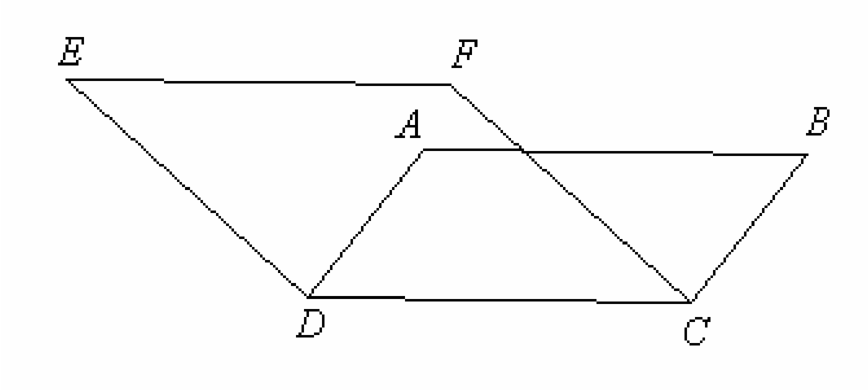
**إذا كانت قطعة مستقيم صورة قطعة أخرى بانسحاب، فإنّ منتصفها هو صورة منتصف القطعة المعطاة بهذا الانسحاب.**
**نقول أن الانسحاب يحفظ المنتصفات.**

## • تمارين و مشكلات :

1. ما هي صورة اللافتة 4 بانسحاب ؟

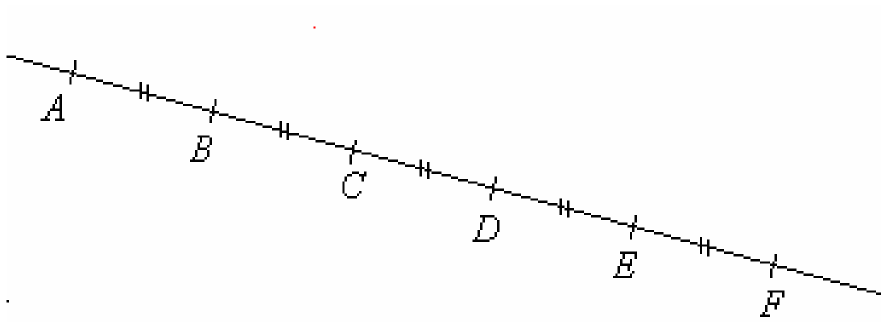



2. $ABCD$ ، $CDEF$ متوازيا الأضلاع.



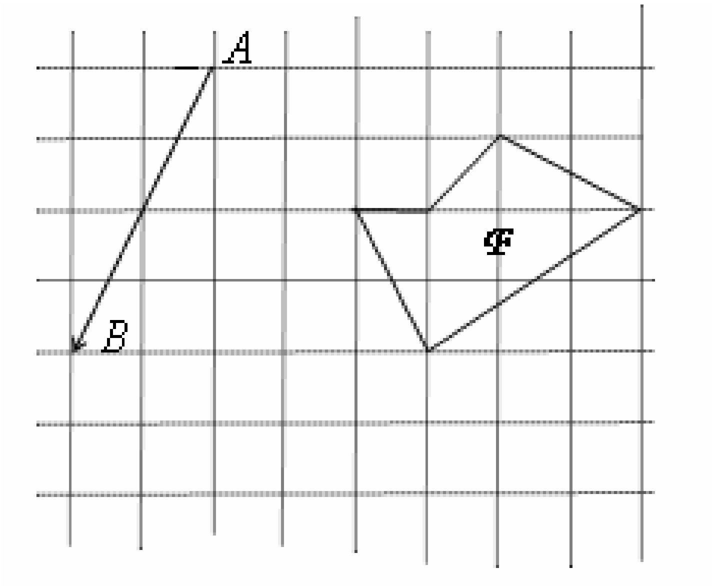

1. ما هي صورة النقطة $D$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $E$ إلى $F$ ؟
2. ما هي صورة النقطة $D$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $C$ إلى $B$ ؟

3.

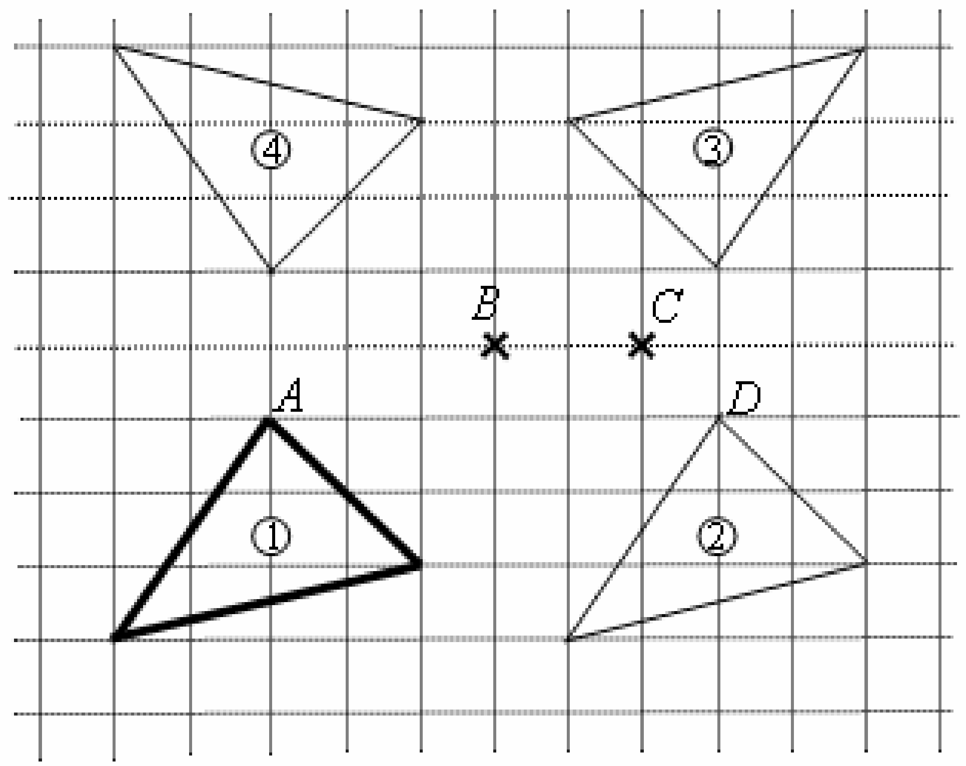



ما هي صور النقط $D$ ، $E$ ، $F$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $C$ إلى $A$ ؟

4. باستعمال مربعات المرصوفة التالية، أنشئ الصورة  'F للشكل F بالانسحاب الذي يحوّل $A$ إلى $B$.




5. في الشّكل التالي كلّ من المثلثات 2 ، 3 ، 4 هي صور المثلث 1 بتناظر محوري أو بتناظر مركزي أو بانسحاب.




أتمم الجمل التالية:
1. صورة المثلث 1 بالتناظر المحوري الذي محوره... هي المثلث ... .
2. صورة المثلث 1 بالتناظر المركزي الذي مركزه ... هي المثلث... .
3. صورة المثلث 1 بالانسحاب الذي يحوّل .... هي المثلث ... .

6. أرسم مثلثا $ABC$ .
1) أنشئ النقط:
- $B'$ ، صورة النقطة $B$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $B$ .
- $B''$ ، صورة النقطة $B$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $C$ إلى $B$ .
2) ما نوع الرباعي $ACB'B''$ ؟ علل.

7. أرسم مثلثا متقايس الأضلاع $ABC$ ثم عيّن النقطة منتصف $[BC]$.
1. أنشئ المثلث $EF$ صورة $ABC$ بالانسحاب الذي يحوّل إلى .
2. ما نوع المثلث $EF$ ؟ علل.

8. $ABC$ مثلث. أنشئ النقطة ' ، صورة النقطة بالانسحاب الذي يحوّل $B$ إلى $C$.
المستقيمان $( \ C)$ و $(BA')$ يتقاطعان في $D$ .
هل النقطة $D$ منتصف القطعة $[BD]$ ؟ برّر إجابتك.

9. أرسم متوازي أضلاع $ABCD$ مركزه $O$ . أنشئ النقطة $C'$ ، صورة النقطة $C$ بالانسحاب الذي يحوّل $A$ إلى $C$ .
1. بيّن أن النقطة $C'$ تنتمي إلى المستقيم $(AC)$ .
2. أثبت أنّ $2OC = CA'$ .
3. ماذا تمثل النقطة $C$ بالنسبة إلى المثلث $BDA'$ ؟

10. $(O, I, J)$ معلم متعامد متجانس.
1. علّم النقطتين $A(2;4)$ و $B(4;3)$ .
2. علّم النقطتين $C(-1;2)$ ثم عيّن النقطة $C'$ صورة النقطة $C$ بالانسحاب الذي يحوّل $A$ إلى $B$ .
أستنتج بالقراءة احداثيي النقطة $C'$ .

11. أرسم مثلثا $ABC$ وارتفاعه $[AH]$.
1. أنشئ النقطتين $B'$ ، $C'$ صورتي النقطتين $B$ ، $C$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى $H$ .
2. ما نوع الرباعي $BB'C'C$ ؟ علل.

12. أرسم متوازي أضلاع $ABCD$ ثمّ عيّن نقطة $E$ من المستقيم $(CD)$.
1. أنشئ النقطة $E'$ ، صورة النقطة $E$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $B$ .
2. ما هي صورة المثلث $ADE$ بهذا الانسحاب ؟
3. قارن مساحتي المثلث $ADE$ و $BCE'$ .
4. قارن مساحتي الرباعيين $ABCD$ و $BE'E$ .

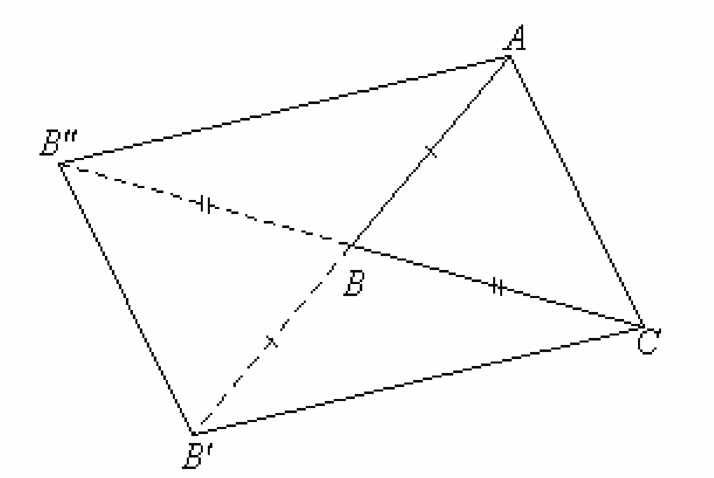
## • حلول التمارين و المشكلات :

1. صورة اللافتة 4 بانسحاب هي اللافتة 3.

.2
1. صورة النقطة $D$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $E$ إلى $F$ هي $C$.
2. صورة النقطة $D$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $C$ إلى $B$ هي $A$.

.3
صور النقط $D$، $E$ ، $F$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $C$ إلى هي النقط $B$ ، $C$، $D$ على الترتيب.

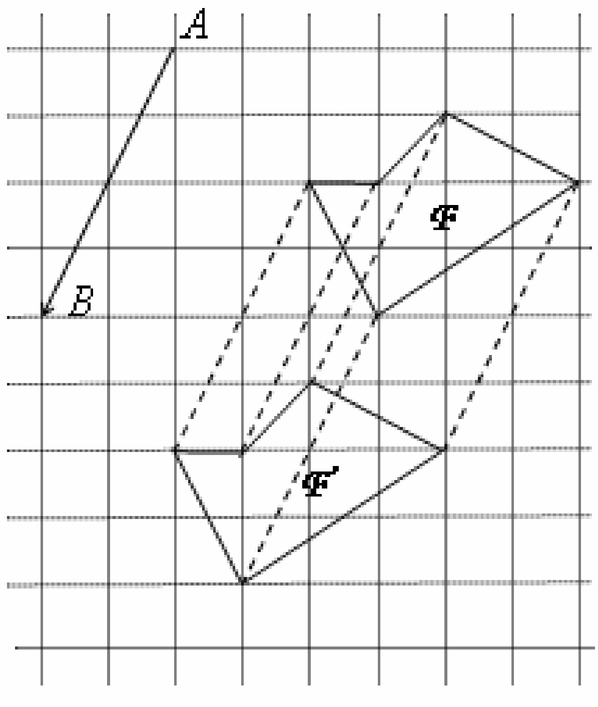
4. 1)




2) الرباعي $ACB'B''$ هو متوازي أضلاع.
التعليل:
- $B'$ صورة النقطة $B$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $B$ ، فإنّ $B$ منتصف القطعة $[AB']$ .
- $B''$، صورة النقطة $B$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $C$ إلى $B$ ، فإنّ $B$ منتصف القطعة $[CB'']$ .

في الرباعي $ACB'B''$ القطران $[AB']$ و $[CB'']$ متناصفان.
إذن $ACB'B''$ متوازي أضلاع.

.5



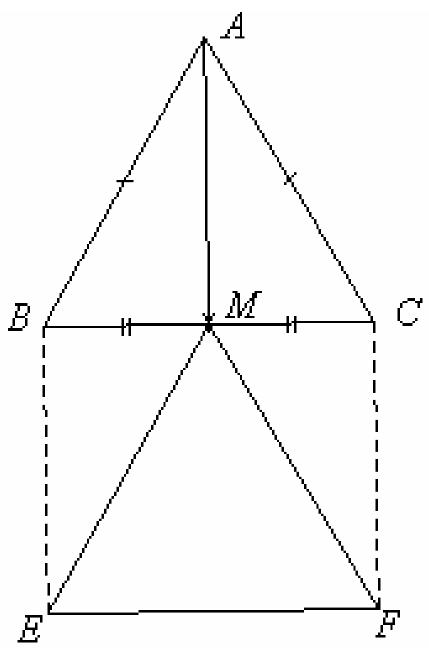

.6

.1 صورة المثلث 1 بالتناظر المحوري الذي محوره $(BC)$ هي المثلث4.

.2 صورة المثلث 1 بالتناظر المركزي الذي مركزه $B$ هي المثلث 3.

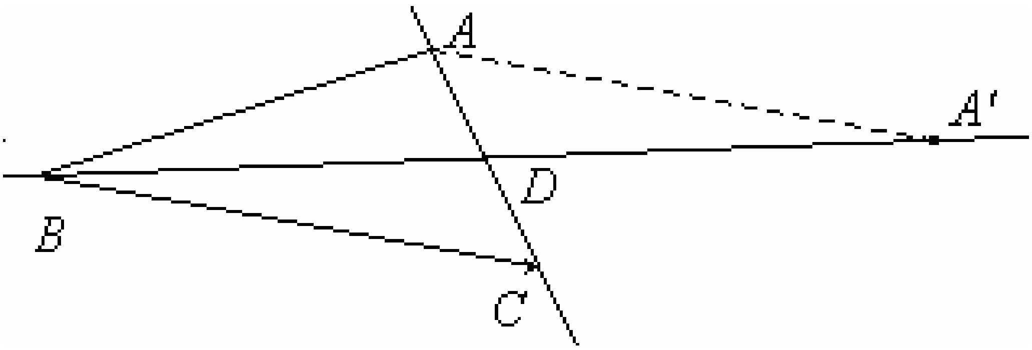
.3 صورة المثلث 1 بالانسحاب الذي يحوّل $A$ إلى $D$ هي المثلث 2.

.7



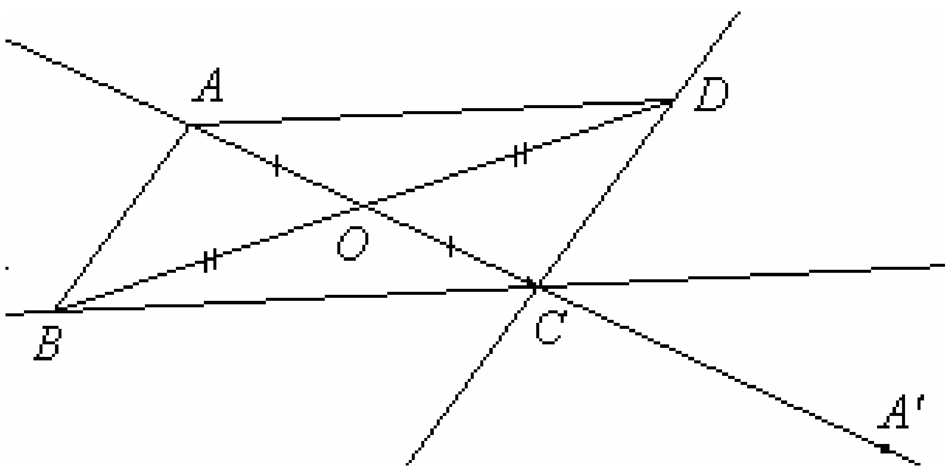
2. $EF$ مثلث متقايس الأضلاع.
التعليل: الأضلاع $[\ \ E]$ ، $[\ \ F]$ ، $[EF]$ هي صور الأضلاع $[AB]$ ، $[AC]$ ، $[BC]$
بالانسحاب الذي يحوّل إلى .
بما أن الانسحاب يحفظ المسافات وبما أنّ $AB = AC = BC$ ، فإنّ
$E = MF = EF$ .

8.




نعم $D$ منتصف $[BA']$.
التبرير: $A'$ صورة النقطة $A$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $B$ إلى $C$ يعني الرباعي $AA'CB$ متوازي أضلاع.
نعلم أن قطري متوازي أضلاع متناصفان. إذن $D$ منتصف $[BA']$.

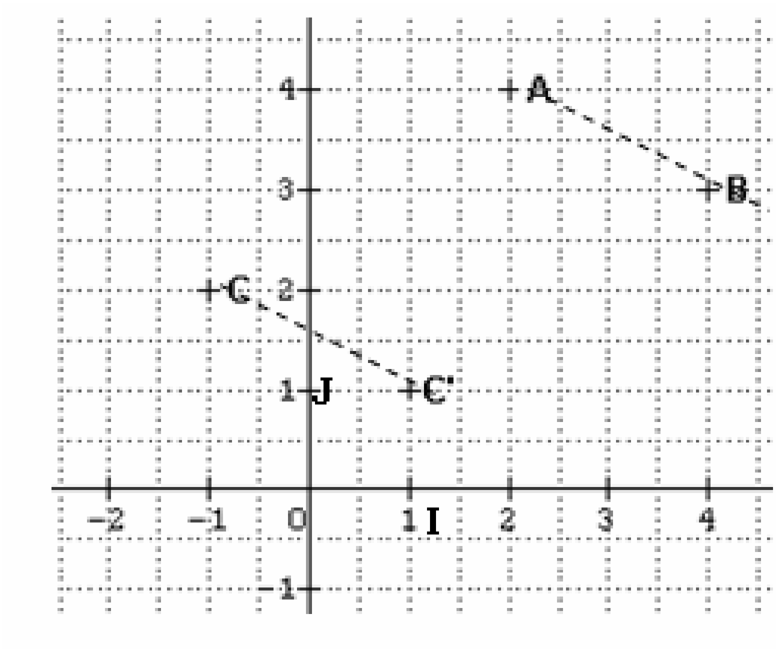
9.



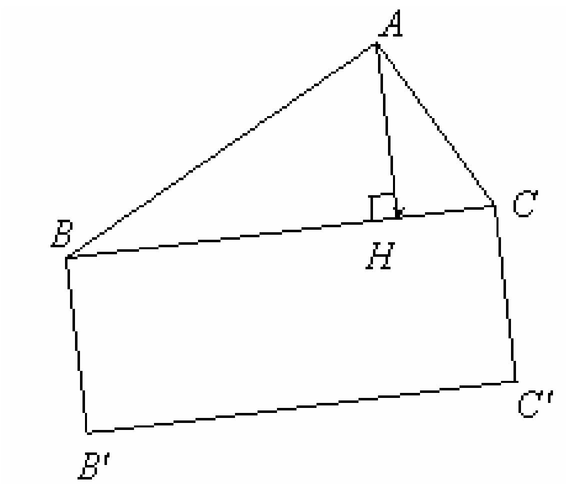

1. $A'$ صورة النقطة $C$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $C$ . إذن المستقيمان $(AC)$ و $(CA')$ متوازيان. وبما أنهما يشتركان في النقطة $C$ فإنهما متطابقان. ومنه النقطة $A'$ تنتمي إلى المستقيم $(\ \ C)$.

2. في متوازي الأضلاع $ABCD$ ، لدينا $2OC = AC$ (1).
$A'$ صورة النقطة $C$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $C$ .
إذن $AC = CA'$ (2).
من (1) و (2) نستنتج أنّ $2OC = CA'$.
3. في المثلث $BDA'$ ، لدينا $O$ منتصف الضلع $[BD]$.
إذن $[A'O]$ متوسط. لكن $C$ نقطة من $[A'O]$ و $2OC = CA'$ ، إذن $C$ مركز ثقل المثلث $BDA'$.

10.




احداثيا النقطة $C'$ : 1 ، 1.
11.
1.




2. $B'$ صورة النقطة $B$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $H$ ، فإنّ $(BB')$ و $(AH)$ متوازيان و $BB' = AH$ .
$C'$ صورة النقطة $c$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى $H$ ، فإنّ

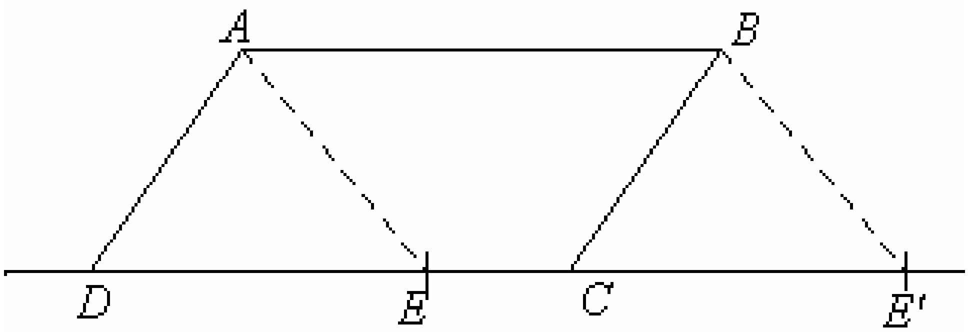
$(CC')$ و $(H)$ متوازيان و $CC' = AH$.

نستنتج أنّ $(BB')$ و $(CC')$ متوازيان و $BB' = CC'$ .

إذن $BB'C'C$ متوازي أضلاع.

لكن $(BC)$ و $(H)$ متعامدان وبالتالي $(BC)$ و $(BB')$ متعامدان ومنه الرباعي $BB'C'C$ مستطيل.

.1 .12




2. صورة المثلث $ADE$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $B$ هي المثلث $BCE'$.

التعليل: $B$ صورة النقطة $A$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $B$.

$C$، صورة النقطة $D$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة إلى $B$.

$E'$، صورة النقطة $E$ بالانسحاب الذي يحوّل النقطة $A$ إلى $B$.

3. بما أن الانسحاب يحفظ المساحات فإن مساحتي المثلثين $ADE$ و $BCE'$ متساويتان.

4. مساحة الرباعي $ABCD$ تساوي مجموع مساحتي الرباعي $ABCE$ والمثلث $ADE$.

مساحة الرباعي $ABE'E$ تساوي مجموع مساحتي الرباعي $ABCE$ والمثلث $BCE'$.

نستنتج أن مساحتي الرباعيين $ABCD$ و $BE'E$ متساويتان.

# الهرم ومخروط الدوران

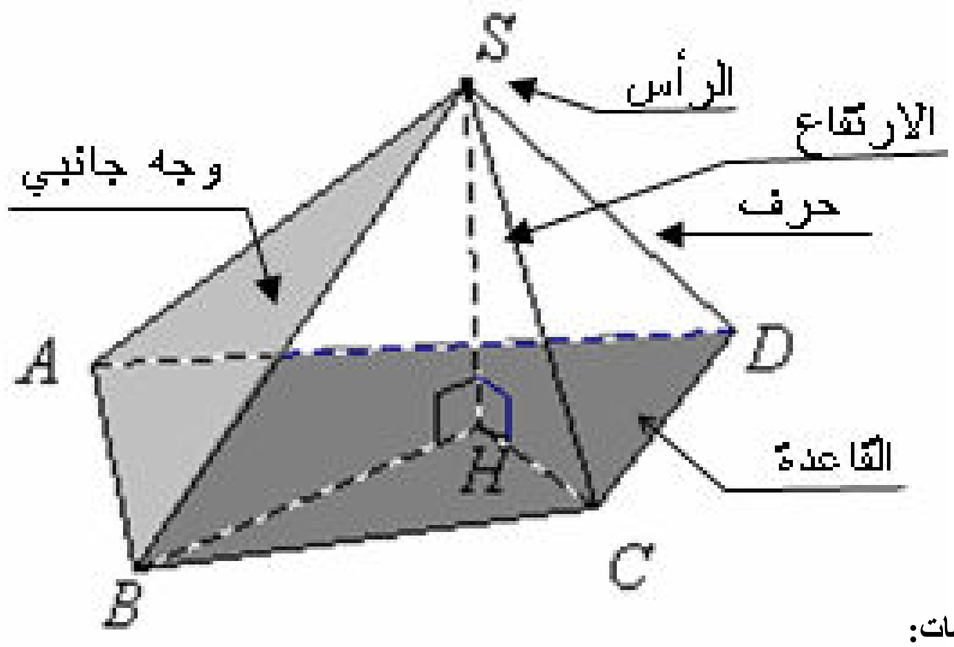
## تصميم الدرس

- الهرم
- مخروط الدوران
- حجم الهرم وحجم مخروط الدوران
- تمارين و مشكلات
- حلول تمارين و مشكلات

## • الهرم :

**تعريف**

**الهرم هو مجسم حيث:**
**- أحد أوجهه هو مضلع و يسمى القاعدة؛**
**- الأوجه الأخرى هي مثلثات لها رأس مشترك وهو رأس الهرم.**
**تسمى هذه الأوجه الأوجه الجانبية.**




**ملاحظات:**

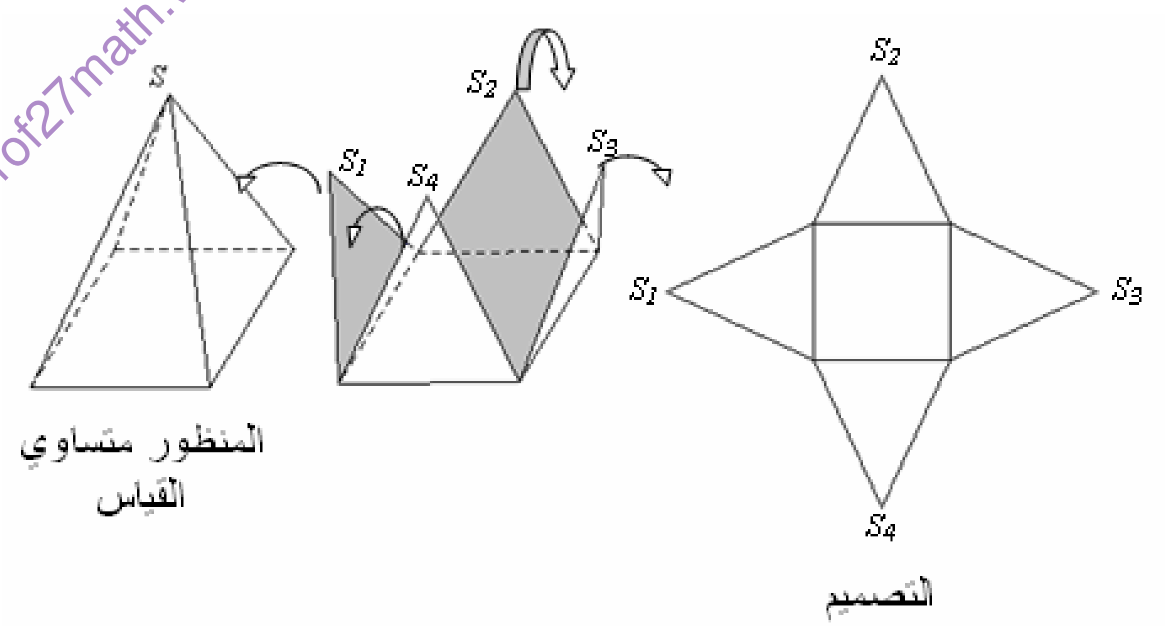
1. نسمي الارتفاع:
   - الضلع $[SH]$ الذي يعامد القاعدة،
   - وأيضا الطول $SH$.
2. إذا كانت القاعدة مضلعا منتظما (مثلث متقايس الأضلاع، مربع، خماسي منتظم...) ، فيسمى الهرم هرما منتظما.

في هذه الحالة، تكون كل الأوجه الجانبية متساوية وكلّ منها هو مثلث متساوي الساقين.

## تمثيل وتصميم الهرم:

يتكون تصميم لهرم من مضلع يمثل قاعدته و من مثلثات تمثل أوجهه الجانبية.

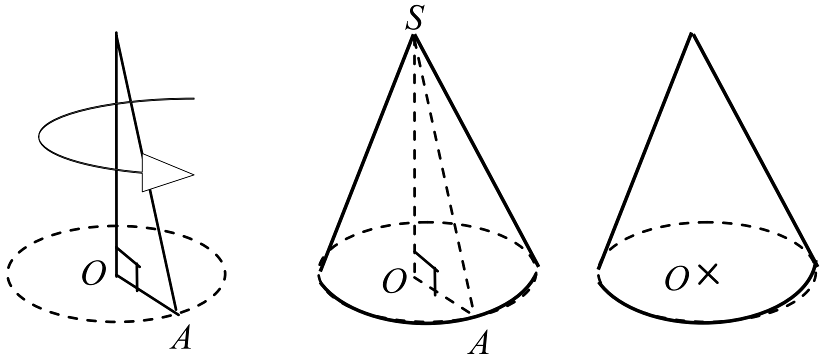
مثال: إليك هرم منتظم قاعدته مربع وأوجهه مثلثات متساوية الساقين.



## • مخروط الدوران :

**تعريف**

**مخروط الدوران هو المجسم الموّلد بدوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين.**



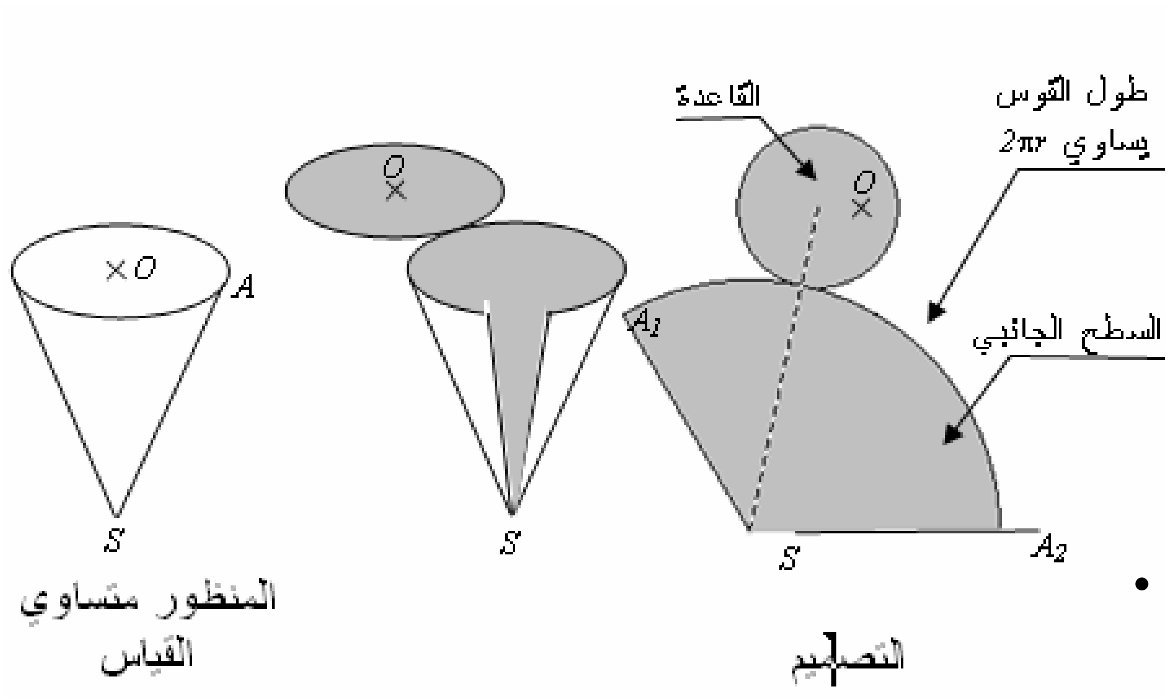

في المخروط المرسوم أعلاه لدينا:

- $[SO]$ هو ارتفاع المخروط (الطول $SO$ هو أيضا ارتفاع المخروط).
- $OA$ هو نصف قطر قاعدة المخروط.
- $[SA]$ هو مولد المخروط.

## • تمثيل وتصميم الهرم:

**يتكون تصميم مخروط الدوران من قرص يمثل قاعدته ومن قطاع قرص يمثل سطحه الجانبي.**

**مثال:** نعتبر مخروط الدوران الذي نصف قطر قاعدته يساوي $r$.

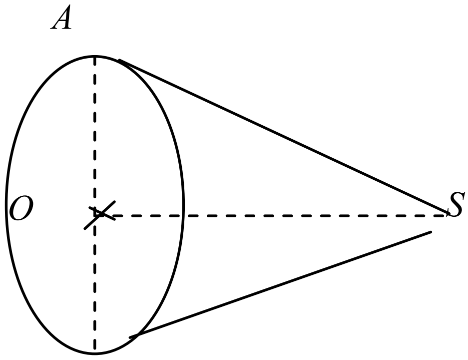



•

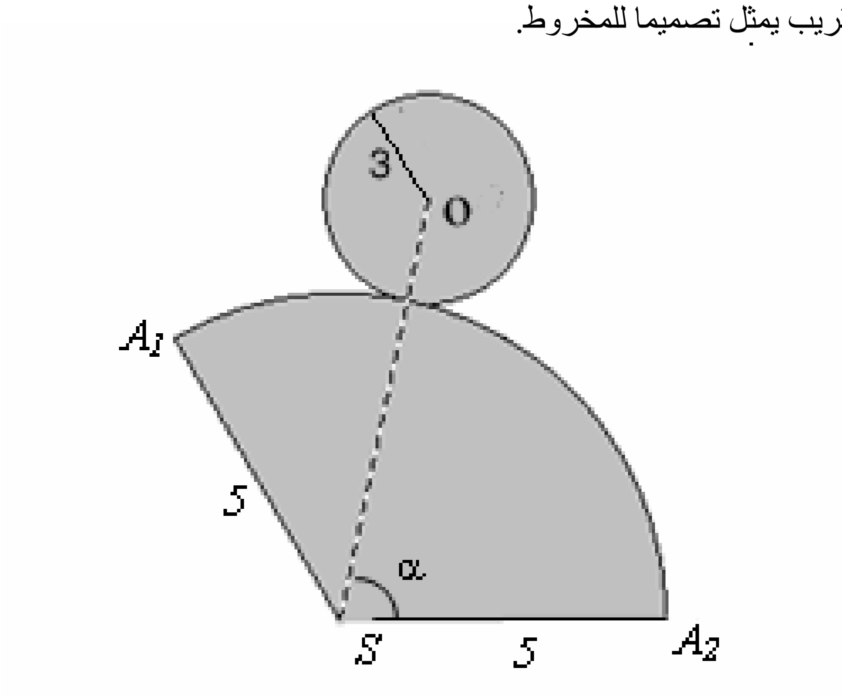
- **صنع تصميم مخروط دوران**

**مثال:**

في هذا المخروط المقابل لدينا:
$SA = 5\,cm$ و $OA = 3\,cm$ .
أنشئ تصميما لهذا المخروط
(يؤخذ $\pi = 3,14$).




**حل:**
نرسم شكلا بالتقريب يمثل تصميما للمخروط.




لإنشاء القوس $A_1A_2$ ، يجب أن نجد القيس $\alpha$ .

في الدائرة التي مركزها $S$ ونصف قطرها $SA$ ، طول القوس متناسب مع قيس الزاوية التي تعيّن هذه القوس.

لحساب $\alpha$ نبحث عن طول القوس $A_1A_2$ .

- حساب الطول للقوس $A_1A_2$ :

  يساوي محيط القاعدة إذن $= 2\times 3,14\times 3 = 18,84$ .

- حساب $\alpha$:

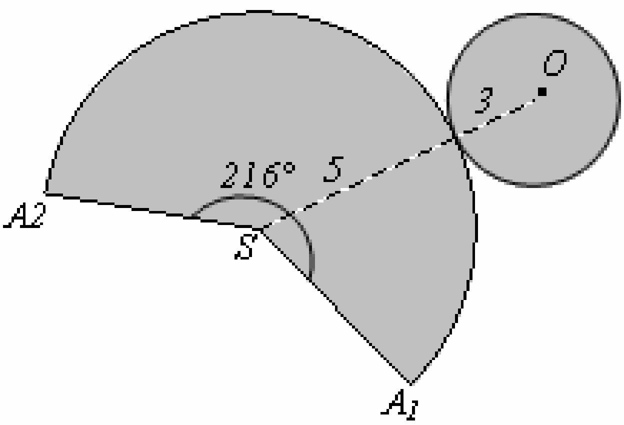
محيط الدائرة التي مركزها $S$ ونصف قطرها $SA$ هو $2\times 3,14\times 3 = 31,4$ .

لدينا جدول التناسبية التالي:

| | | |
|---|---|---|
| الزاوية المركزية بالدرجات | $360$ | $\alpha$ |
| طول القوس بـ $cm$ | $31,4$ | $18,84$ |

نستنتج أن $\alpha \times 31,4 = 360 \times 18,84$ ومنه: $\alpha = \dfrac{360 \times 18,84}{31,4} = 216$.

- إنشاء التصميم:




ملاحظة: يمكن حساب مساحة السطح الجانبي للمخروط الذي هو قطاع بالاعتماد على الخاصية التالية:
في القرص الذي مركزه $S$ ونصف قطره $SA$، مساحة قطاع القرص متناسبة مع الزاوية التي تعيّن هذا القطاع.
وفي المثال السابق:
مساحة القرص الذي مركزه $S$ و نصف قطره $SA$ هو $3,14 \times 3^2 = 28,26$.

لدينا جدول التناسبية التالي:

| | | |
|---|---|---|
| الزاوية المركزية بالدرجات | $360$ | $216$ |
| مساحة قطاع القرص بـ $cm^2$ | $28,26$ | A |

نستنتج أنّ $A \times 360 = 28,26 \times 216$.

ومنه: $A = \dfrac{28,26 \times 216}{360} \approx 16,96\ cm^2$.

## • حجم الهرم وحجم مخروط الدوران :

**قاعدة**

**حجم الهرم أو مخروط الدوران يساوي ثلث جداء مساحة قاعدة وإرتفاع هذا المخروط أو هذا المخروط.**

إذا رمزنا الى مساحة القاعدة بـ A وإلى الارتفاع بـ $h$ وإلى الحجم بـ V فإن $\mathcal{V} = \dfrac{\mathcal{A} \times h}{3}$ .

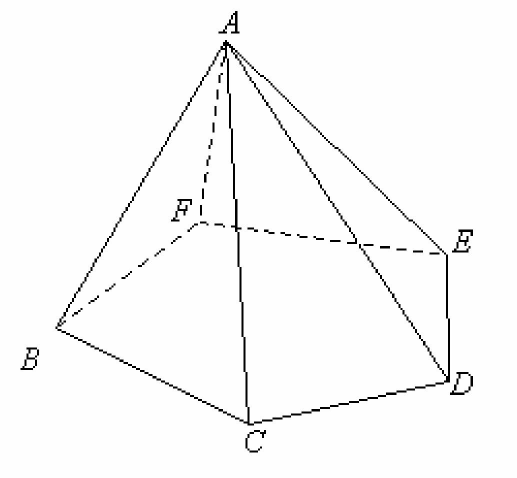
ملاحظة:

بالنسبة إلى مخروط دوران نصف قطر قاعدته $r$ و ارتفاعه $h$ ،

فإن $\mathcal{V} = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$ .

## • تمارين و مشكلات :

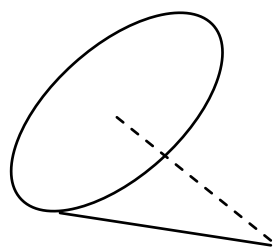
1. يمثل الشّكل التالي منظور متساوي القياس لهرم:




1. ماهو رأس الهرم؟
2. ما هي قاعدته؟
3. سمّ وجها جانبيا مخفيا ووجها جانبيا ظاهرا.

2. أنشئ تصميما لهرم منتظم قاعدته مربعة طولها $3\,cm$ و كل أحرفه متساوية.

3. أتمم الشكل التالي لكي يمثل مخروط الدوران.



4. في مخروط دوران، لدينا نصف قطر القاعدة يساوي $4\,cm$ وطول المولّد يساوي $8\,cm$.
   1. انجز تصميما مشفرا لهذا المخروط.
   2. احسب المدور إلى الميليمتر لمحيط قاعدة هذا المخروط.
   3. احسب المدور إلى الدرجة لزاوية هذا المخروط.

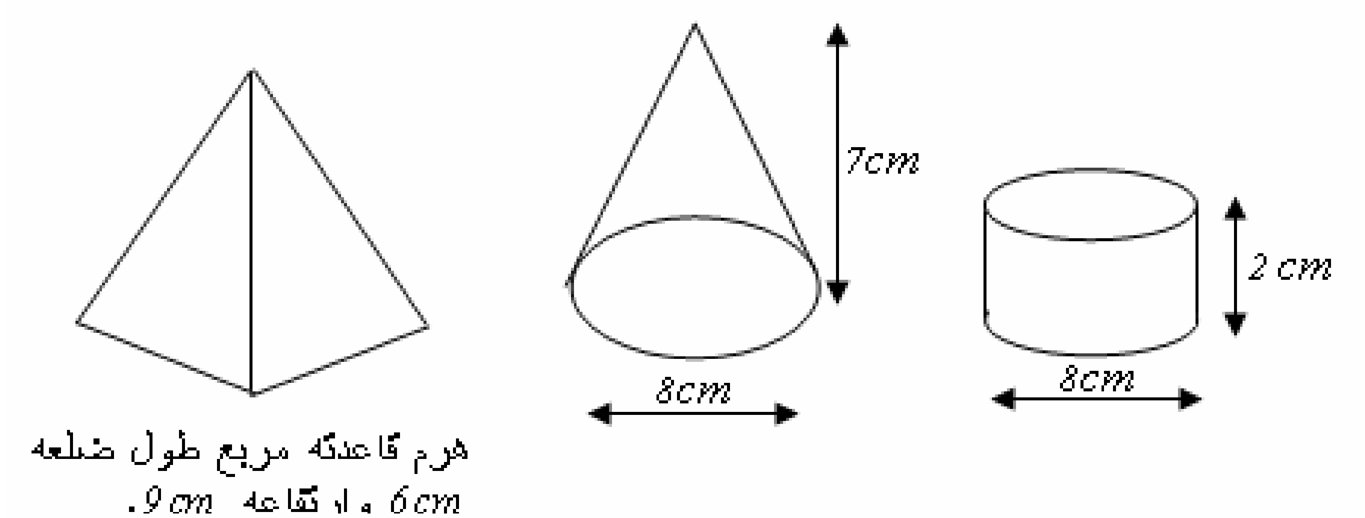
5. أتمم الجدول التالي ويعطى المدور إلى $mm$ بالنسبة إلى الأطول والمدور إلى $mm^3$ بالنسبة إلى الحجم.

| $C_3$ | $C_2$ | $C_1$ | المخروط |
|---|---|---|---|
| ؟ | $1$ | $6$ | نصف القطر $(cm)$ |
| $6$ | ؟ | $7$ | الارتفاع $(cm)$ |
| $610$ | $31,4$ | ؟ | الحجم $(cm^3)$ |

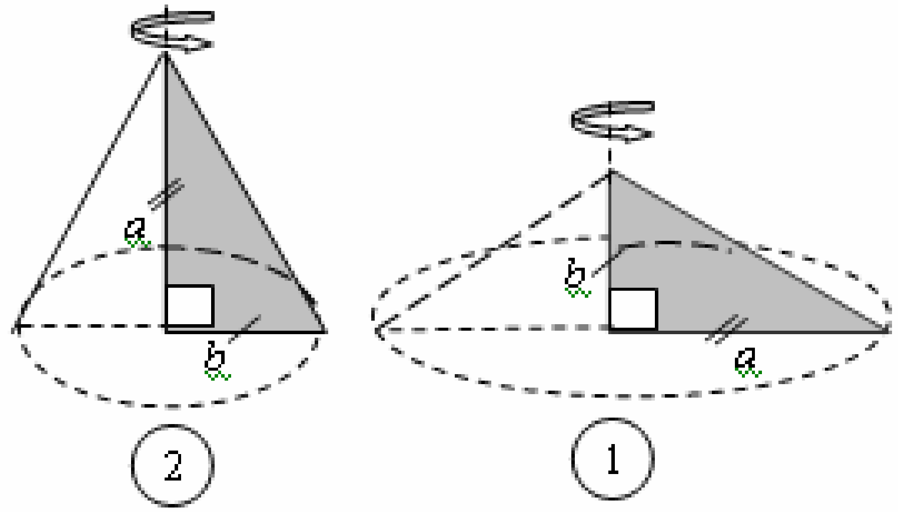
.6

1. احسب حجم هرم منتظم قاعدته مربعة، طول ضلعها $4,2\,cm$ و ارتفاع الهرم يساوي $7\,cm$.
2. أحسب ارتفاع هرم حجمه $50\,cm^3$ ومساحة قاعدته $25\,cm^2$.

7. ما هو أكبر مجسم في الحجم ؟




8. بدوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين نحصل على مخروطي دوران.



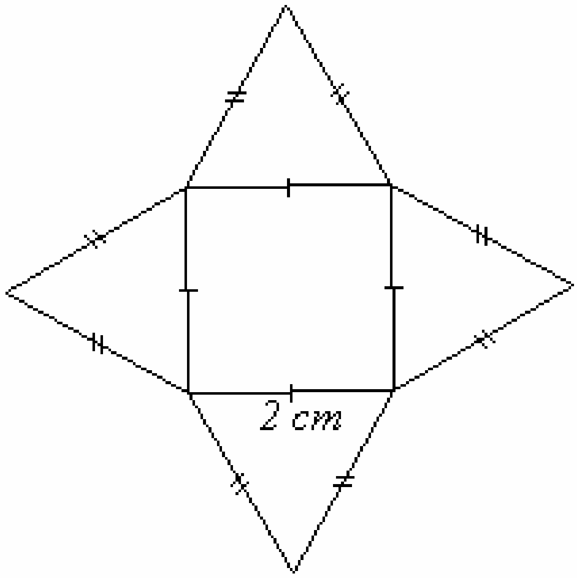

1. ما هو أكبر مخروط في الحجم؟
2. بين أن فرق حجمي المخروطين يساوي إلى: $\dfrac{\pi ab(a-b)}{3}$.

## • حلول التمارين و المشكلات :

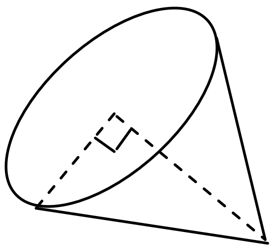
.1

1. رأس الهرم هو النقطة $A$ .
2. قاعدته هي الخماسي $BCDEF$.
3. - وجه مخفي: المثلث $ABF$ .
 - وجه ظاهر: المثلث $ABC$ .

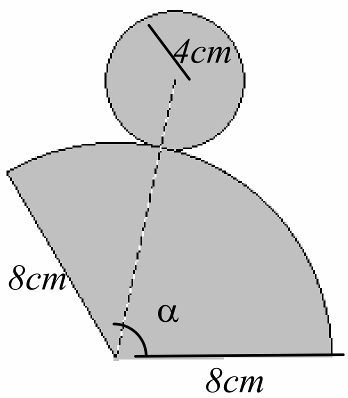
.2




.3



(1 .4



2. محيط القاعدة هو $2\times 3,14\times 4=25,12$ . إذن المدور إلى الميليمتر لهذا المحيط هو $25,1\,cm$ .

3. حساب زاوية المخروط $\alpha$ :

محيط الدائرة التي نصف قطرها $8\,cm$ هو $2\times 3,14\times 8=50,24$ .

لدينا جدول التناسبية التالي:

| الزاوية المركزية بالدرجات | $360$ | $\alpha$ |
|---|---|---|
| طول القوس بـ $cm$ | $50,24$ | $25,12$ |

نستنتج أن $\alpha\times 50,24=360\times 25,12$ ومنه: $\alpha=\dfrac{360\times 25,12}{50,24}=180$ .

زاوية المخروط هي $180°$ .

5.

| المخروط | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ |
|---|---|---|---|
| نصف القطر $(cm)$ | $6$ | $1$ | $9,9$ ؟ |
| الارتفاع $(cm)$ | $7$ | $30$ | $6$ |
| الحجم $(cm^3)$ | $263,760$ | $31,4$ | $610$ |

6.

1. الحجم هو: $\dfrac{(4,2)^2\times 7}{3}=41,16\,cm^3$ .
2. الارتفاع هو: $\dfrac{50\times 3}{25}=6\,cm$ .

7.

حجم الأسطوانة: $3,14\times(4)^2\times 2=100,48\,cm^3$

حجم المخروط: $\dfrac{3,14\times(4)^2\times 7}{3}=117,22\,cm^3$

حجم الهرم : $\dfrac{(6)^2\times 9}{3}=108\,cm^3$

أكبر مجسم في الحجم هو المخروط.

8.

1. حجم المخروط 1 : $\dfrac{\pi(a)^2 b}{3}=\dfrac{\pi a\times a\times b}{3}=\dfrac{\pi ab}{3}\times a$

حجم المخروط 1 : $\dfrac{\pi(b)^2 a}{3}=\dfrac{\pi b\times b\times a}{3}=\dfrac{\pi ab}{3}\times b$

و بما أنّ $a > b$ فإن المخروط 1 هو الأكبر في الحجم.

2. فرق الحجمين: $\frac{\pi ab}{3}\times a-\frac{\pi ab}{3}\times b=\frac{\pi ab}{3}\times(a-b)=\frac{\pi ab(a-b)}{3}$